



江苏省教育科学规划“十二五”重点资助课题

《数学开放题教学促进小学生数学思维发展的研究》研究成果

杨传冈 徐正洲 王 艳 主 编

# 小学数学

# 开放题

举一反三

三年级

呕心之作  
打破传统接纳开放

经历教改实践检验  
着眼思维品质训练



南京大学出版社



江苏省教育科学规划“十二五”重点资助课题

《数学开放题教学促进小学生数学思维发展的研究》研究成果

# 小学数学 开放题



## 三年级

杨传冈 徐正洲 王 艳 主 编

图书在版编目(CIP)数据

小学数学开放题举一反三·三年级 / 杨传冈, 徐正洲, 王艳主编. —南京 : 南京大学出版社, 2014.5  
ISBN 978-7-305-13232-2  
I. ①小… II. ①杨… ②徐… ③王… III. ①小学数学课—题解 IV. ①G624.505  
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 099866 号

出版发行 南京大学出版社  
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093  
网 址 <http://www.NjupCo.com>  
出 版 人 左 健

书 名 小学数学开放题举一反三·三年级  
主 编 杨传冈 徐正洲 王 艳  
责任编辑 管湘生 江宏娟 编辑热线 0515-88212787  
审读编辑 徐卫军  
印 刷 盐城市华光印刷厂  
开 本 787×1092 1/16 印张 6.5 字数 150 千  
版 次 2014 年 5 月第 1 版 2014 年 5 月第 1 次印刷  
ISBN 978-7-305-13232-2  
定 价 14.80 元

发行热线 025-83594756 025-83686452  
电子邮箱 Press@NjupCo.com  
Sales@NjupCo.com(市场部)

---

\* 版权所有, 侵权必究  
\* 凡购买南大版图书, 如有印装质量问题, 请与所购  
图书销售部门联系调换

序

言

数学开放题的概念和实践源自日本,英文名 Open-Ended Problem,意为终端开放的数学问题。也就是说,一个数学问题,其答案不是唯一的,而是开放的;答案可以有许多个,乃至无数个,呈现发散性状态。自上个世纪 80 年代引入中国以来,广大教育理论工作者进行了积极的理论与实践的尝试先行,取得了一定的成绩。

中小学数学课堂教学随着答案不唯一,甚至是无数个答案的开放题以及以开放题为载体的开放式教学模式的诞生,教学面貌为之一振。相对于传统枯燥乏味的“封闭题”而言,数学开放题具有独特的优势,其条件呈现的不拘一格、问题结构的与众不同、解题思路的灵活多变,问题答案的多样纷呈……特别能吸引学生的注意力、激发学生的解题愿望,调动学生充分经历整理、分析、比较、综合等思维活动过程,最终实现问题解决。广泛的实践证明开放题学习能弥补传统数学教学在思维训练和创新能力培养方面的缺陷,有利于挖掘、张扬、培养学生独特的思维个性,提升思维的逻辑性、深刻性、广阔性、评判性、缜密性、灵活性等思维品质。

本书作为江苏省教育科学“十二五”重点课题的研究成果之一,是课题组成员 3 年多来植根于小学数学课堂教学一线、植根于教学现场学生的需求之中潜心研究的结晶。课题组成员既有理论经验丰富的师范院校的数学教授,也有小学数学资深教研员,更有教学实践经验丰富的一线学科带头人、教学能手,应该说研究团队无论是理论素养还是实践操作都颇具代表性。

本书是系列丛书,层次清楚,贴近教材、符合学情,结构严谨、体系严密,关注学生的认知基础、学习起点,逐步深入,引导学生走进探究的数学世界,从中感受数学的魅力、数学的美。全书侧重于典型例题的讲解,形似题的辨析,尝试题的练习,从而达到对相关练习的举一反三。全书共 6 册,每个学年全一册,每册 40 个专题,对应每个学期 20 个专题,每个教学周可以选择其中一个专题进行教学。这样既不增加学生过重的课业负担,亦能提高学生学习数学的兴趣。本书既可以作为学校数学课堂教学素材的有益补充,也可以作为课外兴趣小组的教学蓝本,还可以作为广大家长辅导孩子的工具书。本书有利于培养学生独立的思考能力,提升学生的思维品质,增强数学思考力。

