

少年 百科 丛书

●●● 精选本



解题思路训练

单 埠

shao nian bai ke cong shu jing xuan ben

● 全国第一套以少年为对象的大型丛书。

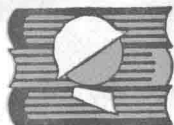
● 着眼于启发思想，丰富知识，培养能力，引起兴趣。

● 被专家、学者誉为“通向知识海洋的窗口”，“哺育巨人的乳汁”。

● 1978年出版以来，累计印行 5000万册。

● 原教育部曾发出专门文件向全国中小学生推荐。

● 中国少年儿童出版社



少年百科丛书精选本

解题思路训练

单 樽

封面设计：李恒辰

插 图：孙 惠
继 勋

● 中国少年儿童出版社

内 容 提 要

这是一本请您听故事，教您玩游戏，帮您和同学比智力的书。全书由34篇短文组成，选材简明别致，都是围绕着掌握思路，活跃思想，灵活善变，增长解题能力来写的。对初中数学中用到的综合法、分析法、反证法、归纳法、穷举法等，都作了有趣的介绍。这是补充课堂教学，生动活泼地学习数学的一个办法。

解 题 思 路 训 练

单 增

*

中国少年儿童出版社 出版 发行

中国青年出版社印刷厂印刷 新华书店经销

*

787×1092 1/32 3.25印张 1插页 35千字

1987年2月北京第1版 1989年8月北京第2次印刷

定价1.60元

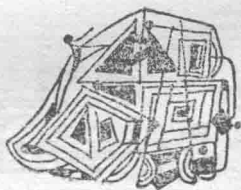


目 次

1	到迷宫去.....	2
2	五角星上放棋子.....	5
3	合并火柴棍.....	8
4	抢三十.....	11
5	蜗牛爬井.....	14
6	添数字.....	16
7	从小爱数学.....	19
8	算周长.....	22
9	解鸡兔同笼.....	25
10	追水壶.....	28

11	卖蛋	31
12	$1 + 1 = 10$	34
13	难题不难一例	37
14	八个等式	41
15	111...111是平方数吗	42
16	1985是两个平方数的差吗	45
17	埃及分数	48
18	成对的幂数	51
19	有多少棵树	54
20	有多少个长方形	57
21	不可缺少的反证法	60
22	欧拉的猜测错了	62
23	公鸡的智慧	65
24	百人报数	68
25	约瑟夫斯问题	71

26	六十四个金环	74
27	哈密尔顿的周游世界	78
28	翻茶杯	81
29	脱鞋穿鞋	83
30	波沙的故事	86
31	乒乓球循环赛	89
32	算二十四点	91
33	一道国际数学奥林匹克题	94
34	算算看看想想	97



千里之行，始于足下。

——老 聃



在数学中，例子比法则

更重要。

——牛 顿





1 到 迷 宫 去

很久以前，希腊的克瑞特城有个国王叫米诺斯，他喂养了一只牛头人身的怪物叫弥诺陶洛斯，这只怪物吃了很多。后来，年轻的英雄泰修斯，决心为民除害，要去杀死这个怪物。可是，这个怪物住在一座迷宫里，这是米诺斯请著名建筑师代达罗斯精心设计建造的，里面的道路迂回曲折，无论谁走进去，不多久就会迷失方向。

不过，泰修斯却没有被困在迷宫里。因为他得到了米诺斯的女儿、美丽的公主阿德涅的帮助。

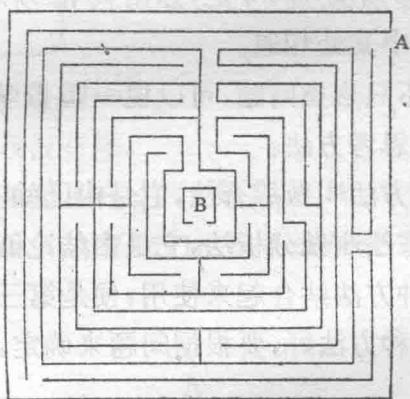
阿德涅给泰修斯一把宝剑和一个线团。泰修斯走到迷宫的入口处，把线团往地上一放，线团就向前滚，把线放开。泰修斯顺着线往前走，很快就到了迷宫的中心，怪物弥诺陶洛斯正躺在那里。他举起宝剑劈死

了怪物,然后又顺着线走出了迷宫。

这座迷宫现在还在吗?

