



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

信息化与工业化 两化融合
研究与应用

可靠性原理与方法

(下册)

孙有朝 张永进 李龙彪 编著



科学出版社



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

信息化与工业化两化融合研究与应用

可靠性原理与方法

(下册)

孙有朝 张永进 李龙彪 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书在跟踪可靠性研究前沿的基础上,以航空、航天与民航为背景,结合数理统计与工程设计原理,系统地阐述了可靠性理论与工程应用方法。全书包括可靠性基本概念、可靠性统计基础、可靠性建模方法、复杂系统可靠性分析方法、关联系统可靠性原理、面向过程的系统可靠性、可靠性预计与分配、机械可靠性设计、可靠性试验与评定、可靠性物理与失效分析、安全风险评估与管理等,给出了近年来在航空、航天与民航领域成功应用的典型可靠性工程案例。

本书可供从事机械和电子产品可靠性设计、制造、实验和管理的工程技术人员使用和参考,也可作为高等工科院校机械、电子、自动化、航空、航天、民航、船舶等相关专业高年级本科生、硕士和博士研究生的教材和教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

可靠性原理与方法.下册/孙有朝,张永进,李龙彪编著. —北京:科学出版社,2016

(信息化与工业化两化融合研究与应用)

ISBN 978-7-03-048421-5

I. 可… II. ①孙…②张…③李… III. 可靠性理论 IV. O213.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 119782 号

责任编辑:魏英杰 / 责任校对:桂伟利

责任印制:张 倩 / 封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 5 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2016 年 5 月第一次印刷 印张:17 1/2

字数:353 000

定价:120.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

“信息化与工业化两化融合研究与应用”丛书编委会

顾问委员会 戴汝为 孙优贤 李衍达 吴启迪 郑南宁 王天然
 吴宏鑫 席裕庚 郭 雷 周 康 王常力 王飞跃

编委会主任 吴 澄 孙优贤

编委会副主任 柴天佑 吴宏鑫 席裕庚 王飞跃 王成红

编委会秘书 张纪峰 卢建刚 姚庆爽

编委会委员 (按姓氏笔画排序)

于海斌 (中国科学院沈阳自动化研究所)	张纪峰 (中科院数学与系统科学研究院)
王 龙 (北京大学)	陈 杰 (北京理工大学)
王化祥 (天津大学)	陈 虹 (吉林大学)
王红卫 (华中科技大学)	范 铠 (上海工业自动化仪表研究院)
王耀南 (湖南大学)	周东华 (清华大学)
卢建刚 (浙江大学)	荣 冈 (浙江大学)
朱群雄 (北京化工大学)	段广仁 (哈尔滨工业大学)
乔 非 (同济大学)	俞 立 (浙江工业大学)
刘 飞 (江南大学)	胥布工 (华南理工大学)
刘德荣 (中国科学院自动化研究所)	桂卫华 (中南大学)
关新平 (上海交通大学)	贾 磊 (山东大学)
许晓鸣 (上海理工大学)	贾英民 (北京航空航天大学)
孙长银 (北京科技大学)	钱 锋 (华东理工大学)
孙彦广 (冶金自动化研究设计院)	徐 昕 (国防科学技术大学)
李少远 (上海交通大学)	唐 涛 (北京交通大学)
吴 敏 (中南大学)	曹建福 (西安交通大学)
邹 云 (南京理工大学)	彭 瑜 (上海工业自动化仪表研究院)
张化光 (东北大学)	薛安克 (杭州电子科技大学)

“信息化与工业化两化融合研究与应用”丛书序

传统的工业化道路,在发展生产力的同时付出了过量消耗资源的代价:产业革命 200 多年以来,占全球人口不到 15% 的英国、德国、美国等 40 多个国家相继完成了工业化,在此进程中消耗了全球已探明能源的 70% 和其他矿产资源的 60%。

发达国家是在完成工业化以后实行信息化的,而我国则是在工业化过程中就出现了信息化问题。回顾我国工业化和信息化的发展历程,从中国共产党的十五大提出“改造和提高传统产业,发展新兴产业和高技术产业,推进国民经济信息化”,到党的十六大提出“以信息化带动工业化,以工业化促进信息化”,再到党的十七大明确提出“坚持走中国特色新型工业化道路,大力推进信息化与工业化融合”,充分体现了我国对信息化与工业化关系的认识在不断深化。

