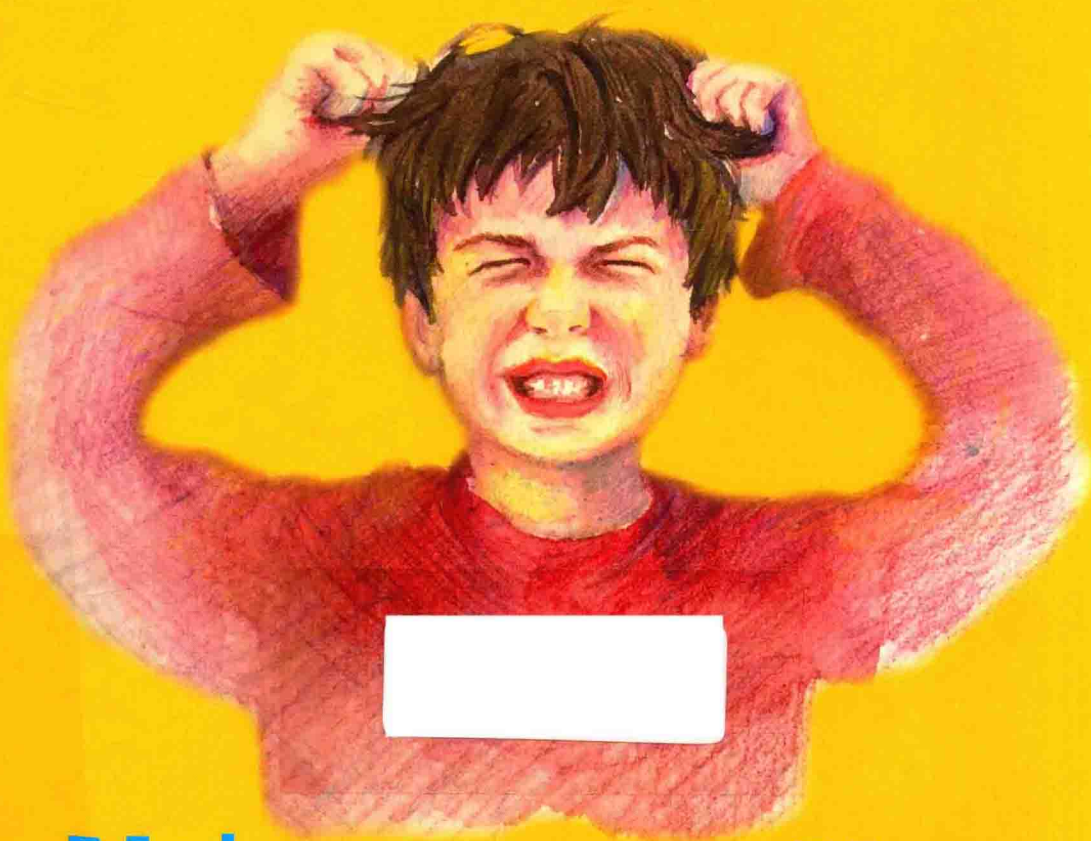


| 孙路弘儿童智力发展系列 |

每位妈妈都能够轻松掌握和运用的数学启蒙方法

妈妈教的数学

孙路弘◎著



Math LEARNed FROM MUM



浙江人民出版社
ZHEJIANG PEOPLE'S PUBLISHING HOUSE

Math Learned From Mum

浙江人民出版社
ZHEJIANG PEOPLE'S PUBLISHING HOUSE

图书在版编目 (CIP) 数据

妈妈教的数学 / 孙路弘著. —杭州: 浙江人民出版社, 2016.11

ISBN 978-7-213-07664-0

I. ①妈… II. ①孙… III. ①数学课—学前教育—教学参考资料
IV. ①G613.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 247388 号

上架指导: 科学教养

版权所有, 侵权必究

本书法律顾问 北京市盈科律师事务所 崔爽律师
张雅琴律师

妈妈教的数学

孙路弘 著

出版发行: 浙江人民出版社 (杭州体育场路 347 号 邮编 310006)