米诺斯的迷宫早已找不到了。不过,既然弥诺陶洛斯能走进走出,那就有路可通。所以,我们也可以来设计一个。

这就是一个迷宫:



现在,有两个问题请你考虑一下:

一、怎样从入口A走到迷宫的中心B?牛头人身的怪物就躺在那里。

二、怎样从中心B走到入口A?

这两个问题是相同的。能从A走到B,自然能从B走到A,反过来也是这样。

注意。从图中B走到A,比从A走到B容易得

多。因为从 A 到 B 时,要遇到很多岔路,不知道该选择哪一条;而从 B 到 A,却几乎不需要选择。在别的图上,可不一定就是这样。

于是,解决这类问题有三个方法:

一、从 A 走到 B;

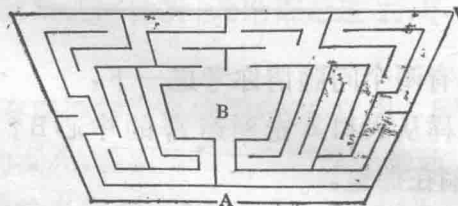
二、从 B 走到 A;

三、泰修斯从 A 向 B 走,弥诺陶洛斯从 B 向 A 走,他们在迷宫中某处相遇。

其实,不只这类问题,可以说一切数学问题,都有这样的三种思考方法。

第一种方法叫做综合法,它是由已知条件推出结论;第二种方法叫做分析法,它是由结论倒推到已知条件;把这两种方法结合起来使用,便是第三种方法了。

究竟哪种方法好,要根据问题来确定。

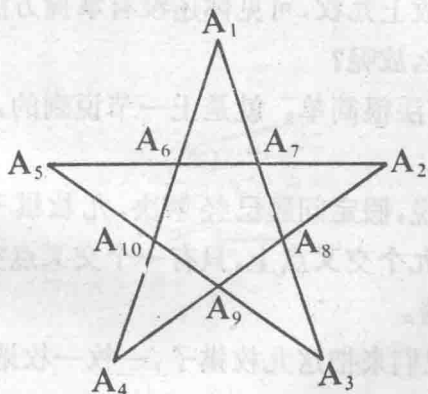




2 五角星上放棋子

这个游戏很有趣。

图上的五角星有十个交叉点 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5 、 A_6 、 A_7 、 A_8 、 A_9 、 A_{10} ，要我们把棋子放在交叉点上，看谁放得多。



一切游戏都有规则。这里放棋子的规则是：从一个没有放棋子的交叉点开始，沿直线向前数一、二、三，把一枚棋子放在第三个交叉点上；在每个交叉点上，只能放一枚棋子。

例如，从 A_1 出发，在 A_8 处放上棋子；再从 A_1 出发，在 A_{10} 处放棋子；从 A_8 出发，在 A_4 放棋子；从 A_5 出发，在 A_7 放棋子；从 A_9 出发，在 A_2 与 A_6 放棋子。这样放上六枚棋子，剩下的四个交叉点 A_1 、 A_3 、 A_8 、 A_9 ，都无法再放了。

你来试试。

一试，有时放五枚棋子，有时放六枚或者七枚、八枚、九枚。九枚最多，可重放一次，放了八枚就无法再放了。

不能准放上九枚，可见你还没有掌握方法。

那该怎么放呢？

其实，方法很简单。就是上一节说到的，把问题反过来考虑。

换句话说，假定问题已经解决，九枚棋子，已经放在五角星的九个交叉点上，只有一个交叉点空着，比如说是 A_{10} 空着。

现在，我们来把这九枚棋子，一枚一枚地取下来。按照放棋子的规则，取的要求是：从那个没有放棋子的

交叉点 A_{10} 开始,沿直线向前数一、二、三,把 A_1 与 A_3 上的棋子取下来。其余类推。

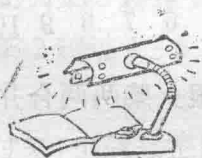
这样把九枚棋子取下来很容易:

