

非线性计量经济模型

统计 分 析

陈家清 著



武汉理工大学出版社
WUTP Wuhan University of Technology Press

非线性计量经济模型统计分析

陈家清 著

武汉理工大学出版社

· 武汉 ·

内 容 提 要

本书较为系统地对非线性计量经济模型的统计分析及其应用进行了研究,主要内容包括非线性时间序列检验方法、条件异方差模型、SETAR 模型的经典统计和贝叶斯统计分析、DTAR-GARCH 模型的贝叶斯分析、AR-TAR-GARCH 模型的贝叶斯分析、STAR-GARCH 模型的统计分析、马尔可夫转换模型的统计分析、空间计量经济模型、波动溢出效应模型和缺失数据下半参数部分线性回归计量模型。

本书可以作为统计学、计量经济学和管理科学与工程专业高年级本科生、硕士生和博士生的教材,也可以作为相关专业高校教师、研究人员和科技人员的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

非线性计量经济模型统计分析/陈家清著. —武汉:武汉理工大学出版社, 2016.8

ISBN 978-7-5629-5196-4

I. ①非… II. ①陈… III. ①非线性-计量经济模型-统计分析 IV. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 215657 号

项目负责人:陈军东 彭佳佳

责任编辑:彭佳佳

责任校对:张莉娟

装帧设计:芳华时代

出版发行:武汉理工大学出版社

社 址:武汉市洪山区珞狮路 122 号

邮 编:430070

网 址:<http://www.wutp.com.cn>

经 销:各地新华书店

印 刷:武汉兴和彩色印务有限公司

开 本:787×960 1/16

印 张:15.5

字 数:320 千字

版 次:2016 年 8 月第 1 版

印 次:2016 年 8 月第 1 次印刷

定 价:60.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请向出版社发行部调换。

本社购书热线电话 027-87785758 87515778 87391631 87165708(传真)

· 版权所有 盗版必究 ·

前 言

直到 20 世纪 70 年代,金融时间序列分析和现代宏观计量经济学的研究一直都是线性模型占主导地位,并且在实际应用中广泛使用。随着世界贸易的不断发展,经济形势日渐复杂,为了打破线性模型在应用方面的局限,研究者越来越青睐非线性时间序列计量经济模型,现代学者更是利用非线性组合模型以期更加准确地描述社会经济现象。本书主要向读者介绍非线性计量经济模型的统计分析及其应用,共分为 13 章,具体内容安排如下:

第 1 章:引言。本章简要介绍非线性时间序列分析框架、机制转换模型、空间计量经济学、贝叶斯计量经济学的相关研究背景知识。

第 2 章:统计分析基础理论。介绍经典统计分析方法、贝叶斯统计分析及计算方法和 WinBUGS 软件。

第 3 章:非线性时间序列检验方法。介绍平稳性单位根检验,模型设定的非线性检验,门限检验以及贝叶斯估计参数的收敛性检验。

第 4 章:条件异方差模型。介绍了 ARCH 模型族和 GARCH 模型族的特点及 ARCH 效应检验方法。通过建立 GARCH 类模型来研究我国居民消费价格指数的波动特征。

第 5 章:SETAR 模型的经典统计分析。介绍了自激励门限自回归(SETAR)模型的基本理论,参数估计方法以及检验方法;根据经验分布的分位数确定门限分点值,并且采取层层嵌套一维寻优估计参数的方法对我国 GNP 建立 SETAR 模型;根据“点值图”法确定门限分点值,逐个体制估计模型参数,通过建立 SETAR 模型来研究金融危机前后人民币对美元汇率的变动趋势。

第 6 章:SETAR 模型的贝叶斯分析。分别从两个角度出发对 SETAR 模型做贝叶斯分析;基于第一种方法对我国 GNP 建立贝叶斯自激励门限自回归模型;基于第二种方法对金融危机前后人民币对美元汇率的波动特征进行分析。

第 7 章:DTAR-GARCH 模型的贝叶斯分析。概述了双门限自回归模型(DTAR-GARCH)的起源和结构特点,对 DTAR-GARCH 模型进行经典统计分析和贝叶斯统计分析。基于 DTAR-GARCH 模型对中美汇率的波动性进行贝叶斯分析;对商品零售价格指数(RPI)建立 DTAR-GARCH 模型,分别做经典统计的参数估计和贝叶斯参数估计并进行对比分析。