市场部电话: (0571) 85061682 85176516

集团网址: 浙江出版联合集团 <http://www.zjcb.com>

责任编辑: 王放鸣

责任校对: 杨帆 王欢燕

印刷: 北京中印联印务有限公司

开本: 720 mm × 965 mm 1/16

印张: 12.5

字数: 153 千字

插页: 3

版次: 2016 年 11 月第 1 版

印次: 2016 年 11 月第 1 次印刷

书号: ISBN 978-7-213-07664-0

定价: 42.90 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与市场部联系调换。

总序

父母将数学渗透我的人生

马走日，象走田。这是象棋的规则。先乘除后加减，遇到括号全让路。这是四则运算的规则。哆咪唆，大调，来发啦，小调。这是音乐调子规则。先来后到，排队守则，这是乘车规则。这些都是小时候留下的，至今仍然在记忆中的。

下象棋需要规则，才能够与对手进行对抗；做算术题，需要规则，计算的结果才有作用；弹钢琴，也要熟悉音乐的调性，才能够理解国歌的旋律与抒情旋律之间的差别；乘车遵守排队的规则，才不会拥挤，不会出现磕碰。

《妈妈教的数学》激发了我对数学的兴趣，生活中的点点滴滴都可以悄悄地变成数学的形式，比如清点包了多少个饺子，下楼梯楼梯，记住家里的楼号、门牌号，或是收电费。我至今都有这样的习惯，走楼梯数台阶，看地板上瓷砖的数量等。通过这些细小的事情，我不害怕数字，对公式也不恐惧，并渐渐爱上了数学。

《爸爸教的数学》更多的是规则；约束自己的行为，用的就是规则。吃饭、

睡觉,这些生活中的事情都有规则,上学放学也有规则,做数学题也要依靠规则。爸爸引导我重视规则,遵守规则,并按照规则做事。规则仅仅是数学思维方法中的一种,我自己小学期间的日记中,出现爸爸的次数并不多,但每次出现都是伴随着想法、做法和方法的,都是基于思考方式的。由此,爸爸打开了我认识世界的多个小路,多个小窗户。当我成为父亲以后,延续了这个做法,譬如陪伴儿子打篮球的过程,就是一种规则意识和对抗角色的思维排练。

早期购买《妈妈教的数学》的读者反馈较多的是受到了启发,却难以在自己的生活中落实与操作。于是《妈妈这样教数学》就推出了。借助具体的示范,具体的活动和具体的模板,将书中的内容贯穿到生活中,妈妈可以三言两语就让孩子对难题茅塞顿开,就让孩子觉得好玩,就让孩子在不知不觉中,走进数学思维的天地。

这三本书,就是这样的逻辑,让孩子一步步登上智力发展的阶梯,运用兴趣激活的方式让孩子的智力自然发展,同时系统地将智力发育、规则运用与思维方式训练为一种本能。凭借这牢固的基础,数学思维可以扩展到方方面面,成为智力构成的主干。

数学是我一生的智慧源泉:从事市场营销工作,靠的是数学;从事销售工作,需要掌握心理学,其中蕴含着数学中的“模糊的对策模型”;从事顾问咨询工作,靠的仍然是数学。在当下的大数据时代,数学就是我赖以生存的核心血液。数学也是一切科学的基础,是一切学问的皇冠。我并不介意将数学渗入我人生的过程和细节都揭示出来,让每一个爸爸、每一个妈妈都能获得启发,给孩子一个数学天地的魂,用来迎接未来千变万化的挑战。

随我一本一本来,从《妈妈教的数学》开始,翻开第一页,起步……

读书 指南针

感谢您购买这本书，我是孙路弘。正式阅读前，请让我先啰嗦几句：

第一句：书中的日记。那是我童年的记载，源自我的小日记本，其中保留了当时不会写的字和用过的拼音。日记中的片段勾起了我对过去的回忆，这些回忆让我更加理解孩子与成人在视野和思维方式上的差异。看日记，权当是理解一个孩子的童心。如果你的孩子也是小学三四年级，不妨让他们看看日记部分，他们也会学着开始写日记的。我的有些日记是在每一个回合的开篇，也有一部分穿插在行文中，不妨将它们当做时光穿梭机，让你在我的童年与我的现今之间游离一会儿吧。