工业信息化是“两化融合”的主要内容,它主要包括生产设备、过程、装置、企业的信息化,产品的信息化和产品设计、制造、管理、销售等过程的信息化。其目的是建立起资源节约型产业技术和生产体系,大幅度降低资源消耗;在保持经济高速增长和社会发展过程中,有效地解决发展与生态环境之间的矛盾,积极发展循环经济。这对我国科学技术的发展提出了十分迫切的战略需求,特别是对控制科学与工程学科提出了十分急需的殷切期望。

“两化融合”将是今后一个历史时期里,实现经济发展方式转变和产业结构优化升级的必由之路,也是中国特色新型工业化道路的一个基本特征。为此,中国自动化学会与科学出版社共同策划出版“信息化与工业化两化融合研究与应用”丛书,旨在展示两化融合领域的最新研究成果,促进多学科多领域的交叉融合,推动国际间的学术交流与合作,提升控制科学与工程学科的学术水平。丛书内容既可以是新的研究方向,也可以是至今仍然活跃的传统方向;既注意横向的共性技术的应用研究,又注意纵向的行业技术的应用研究;既重视“两化融合”的软件技术,也关注相关的硬件技术;特别强调那些有助于将科学技术转化

为生产力以及对国民经济建设有重大作用和应用前景的著作。

我们相信,有广大专家、学者的积极参与和大力支持,以及丛书编委会的共同努力,本丛书将为繁荣我国“两化融合”的科学技术事业、增强自主创新能力、建设创新型国家做出应有的贡献。

最后,衷心感谢所有关心本丛书并为其出版提供帮助的专家,感谢科学出版社及有关学术机构的大力支持和资助,感谢广大读者对本丛书的厚爱。

A large, stylized handwritten signature in black ink, which appears to read '王义章' (Wang Yizhang).

中国工程院院士

2010年11月

前 言

可靠性理论与方法是一门多学科交叉的新兴边缘性学科,涉及基础科学、技术科学、信息科学和管理科学诸多领域。

由于任何产品和技术,尤其是高科技产品、大型复杂系统设备,以及尖端技术的发展,都要以可靠性技术为基础,可靠性已经成为衡量产品质量和技术措施的重要指标之一。20世纪40年代初期到60年代末期,是可靠性理论与工程发展的重要时期,1952年,由美国军方、工业领域和学术领域三方共同组成了电子设备可靠性咨询小组(AGREE),并于1957年发表《军用电子设备可靠性》的研究报告,成为可靠性学科发展的奠基性文件和重要里程碑。20世纪60年代到80年代,可靠性理论与实践进入全面发展阶段,拓展到与工程应用有密切关系的多学科领域。进入20世纪80年代,在机械可靠性、软件可靠性和微电子可靠性等领域进行了深入的研究,全面推广计算机辅助设计技术在可靠性中的应用,我国也从这一时期开始,逐步颁布了一系列可靠性工程技术标准和管理规定,在现代武器装备等大型系统研制中全面推行可靠性工程技术,使工程型号的可靠性工作进入规范化轨道,并得到迅速发展。自20世纪90年代以来,可靠性向着模块化、综合化、自动化、系统化、智能化的方向发展,形成了多学科交叉、渗透和融合的学科发展趋势。

近年来,国内出版了不少关于可靠性工程技术方面的论著,然而缺少对可靠性理论问题的论述及研究前沿的跟踪,本书全面阐述可靠性理论、方法、工程与应用,涵盖可靠性数学、可靠性工程、可靠性物理等内容,强调基本理论与技术的系统性、融合性和前瞻性,反映了可靠性研究前沿的最新理论与方法。

本书是作者在多年从事可靠性理论、方法、工程和技术应用的教学与科学研究工作基础上,经过凝练与整理完成的。全书内容涵盖可靠性统计,包括可靠性参数估计、可靠性数据统计分析、可靠性计数过程等;可靠性工程,包括系统可靠性建模、复杂系统可靠性分析、关联系统可靠性、面向过程的系统可靠性、可靠性预计与分配、可靠性实验与评定、机械可靠性设计、安全风险评估与可靠性管理等;可靠性物理,包括材料/器件的性能退化、机械与电子的失效机理与失效模型,以及基于失效机理的元器件可靠性设计改进技术等。给出了近年来在航空、航天与民航领域成功应用的典型可靠性工程案例。

感谢国家自然科学基金、工信部民机专项、国防基础科研计划、国防技术基础、民航局科技计划等对课题组可靠性领域相关项目给予的资助。在写作过程中,参阅了国内外同行专家、学者的大量科技文献、著作、手册和教材等,在此一并致以诚

挚的感谢。

由于作者水平有限,疏漏及不妥之处在所难免,敬请广大读者批评指正!