第 8 章:AR-TAR-GARCH 模型的贝叶斯分析。给出三个常见的异方差门

限自回归模型,并分析各自特点;对 AR-TAR-GARCH 模型进行贝叶斯分析和 M-H 抽样,对我国零售商品价格指数月度数据建立多个异方差门限自回归模型,并给出贝叶斯分析的结果,通过比较选择最优模型;将沪深 300 指数周收益率分为两段,分别建立贝叶斯 AR-TAR-GARCH 模型,分析沪深 300 指数收益的波动性。

第 9 章:STAR-GARCH 模型的统计分析。介绍平滑转换自回归模型(STAR)起源以及两个常见的 STAR 模型——ESTAR 模型和 LSTAR 模型;论述模型识别方法和 STAR-GARCH 组合模型;通过对中美月汇率中间价序列建立 ESTAR-GARCH 模型来分析汇率的非线性波动特征,并且给出汇率预测值。

第 10 章:马尔可夫转换模型的统计分析。主要对 m -MSA(p)模型进行了经典统计分析和贝叶斯分析。

第 11 章:空间计量经济模型。介绍空间计量经济模型理论基础,空间半参数回归模型(SP-SAR)两步贝叶斯分析方法,以及实证研究空间知识溢出效应的度量。

第 12 章:波动溢出效应模型。利用广义误差分布(GED)来刻画收益率序列的尖峰厚尾特征对金融危机后美国股市与国内股市、英国股市与国内股市的动态关联性和波动溢出效应,建立了 DCC-MVGARCH 和 VAR-MVGARCH-BEKK-GED 模型;采用 Wald 检验对波动溢出效应的显著性进行检验,并运用 Q 统计量和自相关函数对所建模型的合理性进行诊断、检验。

第 13 章:缺失数据下半参数部分线性回归计量模型。参数的点估计及置信区间的构造;最佳窗宽的选择;证明统计量的渐近卡方性质;模拟仿真分析及实证分析。

在本书的撰写过程中,华中科技大学经济学院王少平教授、武汉大学经济与管理学院王先甲教授、武汉理工大学经济学院王仁祥教授等提出了许多宝贵意见和建议;张智敏、王人福、钱瑶、查依慧、陈志强、金倩聿、刘金等研究生做了大量的研究和编写工作;本书部分研究成果得到了国家博士后基金面上项目(20100471168)、湖北省自然科学基金面上项目(2014CFB863)以及国家自然科学基金面上项目(81671633)的资助;同时本书的出版得到了武汉理工大学研究生院和理学院领导的大力支持和帮助。本人在此一并表示衷心感谢!

由于作者水平有限,书中难免存在疏漏和不足,恳请专家和读者提出宝贵的意见。

作者
2016 年 04 月

目 录

1 引言	(1)
1.1 非线性时间序列分析框架	(1)
1.2 机制转换模型	(2)
1.3 空间计量经济学	(3)
1.4 贝叶斯计量经济学	(4)
2 统计分析基础理论	(7)
2.1 经典统计分析方法	(7)
2.2 贝叶斯统计分析方法	(13)
2.3 贝叶斯计算方法及软件应用	(18)
3 非线性时间序列检验方法	(22)
3.1 平稳性单位根检验	(22)
3.2 非线性检验	(25)
3.3 门限检验	(28)
3.4 贝叶斯估计参数的收敛性检验	(30)
4 条件异方差模型	(32)
4.1 ARCH 模型族的简介	(32)
4.2 实证分析	(36)
4.3 本章小结	(46)
5 SETAR 模型的经典统计分析	(48)
5.1 自激励门限自回归模型(SETAR)介绍	(48)
5.2 我国 GNP 的变化趋势实证分析(一)	(50)
5.3 金融危机前后人民币对美元汇率的变动趋势实证分析(二)	(53)
6 SETAR 模型的贝叶斯分析	(62)
6.1 基于方法一的 SETAR 模型贝叶斯分析	(62)
6.2 基于方法二的 SETAR 模型贝叶斯分析	(68)
7 DTAR-GARCH 模型的贝叶斯分析	(77)
7.1 DTAR-GARCH 模型介绍	(77)
7.2 DTAR-GARCH 模型的经典统计分析	(79)