$A_{10} \rightarrow A_1 \rightarrow A_8 \rightarrow A_4 \rightarrow A_6 - A_2 - A_9 - A_5 - A_7 \rightarrow A_3$;

$A_{10} \rightarrow A_3 \rightarrow A_7 \rightarrow A_5 \rightarrow A_9 \rightarrow A_2 \rightarrow A_6 \rightarrow A_4 \rightarrow A_8 \rightarrow A_{10}$ 。

现在,再把上面的过程反过来,就好把九枚棋子放上去了:从右到左,从空格 A_7 出发,在 A_3 放上棋子;从空格 A_5 出发,在 A_7 放棋上子;从空格 A_9 出发,在 A_5 放上棋子;...最后从 A_{10} 出发,在 A_1 放上第九枚棋子。

明白了道理,你就不难把这样的方法,用在其它的图形上。比如说,在跳棋盘上放上尽可能多的棋子。

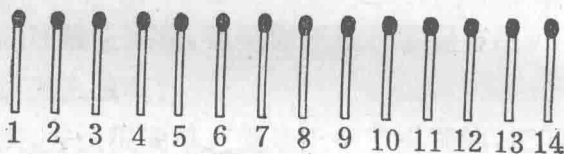




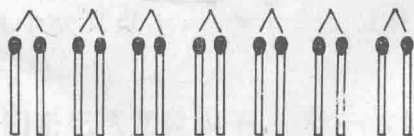
3 合并火柴棍

不少好玩的游戏和火柴有关。这里介绍的就是一个。

把十四根火柴摆成一排：



要你把这十四根火柴两两合并成七对：



合并的要求是：每根火柴只能越过两根，与另一根并在

一起。

例如，火柴 3 可以越过 4、5 与 6 合并；然后，火柴 5 又可以越过 3、6 与 7 合并。

你试一下。要是并成了，再考虑进一步的问题：把十四改成更大的偶数，例如四十，该怎么办？

十四根就不容易了，四十根更难。

欲进先退，从最简单的情况做起。就是把火柴的根数减少、再减少，一直减少到最少的根数。

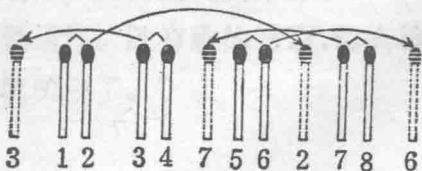
按照要求，两根和四根显然不行。反复试试，六根也不行。八根呢？看来有希望。

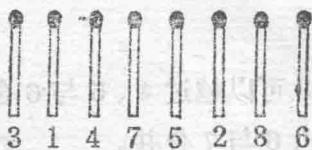
怎么并呢？

还是采用前面用过的方法。假设问题已经解决，就是已经摆成了四对，看能不能还原回去。

一试。行。先把火柴 3 越过 2、1；再把火柴 6 越过 7、8；然后把火柴 2 越过 4、5；最后把火柴 7 越过 2、5。

把这个过程反过来，也就是把图中的 7 与 8 合并；2 与 1 合并；3 与 4 合并；6 与 5 合并，又变成四对了：





解决了八根火柴的问题，我们就好来解决十四根了。

你看，把开始图中的火柴4，越过3、2，与1合并，十四根火柴的问题就化为十二根。再把图中的火柴6，越过5、3，与2合并，问题又化为十根。再把图中的火柴8与3合并，问题又化为八根。所以，解决了八根火柴的合并问题，十根、十二根、十四根火柴的合并问题也随之解决了。

这样，要把十六根、十八根、…四十根，以至任意多的偶数根火柴，两两合并成对，就都变得容易了。

现在，请你考虑一下，看怎样把一排二十一根火柴并成七堆，每堆三根。并的要求是：每根火柴只能越过三根，与其他火柴并在一起。





4 抢 三 十

小聪与小明在抢30。

两个人从1开始，轮流往下报数，每次至少报一个数，至多报三个数，谁报到30就胜了。

“1，2”，小聪开始报数。

“3，4，5”，小明接着往下报。

“6”。

“7，8”。

……

结果，小聪报到30，小明输了。接连报了几次，总是小聪胜。

“怎么老输？我的运气真不好。”

“这不是运气。胜有胜的道理，输有输的原因。换个玩法，你就明白了。”