A stylized handwritten signature in black ink, consisting of several loops and a long vertical stroke.

2015年6月

目 录

“信息化与工业化两化融合研究与应用”丛书序

前言

第 7 章 面向过程的系统可靠性	247
7.1 贮存可靠性	247
7.1.1 基本概念	247
7.1.2 贮存可靠性评估方法	248
7.1.3 贮存检修方案	252
7.1.4 加速贮存方程	255
7.2 多阶段任务系统(PMS)可靠性	256
7.2.1 基本概念	256
7.2.2 PMS 可靠性的微元件方法	257
7.2.3 PMS 可靠性的布尔代数方法	258
7.2.4 PMS 可靠性的二元决策图方法	261
7.2.5 PMS 可靠性的状态空间类方法	262
7.2.6 PMS 可靠性的阶段模块方法	263
7.3 人机系统可靠性	267
7.3.1 基本概念	267
7.3.2 人机系统可靠性分析	271
7.3.3 人机系统可靠性设计	276
第 8 章 可靠性预计与分配	279
8.1 可靠性预计方法	279
8.1.1 相似产品法	279
8.1.2 元器件计数法	280
8.1.3 应力分析法	281
8.1.4 故障率预计法	282
8.1.5 评分预计法	283
8.1.6 上下限法	284
8.2 可靠性分配	289
8.2.1 等分配法	289

8.2.2 再分配法	290
8.2.3 相对失效率与相对失效概率法	291
8.2.4 AGREE 分配法	297
8.2.5 评分分配法	298
8.2.6 工程加权法	300
8.2.7 阿林斯分配法	301
8.2.8 最优化方法	302
第9章 机械可靠性设计原理	312
9.1 应力-强度干涉理论	312
9.2 可靠度的计算方法	315
9.2.1 应力-强度干涉模型求可靠度	315
9.2.2 功能密度函数积分法求解可靠度	317
9.2.3 蒙特卡罗模拟法	317
9.3 机械静强度的可靠性设计	318
9.3.1 受拉零件的概率可靠性设计	319
9.3.2 梁的概率可靠性设计	321
9.3.3 轴的概率可靠性设计	323
9.4 机械疲劳可靠性设计	325
9.5 机械可靠性优化设计	330
9.5.1 以可靠度最大为目标的可靠性优化设计	331
9.5.2 以可靠度指标为约束条件的机械强度可靠性优化设计	332
9.5.3 典型零部件的可靠性优化设计	332
第10章 可靠性试验、验证与评定	353
10.1 可靠性试验	353
10.1.1 可靠性试验概述	353
10.1.2 环境应力筛选试验	354
10.2 可靠性增长试验	358
10.2.1 试验准则	358
10.2.2 可靠性增长试验的基本方法	360
10.2.3 可靠性增长的数学模型	361
10.2.4 模型的分析与评定	363
10.3 可靠性寿命试验	367
10.3.1 寿命试验类型	367
10.3.2 加速寿命试验分类	369
10.3.3 加速寿命试验应力	371

10.3.4 加速寿命试验方案	374
10.3.5 数理统计模型	376
10.3.6 失效物理统计模型	382
10.4 可靠性验证试验与评定	387
10.4.1 统计试验方案及主要参数	387
10.4.2 可靠性鉴定与验收试验的通用程序	391
10.5 复杂系统可靠性熵法综合评定	393
10.5.1 可靠性信息熵法折合原理	393
10.5.2 单元可靠性评定的熵方法	394
10.5.3 基于信息理论的数据信息折合技术	395
10.5.4 不同分布之间的数据信息的相互折合	404
10.5.5 复杂系统可靠性特征量熵法综合评定	405
第 11 章 可靠性物理与失效分析	407
11.1 材料/器件的性能退化	407
11.1.1 参数退化的幂律模型	407
11.1.2 参数增长的幂律模型	409
11.1.3 指数与对数模型	413
11.1.4 退化延迟模型	413
11.1.5 竞争退化模型	415
11.2 失效时间及其模型	417
11.2.1 失效时间定义	417
11.2.2 影响失效时间因素	418
11.2.3 失效时间模型	419
11.3 集成电路典型失效机理及失效时间模型	423
11.3.1 加速退化失效机理	424
11.3.2 电迁移失效机理	426
11.3.3 应力迁移失效机理	428
11.3.4 电路腐蚀失效机理	429
11.3.5 热循环与热疲劳失效机理	431
11.3.6 时间相关介电击穿失效机理	432
11.4 机械工程典型失效机理及其失效时间模型	434
11.4.1 蠕变失效机理	435
11.4.2 裂纹诱发失效机理	437
11.4.3 机械疲劳失效机理	438
11.4.4 黏合失效机理	439