7.3	DTAR-GARCH 模型的贝叶斯分析	(79)
7.4	DTAR-GARCH 模型贝叶斯推断实证分析	(82)
7.5	DTAR-GARCH 模型的经典统计推断实证分析	(93)
8	AR-TAR-GARCH 模型的贝叶斯分析	(99)
8.1	异方差门限自回归模型理论简介	(99)
8.2	AR(m)-TAR-GARCH 模型的贝叶斯分析	(101)
8.3	基于 M-H 抽样方法的贝叶斯分析	(101)
8.4	我国 RPI 的非对称性波动实证分析(一)	(102)
8.5	沪深 300 指数收益率的非对称性波动实证分析(二)	(112)
9	STAR-GARCH 模型的统计分析	(120)
9.1	平滑转移自回归(STAR)模型	(120)
9.2	平滑转换异方差自回归模型(STAR-GARCH)	(121)
9.3	STAR 模型识别	(122)
9.4	中美汇率非线性波动特征及预测研究	(123)
10	马尔可夫转换模型的统计分析	(132)
10.1	马尔可夫链的概念及转移概率	(133)
10.2	MSA 模型	(135)
10.3	模拟分析	(141)
11	空间计量经济模型	(144)
11.1	空间计量经济模型理论基础	(144)
11.2	空间半参数回归模型(SP-SAR)	(158)
11.3	实证分析	(166)
12	波动溢出效应模型	(177)
12.1	波动溢出效应经济背景	(177)
12.2	波动溢出效应的概念与形成机制	(178)
12.3	DCC-GARCH 模型	(181)
12.4	GARCH-BEKK 模型与 Wald 检验	(182)
12.5	广义误差分布	(184)
12.6	金融危机后国际和国内股市波动溢出效应分析	(185)
12.7	政策与建议	(214)
12.8	本章小结	(215)
13	缺失数据下半参数部分线性回归计量模型	(216)
13.1	相关基础知识简介	(217)

目 录

13.2 参数的点估计及置信区间的构造·····	(222)
13.3 模拟仿真分析及实证分析·····	(229)
参考文献·····	(235)

1 引 言

1.1 非线性时间序列分析框架

时间序列分析是现代计量经济学的重要分支,对经济学的研究有非常重要的作用。围绕时间序列分析可以进行不同的分类,从研究方向上可以分为金融时间序列分析和现代宏观计量经济学;从建模的角度可以分为描述均值的线性和非线性时间序列模型,以及描述方差波动的自回归条件异方差模型;从研究方法上可以分为传统估计法和贝叶斯估计法。

为了描述时间序列波动的群集现象,Robert F. Engle 在 1982 年首次提出自回归条件异方差(Autoregressive Conditional Heteroscedastic, ARCH)模型,Bollerslev(1986)将该模型推广为广义自回归条件异方差(GARCH)模型。随着研究者对具体经济问题的探索分析,ARCH 模型不断演变发展,相继出现了门限 ARCH 模型(TARCH)、指数 ARCH 模型(EARCH)、Power ARCH 模型(PARCH)以及成分 ARCH 模型(Component ARCH)等,对经济、金融领域的时间序列处理和分析起到了奠基性的作用。

直到 20 世纪 70 年代,经典的时间序列分析仍停留在线性模型领域,即 AR-MA 模型族在实际应用中仍处于主导地位。然而,随着经济全球化进程不断加快,市场因素愈加复杂,越来越多的经济、金融现象无法用线性模型解释。20 世纪 70 年代后期,非线性时间序列模型相继被提出,Granger 和 Andersen 于 1978 年提出了双线性模型,Tong 在同年提出了门限自回归模型(Threshold Autoregressive model, TAR),Priestley 在 1980 年给出了状态相依模型,1989 年 Hamilton 提出的利用马尔可夫转移模型(Markov Switching model, MSA)来研究美国 GDP 增长率变化一文激起了人们对非线性时间序列模型的兴趣,随后非线性时间序列分析开始广泛应用于计量经济、金融风险管理等领域;随着计算设备和方法的不断改进,非线性模型的扩展形式不断涌现,Carlin, Polson 和 Stoffer 在 1992 年给出了非线性状态空间建模方法,1993 年 Chen 和 Tsay 建立了泛函系数自回归模型和非线性可加自回归模型;Chan 和 Tong 早在 1986 年的研