第二句：测试题。每个回合结尾还有测试题。测试题就是对读者的理解能力进行评估。一个回合阅读结束，内容都理解了吗，是否存在不理解的地方？这一章节的核心本质到底是什么，妈妈们能够完全领会吗？做一下测试题，就能帮您梳理一个回合的梗概与要点。

第三句：二维码。二维码，不是文字；虽读不懂，里面却藏了太多的东西。不过，您手里的智能手机能够解码。用微信的“扫一扫”，然后镜头对准二维码，就能看到了。其中有我的讲解，是我本人亲自出马哟！尤其是通过阅读文字不太容易理解的地方，比如手指操，就可以扫一下旁边的二维码，把我召唤出来了。本书最后还有一个二维码，就是十道测试题的汇总，您可以在线上实时做题，测试自己的理解，马上得到答案解析。

好了，我啰嗦得够多的了，阅读一本书，就是开启一段文字的旅程，旅途中有我伴随。欢迎您随时用二维码把我召唤出来，给您说上一段。现在，开始你安静的阅读旅程吧……



目录

引言

每位妈妈都能锻造一个有价值的人

/ 001



家里有一杆秤

/ 009

物体的轻重是最容易让孩子理解量化作用的切入点，而能够亲眼看到、动手尝试、直接体会并感受，更可以促进孩子理解数字的威力。寓教于乐就是来自生活的教育。



指尖上的数学

/ 023

从数学的历史发展来看，十进制成为最常用的计算体系应该与人类有 10 个手指有关。数字诞生在手指上，指尖上当然有美妙的数学。



粗心到底是什么

/ 039

成人想当然地认为他应该会这个，他应该有积极主动的行为来重复检查。但儿童心理学让我了解到，孩子的本性越淳朴，就越不喜欢重复性的动作。如果妈妈换一个方法让孩子去做，那么主动性和被动性将会发生变化。



默想是智力发展的敌人

/ 055

说出来的任何内容都是对自我意识的超越，是建立在自我思维的水平之上的。这就相当于为自己制造了双核的计算机处理器，无论是在速度上还是深度上，都肯定能够超越单核的处理器。



应用题的关键难点

/ 073

从孩子早期接受数学概念的能力来看，语言理解是最基础的一关，也是最初的难点。培养孩子对数学词汇的熟悉、理解，并渐渐形成认知。这样，当孩子再遇到应用题时，题意理解这一关就可以轻松跨过了。



从手指开窍出大脑智慧

/ 087

对孩子来说，指尖上的数学并不是登堂入室的学术任务，而是启迪心智、启发思维、启动乐趣的探索过程。调动孩子运用手指参与不同形式的计算、数数和清点，都是大脑发育阶段最合适、最贴切的活动。



发烧是多少度

/ 103

儿童心理学在谈到记忆力时有这样的解释：对一个事物的记忆来自于头脑中对这个事物的集中时间，集中的时间越长，对这个事物记忆的时间也就越长。



孩子懂了吗？妈妈怎么知道

/ 123

做题并不能验证孩子对数学概念的掌握情况。作为妈妈，能够用来检验孩子对数学概念掌握情况的唯一方式，就是观察或者询问。



满分学生没有未来

/ 137

至今我从心里乐于教数学，热衷于辅导孩子数学，并能够快速找到孩子学习数学时卡住的原因，这些能力都应该归功于妈妈与我的交谈——面对考试卷子的交谈。



不会做题，只有三种可能

/ 153

发现孩子有完全不会的题目时，父母要明确帮助孩子的目标是什么。不是替孩子把题目做出来，而是帮助他找到一条清晰的通路，理清楚题目的情况，弄明白题目希望他完成什么，或者鼓励他提出自己的疑问。