11.4.5 热失配诱导失效机理	440
11.4.6 机械器件腐蚀失效机理	441
11.5 元器件可靠性设计改进技术	443
第 12 章 民用飞机安全风险评估与管理	448
12.1 民用飞机风险评估流程	448
12.2 民用飞机定量风险评估	451
12.2.1 单机风险评估	451
12.2.2 机队风险评估	455
12.2.3 纠正措施的制定	458
12.2.4 案例分析	463
12.3 航空发动机安全风险评估	470
12.3.1 基于统计分析的发动机安全风险评估	470
12.3.2 基于故障后果的发动机安全风险评估	481
12.3.3 案例分析	488
12.4 可靠性管理	496
12.4.1 可靠性管理的基本内容	496
12.4.2 可靠性管理与质量管理	497
12.4.3 可靠性管理循环	497
参考文献	506
索引	512

第7章 面向过程的系统可靠性

本章主要阐述一些面向系统过程的相关可靠性问题,如面向贮存环境过程的贮存可靠性、面向全任务的多阶段多任务系统的可靠性、人为因素与机器协调下的人机系统可靠性等。这些可靠性问题也是目前可靠性领域的一些研究热点与难点,考虑工程需要及相应领域科研工作者的参考,这里简要介绍一些相关概念和分析方法。

7.1 贮存可靠性

贮存可靠性是影响产品总体可靠性水平的一个重要方面,尤其对于长期贮存,一次使用的产品,其贮存可靠性在产品可靠性中的地位则更为突出。它侧重反映产品的贮存性能,而产品贮存性能的好坏又直接关系到产品的战备完好性和保障维修性^[54]。

7.1.1 基本概念

贮存可靠性是指产品在规定的贮存条件下和规定的贮存时间内,保持规定功能不变的能力。

① 贮存条件主要指产品贮存空间的自然条件,如存放环境中的温度、湿度和人为环境条件等。所谓规定的,是指产品在贮存实际中可以包含几种不同的贮存条件。

② 贮存时间一般指产品生产完成后,从出厂开始至贮存到某一时刻的时间间隔。

③ 规定功能是指根据使用目的而赋予产品的各种功能,主要有保证安全和可靠作用两方面的若干项具体功能。

在型号战术技术指标中,贮存可靠性与贮存寿命是一对相关的指标,常以贮存期(或称可靠贮存寿命)指标概括之。三者的关系可以表示为

$$R_z = P(T > T_R) = 1 - \alpha \quad (7-1)$$

其中, R_z 为产品贮存可靠度; α 为产品在贮存期内允许的不合格概率; T 为贮存寿命,受多种随机因素的影响,是随机变量; T_R 为贮存期。

从贮存可靠性的定义不难看出,产品贮存可靠性主要反映产品在长期贮存过

程中抵御贮存环境中各种因素的影响,保持自身的各项功能不变的能力。产品的这种能力越强,贮存可靠性越好,反之则越差。

7.1.2 贮存可靠性评估方法

首先介绍贮存寿命的参数估计。由于 MLE 是一种渐近无偏估计,而且对于中小子样的估计偏差也较小。另外,无论是完全试验、定数截尾、定时截尾,还是随机截尾的情况,MLE 法具有广泛的适用性。

1. 基于有失效数据求寿命分布参数的 MLE 法

对于大型、昂贵的设备,长期处于贮存状态时,在贮存期对它们作连续不间断的检测是非常困难的,实际中常进行定期检测。有失效数据的失效时间没有观测到,所观测到的是发生在某个时间区间内的失效数,即假定测试时间为 $0 \leq t_1 < t_1 < \dots < t_k < \infty$ 时,仅能确定出在 $[t_{i-1}, t_i]$ 失效的个数,即

$$r_i, \quad i = 1, 2, \dots, k \text{ 且 } \sum_{i=1}^k r_i = r < n$$

这就是所谓的区间型数据。

在区间型数据中,还有一种随机截尾数据,即测试的产品有中途退出试验,而这个退出试验的时间也是随机的,即假定测试时间为 $0 \leq t_1 < t_1 < \dots < t_k < \infty$ 时,仅能确定出在 $[t_{i-1}, t_i]$ 失效的个数为