究中就体现了不同体制之间连续平滑转换的思想,直到 1993 年 Terasvirta 和 Granger 正式提出了平滑转移自回归模型(Smooth Transition Autoregressive model, STAR),等等。两位著名经济学家 Robert F. Engle 和 Clive W. J. Granger 也因在处理时间序列变量研究方法上取得了重要突破而于 2003 年共同分享了诺贝尔经济学奖。

时间序列分析发展至今,体制转换模型应用最为广泛,其主要包括三类:门限自回归模型(TAR)、平滑转移自回归模型(STAR)以及马尔可夫转换模型(MSA)。此三类体制转换模型既有共同之处,又有区别:首先,三类模型都通过不同体制之间的转换以达到对时间序列非线性变化特征的模拟;其区别在于体制之间转换的方式不同。TAR 模型通过设立门限值,运用可观测的内生变量作为门限变量以达到体制转换的目的;MSA 模型设定一条外生不可观测的马尔可夫链,通过马尔可夫链随机转移的特点来达到体制转换的目的;而 STAR 模型是通过设定一个连续的平滑转移函数作为权值函数对条件均值加权,以达到体制转换的目的。TAR 模型和 MSA 模型都是时间序列在时间点上突然转换来改变体制的,转换机制是离散的;而 STAR 模型是使得体制之间的转换逐渐发生的,转换机制是连续的,对经济周期、政策效应等类似问题的模拟更加合理。

1.2 机制转换模型

门限自回归模型(TAR)能有效地描述复杂的非线性动态系统,可以很好地刻画一个过程在上升和下降阶段的非对称性,它用分段模型来得到条件均值方程更好的逼近。与传统的分段线性模型不同的是:传统的模型允许模型的变化发生在时间和空间上,而门限自回归模型则利用门限空间来改进线性逼近。由于门限控制的作用,保证了很强的稳健型和广泛的适用性,与多元线性回归、模糊分析、灰色模型等预测模型相比,TAR 模型预测精度高且稳健,实用性更强,应用简便,因此 TAR 模型在经济、环境等领域得到广泛的应用。McCulloch 和 Tsay(1993)提出了通过后验概率图来检测门限自回归模型中的门限值的贝叶斯方法;Chen 和 Lee(1995)提出了通过排序回归将门限自回归模型转换成线性回归中变异点问题的 TAR 模型的贝叶斯分析;Broemeling 和 Cook(1992)、Geweke 和 Terui(1993)也提出了两体制门限自回归的贝叶斯分析;Chen(1995)研究了两体制门限自回归(TAR)模型的贝叶斯推断,并于 1998 年将其推广到广义门限自回归模型的贝叶斯分析;Lianfen Qian(1998)研究了单门限参数的自激励门限自回归模型(SETAR)的最大似然估计值等。

平滑转换自回归(STAR)模型以其不同体制之间连续转换的特点颇受人们关注,Michael 等人(1997)检验美元对英镑汇率购买力评价关系的共整合,研究结果支持 ESTAR 模型;Nicholas(1999)应用 STAR 模型来研究十个主要工业国家的实质有效汇率,其结论发现有八个国家的实质有效汇率在 20 世纪 80 年代和 90 年代的走势为非线性,其中法国、比利时及德国为 LSTAR 模式,加拿大、意大利、日本、英国及美国这五个国家则为 ESTAR 模式。