后记

/ 167

蔡校长写给读者的话：

生活处处皆数学

/ 171

保教授写给读者的话：

为未来浇灌数学之树

/ 175

王博士写给读者的话：

妈妈——早期智慧的培育者

/ 177

测试题答案

/ 180



你不是一个人在读书！

扫码进入湛庐“科学教养”读者群，
与小伙伴“同读共进”！

引言

每位妈妈都能锻造一个有价值的人

我的妈妈是一个普普通通的家庭妇女，她怎么有能力教会我数学呢？

在我小的时候，妈妈的任务无非就是给全家人做饭、洗衣，早晨叫我起床、扔给我干净的衣服。10岁那年我上小学四年级，在我的印象中，我家住在一个筒子楼里，从楼梯上去后，一边有5户人家，另一边有4户人家。9户人家共享3个卫生间、3个厨房。每个月，都有一家要负责收整个楼层9家的电费。由于没有电表，电费是按照人头计算的。

轮到我家收电费时，妈妈会给我一张纸，上面左侧一列有每家应该缴纳的费用，而右侧是空格，用来填写收缴上来的实际金额。如果左侧应该收到的总数与右侧实际收到的总数能够对上，收缴电费的工作就算完成了。我挨家挨户地去收钱，一收到钱就把金额写在右侧相应的位置，然后回家把钱交给妈妈。妈妈点钱，我负责将右侧的数字都加起来，然后把加好的总数写在纸上。

有一次，我发现左右两侧的总数不符，简单一算，差三毛六。妈妈听了这

个数后，连看都没看就说肯定是我把数字的位置写错了。我一一核对了一下，还真是，一家应该收五毛九，我写成了九毛五。不过，妈妈清点实际收到的钱数，却是正确的，也就是说，是我粗心将数的位置写错了。吃过晚饭，我问妈妈：“你怎么连看都没有看就知道是位置写错了呢？”妈妈说：“差三毛六，是9的倍数，应该不会是加错了，而是位置颠倒了。”正是这句话让我陷入了长时间的沉静——至少对一个10岁的孩子来说，连续三天都比较安静，没有那么多好奇的问题，算是够长时间了。

只要差错是9的倍数，最大的可能就是位置颠倒了，这是为什么呢？没错，九毛五与五毛九的差就是三毛六，她是通过三毛六猜测到我将九和五的前后次序弄错了。这里面有什么规律吗？如果写错位置的是八毛五和五毛八，那么差是两毛七，仍然是9的倍数；如果错的是一毛七和七毛一，差是五毛四，还是9的倍数。也就是说，不管我错的地方在哪里，只要差是9的倍数，妈妈都会推测出是我将数字位置弄颠倒了。

她是怎么知道的呢？这个问题不仅让我安静了三天，更让我将一生都投进了数学的天地。

数学这个东西能够吓住许多人，很多家长却仍然前赴后继地将孩子送上这条艰难的旅途。而生活中这么一件小事儿，就能够让一个孩子自愿自觉地去追求数学这门如此枯燥的学科，其威力可真是不小。多少家长因为希望孩子学好数学而送孩子参加各种奥数班、补习班，费了九牛二虎之力，最终却适得其反，使孩子一见到数字便心生恐惧。孩子遇到的困难越多，内心的挫败感就越强烈。当家长们匆匆忙忙送孩子走上艰难的数学之旅时，大概从来没有考虑过孩子的心理感受，更无从谈什么兴趣激发、培养和发展了。妈妈从来没有强迫过我学习数学，我也自然没有被数学吓住。我小的时候对数字、算术没有任何意识，

也就是说，对我而言学的不是什么数学，也不是什么算术，而是游戏、是挑战、是好奇。

试想一下，最初孩子的脑海中本来没有“数学”这个词汇，父母打算教他这么一门高深的学科，于是正经八百地说：“孩子，数学是所有科学的基础，必须学好，咱们今天就开始从数学的基础学起……”这样从一开始，便在孩子的意识中树立了一个艰难的认识，一个模糊的、似懂非懂的概念。当孩子发现父母、老师讲的许多话都难以理解时，数字、数学、算术就渐渐变成让他们恐惧的东西，其心理上就会本能地出现抗拒、抵触的情绪。这时，父母和老师又觉得孩子不听话、不配合，认为孩子的态度有问题，却不知道实际上是教学方法、教学形式让孩子无法接受。