$$c_i, \quad i = 1, 2, \dots, k \text{ 且 } \sum_{i=1}^k c_i = c < n$$

假设在 $[t_{i-1}, t_i]$ 未失效数为 $s_i, i = 1, 2, \dots, k$, 则到试验截止时共有 r 个失效, c 个截尾,尚有 $s = n - r - c$ 个未失效,它们将在 $[t_k, \infty)$ 失效,称上面的数据为带随机截尾的区间型数据(表 7-1)。

表 7-1 区间型数据

检测时间 t_i	t_1	t_2	...	t_k	$> t_k$
时间间隔	$[0, t_1]$	$[t_1, t_2]$	...	$[t_{k-1}, t_k]$	$[t_k, \infty)$
失效数目	r_1	r_2	...	r_k	$n - r$
截尾数目	c_1	c_2	...	c_k	
未失效数目	s_1	s_2	...	s_k	$n - r - c$

假设每个样品有寿命 T 和截尾时间 L , 且 T 和 L 是独立的连续随机变量,其累积失效函数分别为 $F(t)$ 和 $G(t)$ 。下面给出双参数威布尔分布和单参数指数分

布的极大似然函数。

(1) 单参数指数分布的极大似然函数

指数分布的寿命分布函数为

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0 \quad (7-2)$$

其中, $\lambda > 0$ 为失效率。

从而产品在 $[t_{i-1}, t_i]$ 失效的概率为

$$p_i = p\{t_{i-1} \leq t \leq t_i\} = F(t_i) - F(t_{i-1}), \quad i=1, 2, \dots, k \quad (7-3)$$

若到时刻 t_k 尚未失效, 则在 $[t_k, \infty)$ 失效的概率为

$$p_k = p(t > t_k) = 1 - F(t_k) \quad (7-4)$$

在 $[t_{i-1}, t_i]$ 截尾的概率为

$$p'_i = p\{t_{i-1} \leq t \leq t_i\} = G(t_i) - G(t_{i-1}), \quad i=1, 2, \dots, k \quad (7-5)$$

到时刻 t_k 尚未截尾, 而在 $[t_k, \infty)$ 截尾的概率为

$$p'_k = p(t > t_k) = 1 - G(t_k) \quad (7-6)$$

于是, 在测试周期 $[t_{i-1}, t_i]$ 失效 r_i 个的概率为 $(p_i)^{r_i}$, 截尾 c_i 个的概率为 $(p'_i)^{c_i}$, 到 t_k 时刻有 s 个产品尚未失效的概率为 $(p_k)^s$, 则似然函数为

$$\begin{aligned} L &= \left[\frac{n!}{(n-r)! \prod_{i=1}^k r_i!} \prod_{i=1}^k p_i^{r_i} (p_k)^s \right] \cdot \left[\frac{n!}{(n-c)! \prod_{i=1}^k c_i!} \prod_{i=1}^k p'^{c_i}_i (p'_k)^s \right] \\ &= \left\{ \frac{n!}{(n-r)! \prod_{i=1}^k r_i!} \prod_{i=1}^k [F(t_i) - F(t_{i-1})]^{r_i} [1 - F(t_k)]^s \right\} \\ &\quad \cdot \left\{ \frac{n!}{(n-c)! \prod_{i=1}^k c_i!} \prod_{i=1}^k [G(t_i) - G(t_{i-1})]^{c_i} [1 - F(t_k)]^s \right\} \quad (7-7) \end{aligned}$$

由于求取的是寿命 T 中的相关参数, 可以假设 $G(t)$ 中不含任何未知参数, 令

$$C = \frac{n!}{(n-r)! \prod_{i=1}^k r_i!}$$

可得似然函数为

$$L = C \prod_{i=1}^k [F(t_i) - F(t_{i-1})]^{r_i} [1 - F(t_k)]^s$$

则

$$\ln L = \ln C + \sum_{i=1}^k r_i \ln [e^{-\lambda t_i} - e^{-\lambda t_{i-1}}] + \left[n - \sum_{i=1}^k (r_i + c_i) \right] (-\lambda t_k) \quad (7-8)$$

(2) 双参数威布尔分布的极大似然函数

因为 Weibull 型分布函数 $F(t)$ 为

$$F(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{\eta} \right)^m \right], \quad t \geq 0 \quad (7-9)$$