1.3 空间计量经济学

20 世纪 60 年代以来,随着地理信息系统和遥感等技术的飞速发展,空间数据量极大地丰富且不断增长,这使得传统计量经济学面临了一个空间信息丰富而计量方法不足的尴尬局面,已经成熟的线性和非线性时间序列分析方法已经无法解决空间数据问题,因此非线性模型所研究的对象已从经典的时间序列逐渐转向空间数据,继而空间计量经济学应运而生。空间计量经济学的基本思想是以空间经济理论和地理空间数据为基础,在计量经济学模型中考虑经济变量的空间效应,对经济活动的空间相互作用和空间结构进行定量分析,并进行一系列的模型设定、估计、检验以及预测的计量经济学方法。从经济学角度来看,在分析经济变量变化的一般规律时,忽视变量之间在空间上的联系是不全面的。考虑模型中的空间结构,并且将这一空间结构通过一定的模型设定形式表现出来,无疑将提高我们对于经济运行规律的分析能力,减少原来模型中不能被解释的部分(即没有被识别的部分)的信息量。相比于时间的一维度性质,空间的多维度性是空间计量分析的一个重要特点。空间多维度性既提高了在模型中描述经济联系的真实性,同时又增加了计量经济学分析的难度。从处理对象来说,空间数据具有不同于一般数据的特质,即数据的空间关联性、空间和事件的多尺度性、数据表达的不确定性,这使得空间数据的计量和知识发现需要空间计量经济学理论的支持。

Anselin(1988)完成的《空间计量经济学:方法与模型》对空间计量经济学进行了系统的研究,并将空间计量经济学定义为“在区域科学模型的统计分析中,研究由空间引起的各种特性的一系列方法”。因而,空间统计学是对地理数据的统计分析和处理,空间计量经济学是利用经济理论、数学、空间统计推断等工具对空间经济现象进行分析的一门社会科学,是空间经济理论、空间统计学与数学的有机结合,与这些学科既有交叉和关联,又各有侧重。

空间计量经济学是计量经济学的一个子集领域,近十几年空间计量模型在

国外社会科学领域,尤其是应用经济学领域的运用呈现出爆炸性的态势。直到20世纪末,空间关系理论分析框架才逐渐被提出,如Paelinck在研究中强调了空间相互依赖的重要性和空间关系的渐进性等,Durlauf提出了相邻溢出效应模型,Fujita等人提出了报酬递增、路径依赖和不完全竞争等经济地理模型。随着计算技术和计算机模拟技术的发展以及一大批专家学者如Anselin,Brueckner,Kele等人的不懈努力,空间计量经济学取得了快速发展,Anselin对RS检验进行了改进,并通过MC模拟验证了新的RS检验具有Wald、LR等检验方法所没有的渐进性质;Lesage利用贝叶斯方法也彻底解决了有异方差空间自回归模型的参数求解问题。

对于区域知识溢出的研究,Romer(1986),Grossman和Helpman(1991)等学者指出了知识溢出对收益递增、经济增长具有重要的意义,从而让人们认识到区域知识溢出是区域相互作用的重要形式,与传统的空间相互作用有同等重要的意义。Griliches(1979)最先引入知识生产函数方法对R&D(Research&Development)对生产力增长的贡献以及R&D的溢出效应进行了测算。之后,Jaffe(1989)则改进了知识生产函数,利用知识生产函数框架验证了地理(空间)知识溢出在区域创新行为中客观存在的事实,指出地理空间邻近是知识溢出的一个重要机制。

有关学者采用空间计量经济学等方法对知识生产和知识溢出在经济增长和创新过程中的作用进行了研究。Feldman(2000)在“区位与创新”一文中对与区位和创新相关的文献做了一个详细的梳理和总结,认为知识溢出是限定于一定的地理空间内的,在这一地理空间内相互作用和交流变得便利起来了,研究活动的富集程度也上升了。Bernard和Lesage(2011)利用1992—2000年法国不同产业和地区的专利以及私人 and 公共部门的研发支出,构建了包含空间维度的知识生产函数,利用贝叶斯空间Tobit回归模型量化分析了产业内和产业间的知识溢出的大小以及对空间影响的程度。