孩子在能力上不具备接受抽象事物的基础，反映出来的消极、逃避不是态度问题，而是能力有限的一种表现。如果从学前阶段就留下这样的心理烙印，小学一二年级又得到进一步的强化，那么对孩子来说，数学从此就真的成了让人恐惧的东西。以后每当再遇到数学系的学生，他们就会心生敬佩，觉得能够学数学得多么聪明啊！其实，数学都是被父母、老师弄成这个样子的。

让我感到自豪的不是我自己，而是我有一位难得的妈妈。收电费不是杜撰的故事，当然也不是神话，它来自真实的生活。此外，还有买日用品时让我口算钱数、乘公共汽车时让我去买票并核对找的钱是否正确等，这样的生活细节培养了让我引以为豪的数学能力。从小学到初中，再到高中、大学，在数学领域建立起来的脑力成为支撑思想的能力，这些能力帮助我更快地理解一些复杂的事情，更快地掌握比较抽象的概念，更快地进入新的领域。等我自己成为数学教师后，在与各种不同性格的孩子互动的过程中，我渐渐认识到，让我引以为豪的并不是我自己的能力，而是给了我这种能力的人——我的妈妈。

妈妈的三言两语总是会让我回味无穷。每年，我家至少会轮上一次查收电费的任务；每周，我都会有加总一周早餐费用的任务；每天，我都习惯性地计算一次下楼的楼梯数。在这些任务中，我有时能够做对，有时会粗心犯错。但是，我的粗心导致的诸多错误不但没有成为挨骂的理由，反而成了引领我探索数学天地的极大诱惑。妈妈指出过我忘记进位的错误，还指出过错位的错误。总之，她总是能够快速看出是乘法做错了，还是加法做错了。她的这种快速发现错误根源的能力总是让我十分感慨，在我成人之后更是如此。

妈妈才是孩子智慧启蒙的关键人物。在北京师范大学数学系求学的过程中，我选修的科目中有儿童心理学。这门学科强调，孩子学习任何新知识、掌握任何新能力、建立各种新概念的过程都是循序渐进的，不仅有术语的认识、熟悉、运用、掌握的过程，还有亲自动手尝试的过程。这个过程可以在学校里由老师辅导来完成，可以通过同学之间的讨论来完成，当然也可以像小朋友玩游戏一样，在参与、体验、尝试中完成。从我幼儿时期的数数、掰手指加法，到儿童时期的加减混合、一位数乘法，再到少儿时期的两位数乘法、简单除法，然后是智力思考应用题、火车追击问题、泳池排水问题、鸡兔同笼问题，及至初中的初等代数、初等几何，每个阶段都有妈妈的影子。妈妈没有上过大学，也没有资格当数学老师，甚至连幼儿园老师的资质也不具备，但她却启蒙了我的数学才智，培养了我一生不变思考习惯。可见，能够真正启蒙孩子智慧的不是老师，而是妈妈。

每位妈妈都能锻造出一个不同的人。任何国家、任何民族，其优秀的儿女、杰出的人才都是由母亲哺育的。有人说，两个民族的竞争其实就是两位母亲的竞争。妈妈的细致周到成就了孩子的健康，妈妈的三言两语塑造了孩子的信念，妈妈一点一滴启发了孩子一生的追求。在当数学老师的职业生涯中，发现每

位妈妈都能够在有意无意之间传递一种知识、激发一个兴趣、点燃一簇火花。不断积累的知识最终会成为思想的基石，不断激发的兴趣最终会成就一生的事业，不断放射的火花最终会迸射出光芒，照亮世界、照亮人类，如明星闪烁般灿烂辉煌，妈妈也就成了培养人才的伟大的人。

爱因斯坦有这样一位妈妈，牛顿有这样一位妈妈，莱布尼茨也有这样一位妈妈。再看看中国历史，祖冲之有这样一位妈妈，徐光启也有这样一位妈妈。这些妈妈都是平凡得不能再平凡的人，教科书中没有她们的名字，历史典册中也没有她们的传记，但她们的贡献与所哺育出的伟人的名字就镌刻在人类历史进程的丰碑上。