其中, $m > 0$ 为形状参数; $\eta > 0$ 为特征寿命。

从而似然函数为

$$L = C \prod_{i=1}^k [F(t_i) - F(t_{i-1})]^{r_i} [1 - F(t_k)]^s$$

取对数有

$$\ln L = \ln C + \sum_{i=1}^k r_i \ln \left[e^{-\left(\frac{t_{i-1}}{\eta} \right)^m} - e^{-\left(\frac{t_i}{\eta} \right)^m} \right] - \left[n - \sum_{i=1}^k (r_i + c_i) \right] \left[- \left(\frac{t_k}{\eta} \right)^m \right] \quad (7-10)$$

对于这些模型的参数,通常利用迭代法或参数优化方法求解各参数的极大似然方程。

2. 基于无失效数据求寿命分布参数的模糊加权最小二乘法

由于无失效数据只提供了贮存多少年基本无失效的信息,而没有提供有关失效趋势的信息,因此几乎不可能对“何时将开始出现失效”做出可靠的预测。因此,可以根据同类产品的失效机理相同,适用于有失效数据的分布模型同样适用于零失效数据的原则,把有失效数据选择的分布类型用于零失效情况,给出一种处理无失效数据的方法。

解决该问题的常规思路是在各 t_i 处获得失效概率 $p_i = P(T < t_i)$ 的估计 $\hat{p}_i (i=1, 2, \dots, k)$, 通过各点配一条寿命分布曲线,利用曲线拟合确定出寿命分布中的参数。

近年来已有经典方法、Bayes 法、等效失效数法等解决上述问题,对于无失效问题评价的好坏标准目前只能用工程经验来判断。因此,上述各种方法从工程角度来说,都可使用。相对而言,多层 Bayes 法和等效失效数法的效果较好。等效失效数法求可靠度的步骤如下。

① 给出可靠度 q_i 的估计 $\hat{q}_i$ 。

② 估计等效失效数 $\hat{\beta}$ 。具体方法是对给定的 m, T^m 服从指数分布,设其失效

率 $\lambda = \eta^{-m}$ 的估计为

$$\hat{\lambda} = \frac{\beta}{\sum_{i=1}^k n_i t_i^m} \quad (7-11)$$

其中, β 即为待估计的等效失效数。

令

$$Q(m, \beta) = \sum_{i=2}^k \frac{n_i (\hat{q}_i - q_i(\theta))^2}{q_i(\theta)(1 - q_i(\theta))} \quad (7-12)$$

使 Q 最小即可求得 $\hat{\beta}$ 。

③ 若 $\hat{\beta} > 1$, 说明估计偏低, 需用 Bayes 方法对 q_i 的估计进行调整, 调整公式为

$$\hat{q}_i = \hat{q}_i + \frac{s_i + 1}{s_i + 2} (1 - \hat{q}_i), \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (7-13)$$

对各个 $\hat{q}$ 再用步骤②可得 β 的再估计 $\hat{\beta}$, 如此重复, 直到 $\hat{\beta} \leq 1$ 停止。

④ 当 $\hat{\beta} \leq 1$, 以各 t_i 和调整后的 q_i 组成线性回归方程, 用线性回归估计出威布尔分布参数 $\hat{m}$ 和 $\hat{\eta}$ 。

对于单参数指数分布情况下的统计分析, 设在 n 个产品中有 r 个在 τ 时刻失效的概率估计值为

$$\hat{F}(\tau) = (r + 0.5) / (n + 1)$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\hat{F}(\tau) \rightarrow F(\tau)$, 则无失效数据中, 若在 t_i 时有 s_i 个样本未失效, 则失效概率为

$$\hat{p}_i = \frac{0.5}{s_i + 1} \quad (7-14)$$

当 $i=1$ 时, 又 $r_1=0$, 由式(7-14)可得 p_1 的估计为

$$\hat{p}_1 = \frac{0.5}{s_1 + 1} \quad (7-15)$$

由于贮存的必然结果是导致产品最终失效, 因此产品的失效概率 $p(t)$ 是随时间递增的, 即 $p_{i+1} > p_i$ 。易知, $F(t)$ 是关于 t 的凸函数 ($F''(t) < 0$), 由凸函数的性质可知, 当 $t_i < t_{i+1}$ 时, 有

$$p'_{i+1} \geq p_{i+1} \geq p_i$$

其中