1.4 贝叶斯计量经济学

美国经济联合会于2002年度“杰出资深会员奖”授予芝加哥大学Arnold Zellner教授,以表彰他在“贝叶斯方法”方面对计量经济学所做出的贡献。1971年,Arnold Zellner的名著《An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics》的问世,在贝叶斯计量经济学的发展史上具有里程碑式的意义。1985年,Arnold Zellner教授在《Econometrics》上发表论文——《Bayesian Economet-

rics》，再次引发了贝叶斯计量经济学研究热潮。近年来，Gary Koop(2003)的《Bayesian Econometrics》，Tony Lancaster(2004)的《An Introduction to Modern Bayesian Econometrics》和 John Geweke(2005)的《Contemporary Bayesian Econometrics and Statistics》等专著的出版，加上大量出现在各种计量经济学重要期刊上的文献，以及欧美一些高校的经济学院中陆续开设的贝叶斯计量经济学的相关课程，无疑形成了当代计量经济学研究的一个重要方向——贝叶斯计量经济学。

它是以贝叶斯统计思想为基础，运用贝叶斯统计理论、方法和计算机程序，对经济问题进行计量研究的学科。贝叶斯计量经济学不仅在模型参数估计和模型检验中使用贝叶斯思想，更重要的是在模型的构建中也使用了贝叶斯思想。20世纪80年代初，在贝叶斯方法已经被广泛认可及成功地运用于各种统计的情况下，美国学者 Litterman(1986)首先引进贝叶斯方法进行时间序列预测模型分析，受到统计界与计量经济学界的重视。与基于经典统计理论的时间序列模型相比，运用贝叶斯方法进行时间序列模型分析具有其独特的一面(Phillips, 1994)：①它的方法更为普遍，能运用于更加广泛的统计领域中；②它允许合理地利用先验信息，因此能更为直接、明确地分析具体问题；③这种方法得到的结果不仅仅是一个预测值，它是一个完整的未来经济结果的概率分布，这种预测方法比其他预测方法产生的结果更为真实有效；④相对于传统的统计方法，它能更明确、合理地处理不确定问题。

随着许多金融衍生工具的使用，金融市场更加复杂多变，不确定因素增强。因此，需要建立更加复杂的金融市场计量经济模型来刻画真实的金融市场并进行定量分析。但模型越复杂，所含参数就越多，采用经典统计方法对参数进行估计已经非常困难且精度不高。贝叶斯方法可以有效地克服上述缺点，且结论的使用性较强。因此，建立贝叶斯金融时间序列经济计量模型是十分必要的，也是可行的。特别是目前马尔可夫链蒙特卡罗(MCMC)方法的出现，已经成为一种主要的贝叶斯计算方法。一方面是由于它处理复杂问题的效率非常高，另一方面是因为它的编程方法相对容易。在贝叶斯分析应用中，最为广泛的 MCMC 方法主要有吉布斯抽样方法和 Metroplis Hastings(简称 MH)抽样方法等。MCMC 的研究为推广贝叶斯方法的应用开辟了广阔的前景，成为近几年时间序列分析及计量经济学的重要研究课题之一。

在国外，尤其是在欧美国家，学者对贝叶斯方法用于经济预测的研究起步较早。从20世纪60年代起，美国著名统计学家 Zeller 教授(1964, 1987, 1995, 1997)研究了计量经济学中的贝叶斯理论，包括回归模型、完全递归模型和分布