# Contents



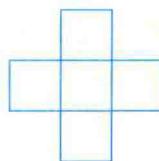
1 十字数阵图	01	22 走迷宫	43
2 合理安排	03	23 巧走路线	45
3 巧填数	05	24 涂颜色	47
4 巧填竖式	07	25 怎样买钢笔	49
5 数字好玩	09	26 与 9 的关系	51
6 靶盘问题	11	27 做红花	53
7 一位数乘法	13	28 一笔画	55
8 巧填括号	15	29 商为 3	57
9 算式之谜	17	30 三角形拼图	59
10 使等式成立	19	31 圣诞节礼物	61
11 有趣的等式	21	32 拆一拆	63
12 商和余数同	23	33 带圈正方形	65
13 长方形周长	25	34 不等式填空	67
14 四个数的和	27	35 去掉“田”字形	69
15 商中间有“0”	29	36 去掉“凸”字形	71
16 十位上的数	31	37 量几条线段	73
17 面积是多少	33	38 巧填运算符号	75
18 领队去租船	35	39 摆硬币	77
19 安排餐桌	37	40 巧算面积	79
20 当个设计师	39	参考答案	81
21 七巧板游戏	41		



# 1 十字数阵图

## 例题在线

将1、2、3、4、5这五个数分别填入下图的各个方框中，组成一个十字数阵图，使图中横行三个数的和与竖列三个数的和相等。



### 分析

根据图形的特点，中间方格中的数是横行与竖列共用的。要使横行与竖列三个数的和相等，可以先确定中间的数，再让左、右两数的和与上、下两数的和相等。

### 解答

(1) 中间方格中填1，则剩下2、3、4、5，而 $2+5=3+4$ ，因此可有图1所示的8种填法。

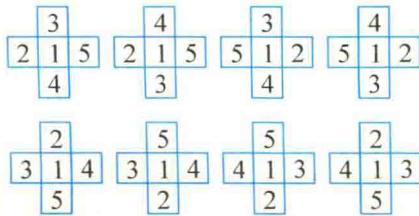


图 1

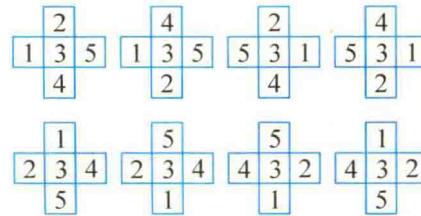


图 2

(2) 中间方格中填2，则余下1、3、4、5，而这四个数无法组成形如 $\square + \square = \square$ 的形式，所以中间方格中不可以填2。

(3) 中间方格中填3，则剩下1、2、4、5，四数正好能组成 $1+5=2+4$ ，因此可有如图2所示的8种填法。

(4) 中间方格中填4，则余下的1、2、3、5，四个数无法组成 $\square + \square = \square$ 的形式，所以中间方格不可以填4。

(5) 中间方格中填5，则剩下1、2、3、4，四数恰好能组成 $1+4=2+3$ ，因此可有

如图 3 所示的 8 种填法。

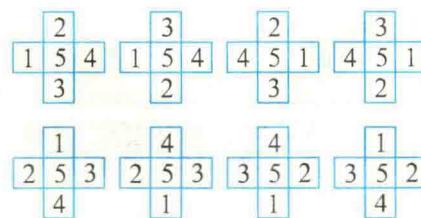
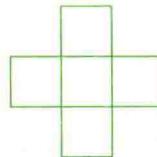