对于妈妈而言，你的孩子在 12 岁以前，都是你能够雕琢他的时候。每一个时刻的眼神，每一个瞬间的肢体反馈，每一次的呕心沥血、梦中惊醒，都贯穿着你对孩子的影响——对孩子身体健康的影响，对孩子智力发育的影响，对孩子智慧启蒙的影响。你培育的不是孩子，而是民族的未来。那么，你打算如何启蒙他呢？

任何一个两位数，比如 48，都可以变成 84，然后做一次减法会得到一个数，那个数一定是 9 的倍数。比如 $84 - 48 = 36$ ，36 就是 4 乘以 9 的结果。你不妨再试试 28 这个数，先变成 82，然后做一次减法，得到的是 54，54 是不是 9 的倍数呢？多尝试几个，比如 37、46、19，等等。

神话来自神奇。我的妈妈并不知道这个规律的原理，但却知道这个规律，并在比较两个数字不同的时候运用了这个规律，让一个孩子觉得如此神奇，并将神奇延续下去，从而成为神来之笔，最终被艺术家变成神话。对孩子来说，原理其实并不重要，重要的是应用，把规律用熟、用透、用烂，从而激发出好奇心。在追问每一个“为什么”的过程中，孩子渐渐培养了兴趣，获得了快乐，

而科学的秘密也就一点一点地被揭示了出来。这一切让孩子陷入其中、不能自拔,不知不觉中挖掘的能力、探索的办法都成为习惯、成为本能。智慧源于其中,能力萌发于此。

更重要的是,我的妈妈总是能够在日常平凡的生活中找到自然而然的机会来激发我的兴趣。借收电费计算错误的机会激发了我对数字倍数的兴趣,借乘车买票锻炼了我对减法的熟练应用,借买书培养了我口算、心算、连加的能力。多数妇女都能够生育孩子,但却不是所有生了孩子的妇女都能够成为让孩子自豪的妈妈。寻找生活中的各种细节,并借机发挥,把话题引到孩子有兴趣的层面,这才是合格的妈妈应该做到的。

当我 50 岁的时候,回顾自己已经走过的人生道路,我感谢的人是我的妈妈。她能够做到的这一切,所有用心的妈妈都能够做到,也一定能够通过对孩子智慧的启迪,对兴趣的激发、培养和促进,让孩子拥有更强大、更深刻的思考能力,从而创造美好的人生。

有人说,99% 的父母是教不好自己的孩子的。还有一种更加鲜明的说法:再好、再出色的教师,也教不好自己的孩子。有趣的是,妈妈在她 40 岁谈到对我的教育时,她认为自己是失败的。根据是我没有成为大学教授,没有成为科学家,没有成为知识分子。然而等到她 50 岁谈到对我的教育时,她认为一部分是成功的,比如我做人善良、比较正直、追求事业、不断努力。根据是我在不断学习新的知识,并努力进入全新的领域。等到她 60 岁再谈到对我的教育时,她的说法是,她是成功的。根据是我仍然在从事教育领域的工作,并渐渐得到了这个领域的认可,获得了一定的知名度,而且自我感觉有所成就、对社会有价值。

在父母能不能教好自己孩子的问题上,为了比较客观地判断父母对孩

子教育的作用和效果，请思考如下几个问题：

- 教好孩子的意思是性格好、智力高，还是品质好？或者还有其他的意思？
- 教好孩子用什么来衡量？是考试分数、老师的赞扬，还是各种赛事的奖状？
- 教好孩子应该用孩子的哪个年龄阶段来衡量？

妈妈用她的实践给出了答案，好妈妈胜过好老师。老师给的是知识、是理性、是系统，而妈妈给的是兴趣、是动力、是喜悦。妈妈，不是要成为家里的老师，而是成为一个启蒙孩子智力发育的朋友。在追随科学的路上仅仅有知识、理性、系统并不足以启发孩子，往往还会是一种打击。人需要被自己的兴趣所驱动，而这就需要来自妈妈的细心引导与布局。等孩子长大、真正回头望去时，那种感激、敬佩便会油然而生，因为那既成就了妈妈的期望，也成就了自己的一生。

请您打开这本《妈妈教的数学》，让自己成为一位锻造有价值人才的妈妈。