滞后模型的贝叶斯方法研究;Chow(1975)给出了多维自回归时间序列的一步预测分布;Broemeling 和 Shaarawy (1984,1985,1986)根据采用正态-伽马分布的共轭先验分布是正态-倒伽马分布进行了 MA 和 ARMA 模型的贝叶斯分析;Monahan(1983)研究了动态经济计量模型的贝叶斯理论;Berger (2000), Franses(1997), Hoek(1995), Lubrano(1995), Schotman(1991)和 Van Dijk(1991), Sims(1988, 1998), Uhlig(1997)等人研究了单位根问题的贝叶斯方法。随着贝叶斯时间序列预测模型不断发展,贝叶斯时间序列预测模型在实践中获得了更广泛的应用。20世纪80年代,美国学者 Litterman(1986)运用贝叶斯方法,对明尼苏达州的生产总值等七个指标进行预测,取得了很好的效果。此后,贝叶斯方法在商业经济预测和政府宏观经济预测的研究增多,如 Bewley 和 Griffiths(2002)利用后验信息准则和蒙特卡罗方法研制了一个小型的贝叶斯日本经济预测模型;Phillips(1994)运用贝叶斯方法对澳大利亚宏观经济时间序列进行了 BAR 模型构建和预测;Kenny(2002)利用了贝叶斯 AR 模型分析了爱尔兰通货膨胀问题;Rangan Gupta(2006)利用 VAR、BVAR、VECM、BVECM 模型对南非经济发展进行了预测,并比较了这几种模型的优劣;Holden(1990)利用了贝叶斯 AR 模型研究了英国经济的电力消费需求 and 价格预测问题;Sun J 和 Hsu S J(1996)研究了基于方差分量模型的贝叶斯分析;Canova F 和 Ciccarelli M(2004)研究了基于贝叶斯面板 VAR 模型的预报及转点预测;Conigliani C 和 Spezzaferri F(2007)研究了关于单位根检验的贝叶斯方法;Giakoumatos S G 和 Dellaportas P(2005)研究了基于不可观测的 ARCH 模型的贝叶斯分析;Goldman E 和 Tsurumi H(2005)研究了双边截断 ARMA-GARCH 模型贝叶斯分析;Hsu N J 和 Breidt F J(2003)对带有附加白噪声的 ARFIMA 模型做了贝叶斯分析;Lee S Y 和 Poon W Y(2007)研究了因子模型的贝叶斯分析及其在金融中的应用;Bartolucci A 和 Singh K P(2008)建立了贝叶斯预测效应模型等。

2 统计分析基础理论

统计学中有两个主要学派:频率学派和贝叶斯学派,两者是在统计学的基础上逐渐发展起来的两大主要学派。基于频率学派的思想进行的统计分析称之为经典统计分析;基于贝叶斯学派的思想进行的统计分析称之为贝叶斯(统计)分析,贝叶斯分析方法最先是由英国学者在其论文中提出来,随着经典统计方法的缺点不断暴露,而逐渐发展起来的。经典统计学与贝叶斯统计学在估计计量模型参数方面的主要区别体现在是否利用先验信息进行统计推断。

2.1 经典统计分析方法

经典统计分析方法在统计推断过程中只考虑总体信息和样本信息,并不考虑先验信息。换言之,经典统计学认为概率必须符合科学要求,可以用大量伯努利试验获取的频率解释概率,并且只注重已经出现的样本观察值,对于没有观测到的样本不予以考虑。在一般计量经济学中,只借助总体信息和样本信息对模型进行估计和检验的方法视为经典统计分析方法,该方法并未考虑先验信息,单独假设观测到的样本来自一种特定分布的总体,而总体中的参数只是普通的未知数,是既定的并不是随机的。例如假设检验中的置信区间检验;参数估计方法中的普通最小二乘法(OLS)、最大似然估计(MLE)以及广义矩估计(GMM)和非参数估计法等。

2.1.1 最小二乘估计

最小二乘法(Least Squares estimators, LS)是估计计量模型中随机变量参数的最基本的方法之一,也是应用最早、最广泛的参数估计方法。最小二乘法的基本原理:根据随机变量理论值与观察值的离差平方和最小来估计参数。

设 e 是 m 个变量 X_1, X_2, \dots, X_m 的函数,含有 k 个参数 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$, 即:

$$e = f(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k; X_1, X_2, \dots, X_m) \quad (2-1)$$

令 $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k$ 为 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ 的估计量,则有:

$$\hat{e} = f(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k; X_1, X_2, \dots, X_m) \quad (2-2)$$

方程式(2-2)是方程式(2-1)的近似方程,称之为理论方程。设变量 X_1, X_2, \dots, X_m 的观察值为 $(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{mi}), i=1, 2, \dots, n$, 将观察值代入方程式(2-2)中便得到 e 的一组理论值, 即:

$$\hat{e}_i = f(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k; X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{mi}), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

根据最小二乘法的基本原理, 使得理论值与观察值的离差平方和为:

$$L = \sum_{i=1}^n (e_i - \hat{e}_i)^2 = \sum_{i=1}^n [e_i - f(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k; X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{mi})]^2$$

最小的一组 $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k$ 值, 即为最小二乘法比较好的参数估计值, 该方法称之为最小二乘法。