图 3

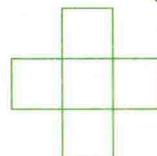
综上所述,符合本道题的填法共有 24 种。

### 变式辨析

- 将 3、4、5、6、7 这五个数分别填入如下图的方框中,组成一个“十字数阵图”,使图中横行三个数的和与竖列三个数的和相等。

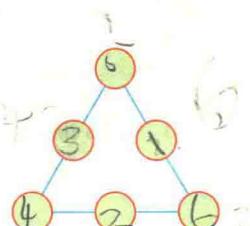


- 将 1、3、5、7、9 这五个数分别填入如下图的各个正方形中,组成一个“十字数阵图”,使图中横行三个数的和与竖列三个数的和相等。



### 拓展延伸

请你把 1~6 这六个数字填在下面三角形的○内,使每条边上的数字之和相等。你能做到吗?





## 2 合理安排

 例题在线 

小强到儿童乐园游玩，在游艺场门口，他看到这样的价目表：

- 骑木马：2元/10分钟；
- 电动小火车：5元/10分钟；
- 碰碰车：10元/10分钟。

小强想在儿童乐园一共玩30分钟，他可能花掉多少元钱？

### 分析

只玩30分钟，没有确定玩什么，所以花的钱数是不确定的。

### 解答

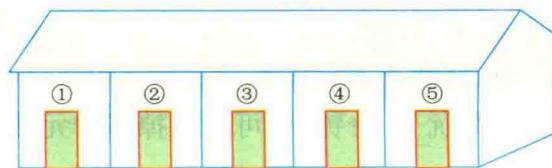
- (1) 只玩1种项目，可能花6元、15元、30元。
- (2) 玩2种项目，可能花9元、12元、14元、22元、20元、25元。
- (3) 玩3种项目，花17元。

 变式辨析 

1. 小明利用星期天在家做家务。他要做的家务和时间分配是这样的：用洗衣机洗衣服20分钟；扫地、擦地板10分钟；洗碗5分钟；擦桌椅10分钟；烧开水10分钟。小明干完这些家务可能用多少时间？

2. 一个锅里只能同时放 2 张饼，1 张饼需要烙 2 面，烙 1 面要 1 分钟的时间。现在要烙 3 张饼，可能要用几分钟才能完成？最多要用几分钟？最少呢？

3. 小明家新盖一排五间的新房，都是一间间隔的（如下图）。小明要住一间，奶奶和妈妈各住两间。但奶奶的两间必须挨着，妈妈的两间也必须挨着。他们该怎么住？



拓展延伸

小明的口袋里有一些 1 分、2 分和 5 分的硬币，小明任意拿出 3 枚放在手里。请你猜一猜小明的手中可能有多少钱。



孩子们：可能有些难，但是我相信你们一定能克服困难！



### 3 巧填数


**例题在线**


将 1,2,3,5,6,7 这六个数填入下表中,使每行中三个数的和相等,同时保证每列两个数的和也相等,请你填一填。


**分析**

因为表中有 2 行和 3 列,而  $1+2+3+5+6+7=24$ ,所以每行三个数的和为  $24 \div 2=12$ ,这样这六个数可分成(7,3,2)和(6,5,1)两组。同理,根据题意可知每列两个数的和为  $24 \div 3=8$ 。

我们要同时考虑每行 3 个数的和相等以及每列 2 个数的和相等,经尝试可得以下 12 个答案。

**解答**

1 5 6	1 6 5	6 1 5	7 3 2	7 2 3	2 7 3
7 3 2	7 2 3	2 7 3	1 5 6	1 6 5	6 1 5
6 5 1	5 6 1	5 1 6	2 3 7	3 2 7	3 7 2
2 3 7	3 2 7	3 7 2	6 5 1	5 6 1	5 1 6



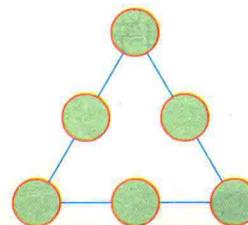
### 变式辨析

1. 将 2,3,4,6,7,8 这六个数字填入下表中,使每行三个数的和相等,同时保证每列两个数的和也相等,请你填一填。


2. 将 1,2,3,4,6,7,8,9 这八个数填入下表中,使每行中四个数的和相等,同时保证每列两个数的和也相等,请你填一填。


### 拓展延伸

- 用 1、3、5、7、9、11 这六个数填入圈内,使每条线上三个数的和都等于 15 或 17。你能想出多少种不同的填法?





## 4 巧填竖式


**例题在线**


观察算式(1)中被减数与减数所用数字的特征,并尝试用这样的规律完成算式(2),你能写出哪些不同的答案呢?

$$(1) \quad \begin{array}{r} 3 \ 7 \ 1 \\ - 1 \ 7 \ 3 \\ \hline 1 \ 9 \ 8 \end{array}$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} \square \ 7 \ \square \\ - \square \ 7 \ \square \\ \hline \square \ 9 \ 8 \end{array}$$

**分析**

观察算式(1),由它的计算过程可知,差个位上的8是 $11-3$ 而得,差十位上的9是 $16-7$ 而得。因此在填算式(2)时,差个位上的8可能是 $11-3=8$ ,这时被减数个位上的数是1,减数个位上的数是3,按照算式(1)呈现的规律,可知减数百位上是1,被减数百位上是3,验证得 $371-173=198$ 。

同样的道理,由 $12-4=8$ , $13-5=8$ , $14-6=8$ , $15-7=8$ , $16-8=8$ , $17-9=8$ ,也可以得出相应的算式。

**解答**

$$\begin{array}{r} 3 \ 7 \ 1 \\ - 1 \ 7 \ 3 \\ \hline 1 \ 9 \ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \ 7 \ 2 \\ - 2 \ 7 \ 4 \\ \hline 1 \ 9 \ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \ 7 \ 3 \\ - 3 \ 7 \ 5 \\ \hline 1 \ 9 \ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \ 7 \ 4 \\ - 4 \ 7 \ 6 \\ \hline 1 \ 9 \ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \ 7 \ 5 \\ - 5 \ 7 \ 7 \\ \hline 1 \ 9 \ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \ 7 \ 6 \\ - 6 \ 7 \ 8 \\ \hline 1 \ 9 \ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \ 7 \ 7 \\ - 7 \ 7 \ 9 \\ \hline 1 \ 9 \ 8 \end{array}$$



想一想:怎么写才可以做到不重叠、不遗漏?

变式辨析

1. 请你利用在例题算式(1)中找到的规律,在下列算式的方框中填入合适的数字,使竖式成立。你能想出哪些不同的填法?试一试。

(1)

$$\begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} \ 5 \ \boxed{\phantom{0}} \\ - \boxed{\phantom{0}} \ 5 \ \boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{\phantom{0}} \ 9 \ 7 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} \ 6 \ \boxed{\phantom{0}} \\ - \boxed{\phantom{0}} \ 6 \ \boxed{\phantom{0}} \\ \hline \boxed{\phantom{0}} \ 9 \ 5 \end{array}$$

2. 请你在下列算式的方框中填入合适的数字,使每个数的百位数字和个位数字分别交换位置,竖式成立。你能想出哪些不同的填法?试一试。

$$\begin{array}{r} \boxed{\phantom{0}} \ 7 \ \boxed{\phantom{0}} \\ + \ \boxed{\phantom{0}} \ 1 \ \boxed{\phantom{0}} \\ \hline 1 \ 2 \ 9 \ 2 \end{array}$$

拓展延伸

在□内填上合适的数,可以有多少种不同的填法?

$$\begin{array}{r} & & 5 \\ & + & 7 & \boxed{\phantom{0}} \\ \hline 8 & \boxed{\phantom{0}} \end{array}$$



## 5 数字好玩



### 例題在线

用1、2、3、4这四个数字，可以组成哪些大小不同的三位数（各位数字不重复）？试着写一写，想一想在写的过程中怎样可以做到既不重复也不遗漏。

#### 分析

组成一个三位数就要用到三个数字，这个三位数每一位上的数可以是1、2、3、4中的任意一个数字。因此，用这四个数字组成的三位数有很多。为了做到不重复，不遗漏，我们可以按照一定的顺序依次来写。

#### 解答

(1)如果百位上的数字是1，可以组成以下三位数：123、124、132、134、142、143。

(2)如果百位上的数字是2，可以组成以下三位数：213、214、231、234、241、243。

(3)如果百位上的数字是3，可以组成以下三位数：312、314、321、324、341、342。

(4)如果百位上的数字是4，可以组成以下三位数：412、413、421、423、431、432。



### 变式辨析

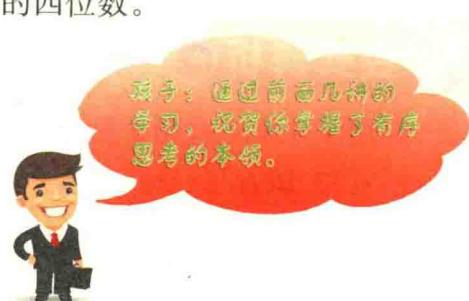
1. 用4、5、6、7这四个数字可以组成哪些大小不同的三位数（各位数字不重复）？试着写一写。



2. 用 4、5、6、0 这四个数字可以组成哪些大小不同的三位数(各位数字不重复)? 试着写一写。
3. 用 3、5、8 这三个数字可以组成几个不同的三位数(各位数字不重复)? 按从大到小的顺序写下来。

**拓展延伸**

1. 用 4、5、6、7 这四个数字可以组成哪些大小不同的四位数(各位数字不重复)? 试着写一写。
2. 用 0、3、4、5 这四个数组成没有重复数字的四位数。

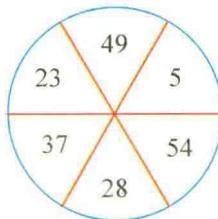




## 6 靶盘问题

### 例题在线

下图是一个靶盘，靶盘上标出了射中该区域的得分数。要想恰好得 100 分，需要射中哪些区域？请说明区域和次数。



### 分析

这是一个求和问题。如果每区域各射中一次，那么六个数的和显然大于 100。这样可以考虑只射中其中几个区域的情况或考虑重复射中某一个区域的情况。按照这样的设想，我们可以从只射中其中一个区域，只射中其中两个区域，只射中其中三个区域……一一进行有序思考。

### 解答

- (1) 如果只射中 5 所在的区域，需要射中 20 次。
- (2) 因为 46 和 54 的和是 100，所以需要射中 23 所在区域 2 次和 54 所在区域 1 次。
- (3) 因为 37、28 和 35 的和是 100，所以需要射中 37、28 所在区域各 1 次和 5 所在区域 7 次。
- (4) 因为 49、28 和 23 的和是 100，所以需要射中 49、28 和 23 所在区域各 1 次。
- (5) 因为 37、23 和 40 的和是 100，所以需要射中 37、23 所在区域各 1 次和 5 所在区域 8 次。



## 变式辨析



1. 一个三位数三个数位上的数字之和是 15。你能写出哪些符合条件的三位数？
2. 如果  $a+b=10$ ,  $a$  和  $b$  都是自然数, 那么  $a \times b$  的积是多少? 有多少个不同的答案? 其中  $a \times b$  的最小的积是多少? 最大的呢?



## 拓展延伸



有 10 只盒子, 有没有办法把 60 只羽毛球放到这些盒子中去, 且每个盒子里的羽毛球个数各不相同?