

ADVANCED
MATHEMATICS

高等学校教材

高等数学

第四版 上册

金 路 童裕孙 於崇华 张万国 编

高等教育出版社

高等学校教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

第四版 上册

金 路 童裕孙 於崇华 张万国 编

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是在第三版的基础上修改而成的。作者根据大量的教学信息反馈和更加深刻的教学体会,对原书作了大量的修改,并增删了部分内容,其目的是使本书更适用于大学数学基础课的实际教学过程,符合实际需要,并且使教学内容更易于学生理解和接受。本书的主要特色是以现代数学的观点审视经典的内容,科学组织并简洁处理相对成熟的素材,对分析、代数、几何等方面作了统一的综合处理,揭示数学的本质、联系和发展规律;注重数学概念的实际背景和几何直观的引入,强调数学建模的思想和方法;在适度运用严格数学语言的同时,注意论述方式的自然朴素,以便读者易于理解;配有丰富的图示、多样的例题和习题,便于学生理解和训练。

全书分上、下两册。上册包括一元微积分、线性代数、空间解析几何;下册包括多元微积分、级数、常微分方程、概率论与数理统计。

本书可作为高等学校理科、工科和技术学科等非数学类专业的教材,也可供经济、管理等有关专业使用,并可作为上述各专业的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学.上册/金路等编.--4版.--北京:
高等教育出版社,2016.7

ISBN 978-7-04-045507-6

I. ①高… II. ①金… III. ①高等数学—高等学校—
教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 103005 号

策划编辑 杨波
插图绘制 黄建英

责任编辑 杨波
责任校对 窦丽娜

封面设计 张申申
责任印制 毛斯璐

版式设计 马云

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 国防工业出版社印刷厂
开本 787 mm × 960 mm 1/16
印张 30.25
字数 560千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>
版 次 2001年9月第1版
2016年7月第4版
印 次 2016年7月第1次印刷
定 价 46.70元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 45507-00

第四版前言

本书第三版出版之后,编者在收到大量教学信息反馈的同时,还注意到了社会发展的多样化及其产生的新需求,科技创新与数学科学的关联越来越密切,以及国内外教材发展的新信息,这一切促使我们不断对教材进行修改、充实和完善。在保持原教材的教学理念和编写宗旨的基础上,我们充分重视同行的意见,并汲取国内外先进的教学经验、教学思想和教学内容,注意将其融入到教材的改进之中。第四版主要修订之处就在于:

一、对全书各章节从整体上作了全面梳理,调整了一些叙述次序,以使条理更清晰。对许多内容的叙述进行了细致的补充和修改,增加了例题和习题,力争使叙述更加简单易懂。此外,借助于数学软件全面丰富了图示和一些数学现象,使之更确切、生动和直观,便于学生理解与探索。

二、在注重分析、代数、几何之间的有机结合与相互渗透的同时,对各部分的衔接作了进一步加工,使它们既利于学生融会贯通,也便于教师将各部分内容分开独立讲授或部分讲授,适于各专业教学的取舍。其中讲授微积分部分,只需第一章至第三章,第四章的前三节,以及第六章至第十章的内容便可;讲授线性代数部分,只需第四章至第五章的内容便可,它们可自成一体;讲授概率论与数理统计部分,只需第十一章至第十二章的内容便可,所需的基础是简单的微积分知识。

三、充分借鉴了一些国外教材重视计算技术与应用数学的思想,对原书中许多部分进行了进一步的加工,增加了数值分析方法和数学模型的介绍,使之更贴近于实际应用和科学研究的需要。

四、补充了一些内容,如空间曲线和曲面的几何特征、常微分方程组、内积空间、线性回归分析等,并增加了一些与后继课程相衔接的例题或内容,补充了一些具有理论应用和科学计算意义的习题。目的是使这本教材更适用于大学中各基础课和专业课的实际需要。

五、应广大读者的要求,增加了关于习题的答案与提示内容,对计算题给出了答案,并对证明题给出了提示。

本次修订工作由金路和童裕孙完成。修订工作得到了复旦大学教务处、复旦大学数学科学学院和学院同事的支持和帮助,编者在此谨致衷心的感谢,同时也诚挚地恳请各位同行继续提出批评和建议。

编者

2015年9月

第三版前言

本书第二版自出版以来被多所学校选用,许多具有丰富教学经验的教师提供了积极、中肯的意见和建议,使用本教材的学生们也经常谈及他们的体会。第三版已列入普通高等教育“十一五”国家级规划教材,为保证修订工作的质量,我们在较大范围内听取了教师们的意见,并认真总结了多年来的教学经验,对教材作了全面的审阅、思考和修改。

在这次修订过程中,我们在原教材编写宗旨和结构框架基础上作了以下进一步的考虑:

一、由于数学的思想、方法和技术在自然科学、工程技术、社会科学以及日常生活中发挥着越来越重要的作用,对数学的教学提出了更高的要求,因此大学数学的教学要能够在不增加或少增加教学学时的前提下,使学生学到更丰富、更实用的现代数学知识,具有更强的运用数学方法、工具和技术的能力,以适应时代发展的需要。因此,我们对教材内容的取材深度与广度作了反复斟酌,对全书各章节从整体上作了全面梳理,并作了适当的增删。

二、进一步对教材内容的安排作综合考虑和整体优化,致力于以现代数学的观点处理经典的素材,加强了分析、代数、几何之间的有机结合与相互渗透。因此,我们对教材的相关内容,特别是对线性代数部分作了加工和修改,希望使之更加符合现代数学的发展趋势,更贴近于现代科技的要求。

三、注重教材内容的叙述更加符合认知规律,强调数学概念的实际背景和几何直观,致力于把形式逻辑推导所掩盖的背景来源、概念间的内在联系、解决问题的思想方法等生动而又直接地揭示出来,引导学生逐步理解数学的本质和发展规律。同时,更加强调数学建模的思想和方法,注重培养学生的应用能力和创新意识。因此,我们对全书许多部分的叙述和题材作了调整、修改和补充,并重新编写了概率论与数理统计部分。

四、注重数学教学的严密性、系统性和揭示科学的思想性,注意恰当运用严格的数学语言与推理,使学生适度接触精彩的数学抽象,积累逻辑思维的经验,锻炼理性思维和科学辨析能力。因此,我们对全书从整体叙述上作了进一步的加工,使之更确切、科学和规范。

五、根据教学需要增删了一些例题,调整了部分习题,以利于提高教学与训练的效果。

本次修订工作由金路和童裕孙完成。修订工作得到了复旦大学教务处、复

旦大学数学科学学院和学院同事的支持,编者在此谨致衷心的感谢。我们深知作为基础课教材“没有最好,只有更好”,因而诚挚地恳请使用这本教材的老师 and 同学们继续提出批评和意见。

编者

2008 年 4 月

第二版前言

本书第一版问世以来,我校理科和技术学科各专业、经济类各专业乃至医学类各专业的高等数学课程均采用了这本教材。在使用过程中,不少教师和学生提出了十分中肯的意见和很好的建议,为我们这次修订提供了充足的依据。

修订后的第二版并不改变原教材的编写宗旨、结构框架和主要内容,因为原书的特色正是通过它们体现出来的。主要修订之处在于:改写了原书中叙述不太确切或由于条理、文字等因素致使效果不佳的段落;对教材中过于简略的部分作了调整和充实;增加了一些必要的或较精彩的例题;删去了若干多次同类重复或有问题的题目,并补充了一些综合性的习题。这些修改散见于全书各篇,其中变动最大的是线性代数各章节。在这一部分中,我们在多处更改了例题,重作了证明,调整了叙述次序,以使条理更清晰,全书风格也更为一致。此外,我们还补充了关于曲率、反常积分等基本内容。对每一部分的修改,我们都反复推敲,再三权衡,目的是使这本教材更适用于大学数学基础课的实际教学过程。

如果说本书第一版因编写时间匆促,略嫌粗糙的话,这一版因有大量教学信息的反馈,使我们能较好地把握修订质量。我们深知一本成熟的教材须久经锤炼,因而仍然热切地期望广大师生一如既往,不吝指正。以期通过共同努力,把这本教材的质量提升到一个新的台阶。

编者

2003年8月

第一版前言

大学数学课程的建设历来受到高等院校教育工作者的广泛关注,适应不同需要的教科书品种繁多。在长期的教学工作中,我们曾接触过一些很有特色的教材,受益匪浅。然而,课堂教学的实践、与各专业老师的共同探讨以及来自学生的信息反馈,仍使我们多年前就萌发了编写一本通用于我校理科和技术学科各专业高等数学教材的意向。

计划早已列出,大纲亦几经斟酌,年复一年却迟迟未能下笔。这固然缘于诸多客观因素,其实因为我们深知这门课程的分量,所以希望再看一看、想一想,冷静地把编写思路整理得更清晰些。在此期间,教育部组织并启动了高等教育改革研究的计划,理科非数学类高等数学课程的建设被列为其中一项。作为项目参加成员,我们有机会与兄弟院校的同行一起作深入的研讨,从教育观念上达到了一个明确而重要的共识:大学数学教育的目标不仅在于为学生提供学习专业知识的工具,更重要的在于引导学生掌握一种现代科学的语言,学到一种理性思维的模式,接受包括归纳、分析、演绎等各项数学素质的训练。根据这一理解,就有可能较为自觉而准确地把握好知识传授与能力培养的关系、基本技能训练和应用意识熏陶的关系、逻辑体系的继承性与教学内容现代化的关系。

基于对高等数学课程的认识与体验,我们在教材编写过程中特别注意了以下几个方面:

首先,大学数学基础课的教材,无疑应包含分析、代数、几何和随机数学这几部分的内容。作为一部完整的教材,须对全书的内容作统一的综合处理,使其不致沦为零星素材的简单堆砌。在本书中,第二篇线性代数与空间解析几何既是一个相对独立的篇章,又在第一篇一元函数微积分与第三篇多元函数微积分之间架起了一座桥梁。线性代数的语言与方法渗透于多元微积分的展开之中,将有利于学生对这两方面知识的理解与深化。

其次,由于本教材以非数学类学生为对象,取材的深度与广度自有一定限制。我们一方面尽量以学生易于接受的自然形式,展开各章节的数学材料,以帮助学生理解概念提炼的必然性、条件引入的合理性和证明过程的科学性;另一方面也注意恰当地运用严格的数学语言与推理,切实保证教材必要的系统性和严谨性,使学生有机会适度接触精彩的数学抽象、积累理性思维的经验,这是提高学生数学素质的重要环节。

再次,我们致力于以现代数学的观点统率经典的内容。在避免人为地提高

课程平台的前提下,精心组织并简洁处理相对成熟的材料,在一定程度上缩小教材的篇幅,以适应多数专业的学时分配。

同时,我们在较为广泛的范围内选取了一些应用性的例题和习题,并试图从中体现数学建模的思想与方法,以培养学生的应用意识,提高学生融会贯通地分析问题、解决问题的能力。教学实践证明这是增强高等数学课程活力的有效途径。

此外,我们在注意力求使教材的基本内容准确到位的同时,还先易后难地配置了相当数量的习题。例题和习题的选取兼顾了各类学生的需要,教师可根据学生的不同程度选择使用。

一般说来,大学教材并非教师照本宣科的脚本。同一本教材可以适用于不同的对象,教出不同的风格。我们把本书的目标定位在一本适用于理工类大部分专业的数学基础课程的教材,其内容经选择也应适用于对数学要求较高的其他各类(如经管、师范)有关专业的高等数学课程。作为本书前身的同名讲义,曾经在我校物理、电子工程、材料、电光源等系的各个大班和理、化、生各理科基地班使用。从2001年秋起,我校物理类、化学类各系和生命学院各系将同时使用这本教材。根据我们的经验,学生在两个学期内能学完前四篇的全部内容,第五篇可作为第三学期数学课程的内容。对于仅开设两学期数学课程的院系,为讲完全书主要内容,可以略去第二篇的“线性空间和线性变换”一章中除特征值问题外的其他各节、第三篇的“多元函数积分学”一章中关于曲线积分、曲面积分和场论等内容以及第五篇的“数理统计”一章中的部分内容。

复旦大学数学系每年都有近二十名教师承担高等数学的教学任务,多年来,我们在与大家的教学交流中获得了大量的启示;朱胜林教授、曹源副教授与翁史伟老师和我们一起试用过这本讲义,提出了许多宝贵的意见;在本书编写过程中,我们还自始至终获得了复旦大学前副校长严绍宗教授、副校长孙莱祥教授的关心与鼓励;教务处方家驹教授多年来一直支持着我们的工作;高等教育出版社的胡乃冈同志和徐刚同志以及上海分部的陈建新主任为本书的顺利出版提供了热情的帮助,值此本书面世之际,我们谨向以上诸位致以诚挚的谢意。

限于水平,我们的一些主观设想写成文字后也许走了样,全书的缺陷也在所难免。殷切地期望广大读者不吝指正,希望通过共同努力,经日后修订,使这本教材日趋成熟。

编者

2001年3月于复旦

目 录

第一篇 一元函数微积分

第一章 极限与连续	3
§ 1 函数	3
函数的概念	3
函数的图像	5
函数的性质	6
复合函数	8
反函数	9
初等函数	10
习题	15
§ 2 数列的极限	16
几个例子	16
无穷小量	18
无穷小量的运算	19
数列的极限	21
收敛数列的性质	22
单调有界数列	26
Cauchy 收敛准则	28
子列	29
习题	30
§ 3 函数的极限	31
自变量趋于有限值时函数的极限	31
极限的性质	34
单侧极限	39
自变量趋于无限时函数的极限	40
习题	43
§ 4 连续函数	44
函数在一点的连续性	45
函数的间断点	48

初等函数的连续性	49
闭区间上连续函数的性质	50
无穷小和无穷大的连续变量	52
曲线的渐近线	56
习题	59
第二章 微分与导数	61
§1 微分与导数的概念	61
一个实例	61
微分的概念	62
导数的概念	64
导数的意义	66
微分的几何意义	68
习题	69
§2 求导运算	70
几个初等函数的导数	70
四则运算的求导法则	71
复合函数求导的链式法则	73
反函数的求导法则	76
基本初等函数的导数表	79
对数求导法	81
高阶导数	82
习题	85
§3 微分运算	86
基本初等函数的微分公式	86
微分运算法则	87
一阶微分的形式不变性	88
隐函数求导法	88
由参数方程确定的曲线的斜率	90
微分的应用:近似计算	92
微分的应用:误差估计	94
习题	95
§4 微分学中值定理	96
局部极值与 Fermat 定理	97
Rolle 定理	97
微分学中值定理	99

Cauchy 中值定理	101
习题	102
§ 5 L'Hospital 法则	103
$\frac{0}{0}$ 型的 L'Hospital 法则	104
$\frac{\infty}{\infty}$ 型的 L'Hospital 法则	106
其他不定型的极限	107
习题	109
§ 6 Taylor 公式	110
带 Peano 余项的 Taylor 公式	111
带 Lagrange 余项的 Taylor 公式	112
Maclaurin 公式	114
习题	117
§ 7 函数的单调性和凸性	118
函数的单调性	118
函数的极值	121
函数的最大值和最小值	123
函数的凸性	128
曲线的拐点	129
函数图像的描绘	130
习题	133
§ 8 函数方程的近似求解	135
习题	139
第三章 一元函数积分学	140
§ 1 定积分的概念、性质和微积分基本定理	140
面积问题	141
路程问题	142
定积分的定义	142
定积分的性质	145
原函数	146
微积分基本定理	148
习题	149
§ 2 不定积分的计算	151
不定积分	151

基本不定积分表	152
不定积分的线性性质	153
第一类换元积分法(凑微分法)	154
第二类换元积分法	158
分部积分法	161
有理函数的积分	164
某些无理函数的积分	167
三角函数有理式的积分	169
习题	171
§ 3 定积分的计算	174
分部积分法	174
换元积分法	176
数值积分	181
习题	184
§ 4 定积分的应用	187
微元法	187
面积问题(直角坐标下的区域)	188
面积问题(极坐标下的区域)	189
已知平行截面面积求体积	190
旋转体的体积	191
曲线的弧长	192
旋转曲面的面积	193
曲线的曲率	195
由分布密度求分布总量	198
动态过程的累积效应	200
习题	203
§ 5 反常积分	205
无穷限的反常积分	205
比较判别法	208
无界函数的反常积分	209
Cauchy 主值积分	214
Γ 函数	216
B 函数	217
习题	219

第二篇 线性代数与空间解析几何

第四章 矩阵和线性方程组	223
§ 1 向量与矩阵	224
向量	224
矩阵	224
矩阵的运算	227
分块矩阵及运算	233
习题	236
§ 2 行列式	238
行列式的定义	238
行列式的性质	240
习题	245
§ 3 逆矩阵	247
逆矩阵的概念与性质	247
用初等变换求逆矩阵	250
Cramer 法则	254
习题	256
§ 4 向量的线性关系	258
线性相关与线性无关	258
与线性关系有关的性质	261
习题	265
§ 5 秩	266
向量组的秩	266
矩阵的秩	268
习题	275
§ 6 线性方程组	276
齐次线性方程组	276
非齐次线性方程组	282
Gauss 消元法	289
Jacobi 迭代法	292
习题	295
第五章 线性变换、特征值和二次型	298
§ 1 线性空间	298
线性空间	298

线性空间的基与坐标	304
基变换与坐标变换	308
习题	312
§ 2 线性变换及其矩阵表示	314
几种简单的几何变换	314
线性变换	316
线性变换的运算	318
线性变换的矩阵表示	319
不同基下表示矩阵的关系	323
习题	327
§ 3 特征值问题	329
矩阵的特征值和特征向量	329
特征值和特征向量的性质	331
可对角化的矩阵	335
Jordan 标准形简介	338
线性变换的特征值和特征向量	340
习题	341
§ 4 内积与内积空间	342
Euclid 空间	342
正交基	344
正交矩阵和正交变换	347
酉空间、酉矩阵和酉变换	349
内积空间	350
习题	357
§ 5 正交相似和酉相似	359
对称矩阵、Hermite 矩阵和正规矩阵	359
正交相似	360
酉相似	363
习题	366
§ 6 二次型及其标准形式	367
一个例子	367
二次型与对称矩阵	370
化二次型为标准形的几种方法	372
习题	376
§ 7 正定二次型	377

惯性定理	377
正定二次型和正定矩阵	379
用 Cholesky 分解解线性方程组	384
二次曲线的分类	385
习题	387
第六章 空间解析几何	389
§1 向量的内积、外积和混合积	389
空间直角坐标系	389
向量	391
向量的内积和外积	391
向量的混合积	397
习题	399
§2 平面和直线	400
平面方程的几种形式	400
直线方程的几种形式	402
平面束	405
点到平面、直线的距离	406
交角	408
习题	410
§3 曲面、曲线和二次曲面	412
曲面方程	412
曲线方程	417
二次曲面	419
习题	426
常用的平面曲线	428
部分习题答案与提示	432

第一篇 一元函数微积分

微积分作为一门科学,产生于 17 世纪后半期,基本完成于 19 世纪,而它的一些基本思想则萌芽于人类文明社会早期的古代.

原始的极限思想在世界上的不同地区、不同时代多次出现. 对任意的封闭曲线所围成的平面图形面积的计算是微积分概念的主要来源之一. 这类问题在 Euclid(欧几里得)的《几何原本》就有所反映. 公元前 3 世纪,古希腊数学家 Archimedes(阿基米德)提出用逼近的方法计算圆周率,正是对此类方法的重要贡献. 我国古代成书于春秋末年的《庄子》中记载了一个命题:“一尺之棰,日取其半,万世不竭”,就涉及无限的概念. 我国魏晋时代的数学家刘徽提出了割圆术,即利用圆内接正多边形面积来推算圆面积的方法. 二百多年后,祖冲之的儿子沿着刘徽的思路完成了球体积的推导,并概括出“祖暅原理”:“缘幂势既同,则积不容异”,即横截面积相同的空间区域体积也相同. 这些工作实际上都朦胧地体现出微积分的思想.

由于受到社会生产力和科学本身发展的制约,在相当长的一个历史阶段中,这些萌芽了的工作未被后人所直接继续. 直至 16 世纪中叶,伴随着大工业的发展,数学符号化的成熟和解析几何的问世,大量数学问题迅速涌现,这就为数学家创造性的工作开拓了方向. 当时有代表性的问题大致是以下几类:对各类运动讨论的过程中,已知位移求速度和加速度. 或者反之,已知加速度求速度和位移;由天文观察中透镜形状设计的需要,求曲线的切线;诸如与行星离太阳的最远点、最近点等问题有关的,求函数的最大值与最小值;求曲线的长度,曲面的面积和空间区域的体积. 百余年间,上述各类问题被多位著名的和一批不那么知名的欧洲科学家具体研究过,包括 Galilei(伽利略)、Descartes(笛卡儿)、Kepler(开普勒)和 Fermat(费马),其中也出现过不少极其成功地、富有启发性的方法.

任何一种理论终究并非各种特例堆积而成. 科学中每一项重大的进展,一方面无一例外地建立在长期以来许多人所作出的一点一滴的贡献之上. 另一方面需要有人跨出关键的一步. 这样的人必须具备敏锐的目光、丰富的想象和过人的胆略. 对微积分而言,这样的科学先驱便是英国数学家 Newton(牛顿)和德国数学家 Leibniz(莱布尼茨),他们不仅提炼了前人的方法,而且揭示了微分和积分的相互关系,最终建立了微积分基本定理. 至此,微积分终于成为一个新的、富有生命力的数学分支.