例如总体回归模型如下:

$$Y = X\beta + \mu$$

其中, 参数矩阵 $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)'$, 解释变量 $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)$, 被解释变量 Y , 模型中包括了截距项。由于 β 矩阵是总体参数矩阵, 通过有限的样本无法得到 β 矩阵的实际值, 因此只能通过统计推断的思想, 用有限样本对 β 矩阵进行估计, 获取参数矩阵 β 的估计矩阵 $\hat{\beta}$ 。采用最小二乘法估计参数矩阵 β , 即求使得残差平方和 $\sum e_i^2 = e'e$ 达到最小的参数矩阵的估计值 $\hat{\beta}$ 。

对应总体回归模型的样本回归模型如下:

$$Y = X\hat{\beta} + e$$

可以得到残差矩阵

$$e = Y - X\hat{\beta}$$

则残差平方和为:

$$\begin{aligned} Q(\hat{\beta}) &= e'e \\ &= (Y - X\hat{\beta})'(Y - X\hat{\beta}) \\ &= Y'Y - \hat{\beta}'X'Y - Y'X\hat{\beta} + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \\ &= Y'Y - 2\hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \end{aligned}$$

根据代数理论, 对 $Q(\hat{\beta})$ 求 $\hat{\beta}$ 的偏导数, 并令其等于零, 可以得到方程如下:

$$\frac{\partial Q(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} = -2X'Y + 2X'X\hat{\beta} = 0$$

如果矩阵 $X'X$ 非奇异, 那么可以得到参数矩阵的估计值为:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

这就是线性回归模型参数的最小二乘估计量。

最小二乘法既可以估计线性模型, 又可以估计非线性回归模型的参数, 基本原理是相同的, 关键的不同在于其中的回归函数是参数的非线性函数而不是线

性函数。对于线性模型,可以通过解析方法求解出参数的表达式,而对于非线性模型,一般无法通过解析的方法求解,必须采用某种搜索或迭代运算的非线性优化方法获得参数估计值。

2.1.2 最大似然估计

最大似然方法(Maximum Likelihood, ML)是不同于最小二乘法的另一类参数估计方法。虽然在经典线性计量模型中其应用没有最小二乘法普遍,但是在计量经济学理论中仍然占据很重要的地位,随着计量经济学理论的发展,更多的是以最大似然原理为基础的;对于一些特殊的计量模型,如微观计量经济模型,只有最大似然法才是有效的估计方法。最大似然估计法的基本原理是:随机变量分布参数水平虽然未知,但在数据生成过程中起着重要的作用,不同的参数水平生成特定数据集的可能性不同,因此可以根据生成样本的可能性大小估计参数水平。

对于最小二乘法,从模型总体中随机抽取 n 组样本观测值后,最合理的参数估计量应该使得模型能最好地拟合样本数据;而对于最大似然法,从模型总体随机抽取 n 组样本观测值后,最合理的参数估计量应该使得从模型中抽取的该 n 组样本观测值的概率最大。显然,这是从不同原理出发的两类参数估计方法。

从总体中经过 n 次随机抽取得到样本容量为 n 的样本观察值,在任意一次随机抽取中,样本观测值都以一定的概率出现,如果已经知道总体的参数,当然由变量的频率函数可以计算其概率。如果只知道总体服从某种分布,但不知道其分布参数,通过随机样本可以求出总体参数的估计量。以正态分布为例,每个总体都有自己的分布参数期望和方差,如果已经得到 n 组样本观察值,在这些可供选择的总体中,哪个总体最可能产生已经得到的 n 组样本观测值呢?显然,要先取得 n 组样本观测值的联合概率,然后选择参数能使观察值的联合概率最大的那个总体。将样本观测值联合概率函数称为样本观测值的似然函数,在已经取得样本观测值的情况下,使得似然函数达到最大值的总体分布参数即是所要求的参数。这种通过似然函数极大化求得总体参数估计量的方法被称为最大似然法,也叫极大似然法。

最大似然估计的核心问题是确定似然函数。设描述总体的随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$, 其中 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ 是总体的未知参数。从总体中抽取一组样本 x_1, x_2, \dots, x_n , 注意对一维随机变量进行 n 次观测得到的 n 个观测值可以看成是 n 维独立的随机向量进行一次观测得到的 n 个观测值。则该 n 维随机向量的联合概率密度为: