

# 大学物理实验

郝延明 任晓斌 编著  
原凤英 高纯静

# 大学物理实验

郝延明 任晓斌 编著  
原凤英 高纯静

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书是以天津科技大学目前使用的大学物理实验讲义为基础修订和改编的。全书共分3章：第1章阐述了测量误差及数据处理的基础知识；第2章为29个实验项目，涵盖了力学、热学、电磁学、光学和近代物理等方面的内容。在每个实验项目中都安排了一些思考题或习题，用于指导学生预习实验或进一步理解实验项目的意义，便于知识的拓展。第3章介绍了一些大学物理实验课中常用的基础性实验仪器。

本书可作为理工农医类高等学校的大学物理实验教材或教学参考书。

版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/郝延明等编著.--北京：清华大学出版社,2016

ISBN 978-7-302-44519-7

I. ①大… II. ①郝… III. ①物理学—实验—高等学校—教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 165171 号

责任编辑：朱红莲

封面设计：傅瑞学

责任校对：王淑云

责任印制：宋 林

出版发行：清华大学出版社

网 址：<http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址：北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编：100084

社 总 机：010-62770175 邮 购：010-62786544

投稿与读者服务：010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈：010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者：北京富博印刷有限公司

装 订 者：北京市密云县京文制本装订厂

经 销：全国新华书店

开 本：185mm×260mm 印 张：10.75

字 数：259 千字

版 次：2016 年 8 月第 1 版

印 次：2016 年 8 月第 1 次印刷

印 数：1~4000

定 价：28.00 元

---

产品编号：070998-01

# 前言



FOREWORD

随着大学物理实验课程教学改革的不断深入,近年来我校大学物理实验项目及其教学内容、教学方法更新很快,过去的教材已经严重不适合实际教学工作的需要。鉴于我校大学物理实验课程教学内容设置的相对独立性的特点,及目前还没有比较适应我校实际教学要求的教材,因此迫切需要编写一本适应我校教学特点和教学内容的大学物理实验教学讲义。

本实验讲义是根据教育部颁发的“非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求”,以我校目前使用的大学物理实验讲义为基础,由我校担任大学物理实验教学的全体一线教师共同编写完成的。全书包含测量误差及数据处理、目前我校正在开设的 29 个大学物理实验项目、大学物理实验基础仪器简介 3 部分。每个实验项目均由长期具体担任该实验项目教学工作的教师负责编写。由于我校大学物理实验课教师来自国内外 20 多所不同的高校或科研院所,他们的专业方向及研究工作经历有所不同,使得其学源背景宽泛,专业背景齐全,而且教学方法各具特色,都或多或少地保有原毕业院校的教学特点,所承担的实验项目也基本上与个人的专业特长有关,这些因素对工科院校的基础实验课教学是极为有利的。学生在学习的过程中基本上可以体验到各个学校的教学特点,取长补短,兼容并蓄。因此,我们在各实验项目的编写形式上未作统一要求,基本上是按照各位教师实际教学的情况编写的,并尽量保持他们的教学特点,且在每个实验项目中都给出了一些思考题或习题,用于指导学生预习实验或进一步理解该实验项目的意义,便于知识的拓展。具体实验项目的编写教师列于附录的表格中。

由于时间和水平所限,本书难免存在一些缺点和错误,敬请使用本教材的教师、同学和其他读者提出宝贵意见。

郝廷明

2016 年 4 月

# 目录



## CONTENTS

绪论 .....	1
第 1 章 测量误差及数据处理 .....	3
1.1 测量及误差 .....	3
1.2 随机误差的处理 .....	4
1.3 不确定度和测量结果的表示 .....	7
1.4 有效数字的记录与运算 .....	9
1.5 实验数据处理的基本方法 .....	10
习题 .....	14
第 2 章 大学物理实验 .....	16
实验 1 刚体定轴转动定律 .....	16
实验 2 导轨上的一维运动 .....	18
实验 3 钢丝杨氏模量的测定 .....	21
实验 4 用三线摆测量转动惯量 .....	24
实验 5 动态共振法测量金属材料杨氏模量 .....	32
实验 6 落球法测黏滞系数 .....	35
实验 7 惠斯通电桥测电阻 .....	40
实验 8 用稳恒电流场模拟静电场 .....	46
实验 9 补偿法测电动势 .....	49
实验 10 密立根油滴法测定电子电荷 .....	51
实验 11 电表改装与校正 .....	56
实验 12 示波器的原理和使用 .....	59
实验 13 迈克耳孙干涉仪的调整和使用 .....	67
实验 14 等厚干涉——牛顿环测透镜曲率半径 .....	73
实验 15 分光计的调整及应用 .....	77
实验 16 光栅衍射 .....	82
实验 17 测量单缝衍射的光强分布 .....	85
实验 18 偏振光实验 .....	88
实验 19 微波布拉格衍射 .....	92
实验 20 巨磁电阻效应 .....	98

实验 21 测量铁磁材料的动态磁滞回线和基本磁化曲线	102
实验 22 用霍尔元件测磁场	107
实验 23 金属电子逸出功的测定	113
实验 24 硅光电池特性的研究	117
实验 25 晶体电光效应	121
实验 26 红外技术基础研究	129
实验 27 光电信息处理	134
实验 28 超声声速及空气绝热系数的测量	141
实验 29 弗兰克-赫兹实验	145
<b>第 3 章 大学物理实验中常用基本仪器及器件</b>	<b>150</b>
3.1 测量长度、时间、质量的基本仪器	150
3.2 电学相关仪器	154
3.3 光学相关仪器	162
<b>附录</b>	<b>164</b>



# 绪 论

物理学是自然科学的基础,任何自然科学都离不开物理学这个基础,因此现代大学中的理、工、农、医等学科都需要学习物理学。在当今科学技术突飞猛进的时代,必须提高全民的科学素质,因此人文科学类的学生也应该学一点物理学,目前国内已经有很多大学特别是重点大学都对文科类学生开设了物理学。

物理学本质上来说是一门实验科学。这是因为:①物理学中对实验现象的观测结果经过分析总结,形成一定的理论,理论又反过来指导进一步的实验和实践;②物理学理论的正确与否需要由实验来最终验证,没有经过实验检验的理论,最终只能是一种假想,不能称之为真正的理论。

物理学是自然科学的基础,物理实验相应也是各学科科学实验的基础。例如工程技术类学科的发展就是以物理学和物理实验为基础的。物理实验中的长度、质量、时间、电、光、磁、热等物理量的测量方法以及误差、不确定度的计算分析方法等都是工程技术领域常用的基本方法。甚至很多专门的工程技术学科本身就是由物理学中某个专门学科发展而来的。纵观科学技术的发展史可以看出,物理学的每一项新突破都导致了工程技术领域的重大变革。例如:法拉第发现了电磁感应定律,才有了今天的电动力;赫兹发现了电磁波,才有了今天的电磁波通信;哈恩发现了核裂变,才有了今天的核动力;半导体的研究导致了晶体管的出现,才有了今天的计算机、电视……;物理学中对磁介质、光介质的不断研究,才有了今天的高密度记录介质、硬盘、U 盘的存储,密度才不断提高,等等。因此要学习各门自然科学和工程技术学科,首先要学习物理学及物理实验。大学物理实验是一门实践性的课程,它和大学物理理论课具有同等重要的地位。实验研究有自己的一套理论、方法和技能。通过大学物理实验课的学习使学生了解科学实验的主要过程与基本方法,加深对物理理论的理解,为今后专门领域的学习奠定基础。

具体来说大学物理实验课的目的除了加深对物理理论的理解以外,还有以下几个方面:

1) 培养基本的实验技能,学习基本的实验方法。这里的实验技能不仅仅指物理实验技能,也包括其他自然科学学科及工程技术学科中的基本实验技能。因为其他学科的实验技术本身就是物理实验技术或由其发展而来的,任何技术测量都可归结为对力、热、光、电及磁等物理量的测量。例如温度的测量属于基础物理实验,但在生物、化学、机械、冶炼等学科中都会用到;材料表面的粗糙程度、硬度、材料的韧性、断裂性能、抗腐蚀性等性质的测量都可以归结到物理实验的范畴,等等。因此物理实验课的重要程度与其他工科各专业实验课的重要程度是一样的,从根本上来说是一回事。专业实验课实际上是物理实验的综合和发展。在培养基本实验技能和基本实验方法过程中应该注重以下两个方面:①注重培养学生掌握基本仪器仪表的使用方法,了解基本仪器仪表的工作原理。物理实验中采用的仪器仪表也

是科学的研究和工程技术领域实验中采用的基本仪器仪表。任何复杂的测量设备基本上都是由基本物理测量仪器构成的。因此掌握物理实验中的基本仪器仪表的工作原理及使用方法对以后掌握专门工程技术领域中的仪器仪表的使用和维护、改进都是有意义的,即便对于新型仪器、仪表的发明都是有意义的;②注重培养学生掌握一些力、热、光、电、磁等现象中的基本量的测量方法和测量原理,这些基本量的测量实际上是其他专业领域测量的基础。

2) 培养学生综合分析问题、解决问题的能力。分析问题是解决问题的前提,完成任何一个具体的测量任务,都要精心分析、设计实验原理和实验步骤,实验进行当中要对出现的现象不断进行分析判断,以改进和修正实验步骤、实验方法,达到最佳的测量结果。对结果的判断要有理论的指导。一般来讲,实验结果是否正确需要有理论上的根据,也就是说不能与理论的分析相矛盾,当然有些结果不能用单一的理论解释,可能需要多方面的理论综合起来才能够解释,因此实验分析本身不仅仅涉及实验操作过程的分析,也包括理论甚至多个理论的综合分析,进一步来说,还有可能对现有理论进行发展,提出新的理论规律。

3) 培养学生基本的实验数据分析及处理的能力。依据理论分析及对实验结果的预判设计记录数据的方法,有规律地记录数据,有助于在测量过程中及时发现测量的错误,也便于及时分析实验现象,改进实验步骤。清晰的图示数据及实验结果,有助于判断实验规律,推断新的实验现象。正确地处理实验数据,可以减小测量结果的偏差。除了列表、作图及最小二乘法处理数据以外,还应该使学生掌握一些计算机处理数据的方法。

4) 培养学生规范写作实验报告和规范写作科技文献的能力。大学物理实验中对实验报告的规范写作以及图表的规范表述要求实际上与国际通行的科技文献写作的要求大体相同,因此学生在撰写实验报告时不但可以学到规范表达实验结果的能力,而且可以学会规范表达科学研究结果的能力和撰写科技论文的能力。

5) 培养学生的团队协作能力。单人单组的物理实验固然可以培养一个人的独立实验能力,但多人单组的实验也是必不可少的。在多人单组实验中,由多个人同时完成一个实验,各有分工,又相互协调,这个过程本身就是锻炼培养同学之间协同工作的能力与积累经验的过程。过去有人认为实验中每人一组可以培养学生独立完成实验的能力,因此大多数学校都将物理实验设计为每人一组,各做各的。但这是一个误区,独立实验确实是培养学生的独立工作能力,但现在看来,任何工作都需要其他人的配合,个人的精力、能力都是有限的,现代工作特别是科学的研究工作都是一些复杂的工作,需要多人一起共同完成,团队协作共同完成工作的能力显得越来越重要。因此适当地安排一些多人单组共同进行的综合性实验有助于培养学生的团队协作能力。

6) 培养学生的创新意识。扎实的基础知识,勤于思考、善于思考,勇于质疑,勤于实践的习惯和工作作风是创新的根本。大学物理实验课在要求学生遵守基本操作规范的情况下,应该注重鼓励学生相互讨论,相互质疑,特别地应当鼓励学生对教师质疑,这对培养学生的创新意识是有帮助的。

总之,大学物理实验课对于理、工、农、医等各学科都具有重要意义,是这些学科重要的、不可或缺的基础。只有学好这门课程,才能够为自己的专业课学习奠定良好的基础,将来才能够在自己的专业领域内达到较高的水平。通过以上介绍,我们希望大学生能够充分认识到大学物理实验课的重要性是不亚于各门学科的专业实验课的,甚至高于各门学科的专业实验课,这是学好这门课程的前提。

# 测量误差及数据处理

## 1.1 测量及误差

### 1. 测量及其分类

测量是物理实验的重要手段,了解物质特性、验证物理原理、研究物理规律等都离不开测量。测量就是将被测物理量与选定为基本单位的物理量进行比较,其倍数即为待测物理量的大小,其单位就是与之进行比较的基本单位,因此一个物理量的测量结果必须同时包含大小和单位,两者缺一不可。

测量可分为直接测量和间接测量。直接测量是指直接从仪器或量具上读出待测量的量值。例如用米尺测量钢丝的长度,用天平称量重物的质量,用秒表记录小球的下落时间等。对应的待测量称为直接测量量。间接测量是指不能直接读出待测量的量值,而要根据直接测量量之间的函数关系得出待测量的量值。例如物体的密度,刚体的转动惯量等。对应的待测量称为间接测量量。

对同一待测量进行多次测量时,始终在相同的测量条件(同一测量者、同样的仪器、同样的方法)下进行,则每次测量的可靠程度都是一样的,这样的多次测量称为等精度测量,测量得到的一组数据称为测量列。若多次测量时,测量条件发生了改变,如更换实验仪器、改变实验方法等,则为不等精度测量。对这种测量要引入“权”的概念,根据每个测量值的“权重”进行“加权平均”。物理实验中一般进行的都是等精度测量。

### 2. 误差及其分类

由于受到测量仪器的精度、测量原理的近似性、测量条件的不理想以及测量者的实验素质等因素的制约,一个物理量的测量很难做到完全准确,即测量值  $x$  与待测量的客观真实值(即真值) $x_0$  之间总是存在一定的差异,这种差异在数值上的表示即为误差:

$$\Delta x = x - x_0$$

要准确地判定一个测量结果的优劣,还要引入相对误差,相对误差  $E_r$  是指误差与待测量真值的比值,常用百分比表示:

$$E_r = \frac{\Delta x}{x_0} \times 100\%$$

根据误差的性质和特点,可将误差分为两类:系统误差和随机误差。

### 1) 系统误差

在相同条件(实验方法、实验环境、仪器、实验者等)下,对同一待测量进行多次测量,误差的绝对值和符号始终保持不变或按某种规律变化,这类误差称为系统误差,其特征是确定性。前者称为定值系统误差,后者称为变值系统误差。系统误差产生的原因主要有以下几个方面:

(1) 由于实验原理或实验方法不完善导致的误差。例如,用伏安法测电阻时没有考虑电表内阻的影响;用单摆测重力加速度时要求摆角  $\theta \rightarrow 0$ ,而实际很难满足等。

(2) 由于仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器所造成的误差。例如,仪器未经调零;刻度不准;精密螺杆回程差等。

(3) 由于环境条件变化引起的误差。例如,标准电池是以 20°C 时的电动势作为标准值的,若环境温度为 35°C 而不进行修正就会引入误差。

(4) 由于观察者本身的生理或心理特点引入的误差等。例如,使用停表计时时,有人习惯早停,使测量值偏小,也有人习惯晚停,使测量值偏大等。

从系统误差产生的原因可知,在相同的实验条件下,实验者不可能通过多次测量修正或消除系统误差,但在实验中应尽可能地对系统误差进行修正和处理,例如校正仪器、改进实验方法、对实验公式进行修正、纠正实验者不良的实验习惯等。按对系统误差的掌握程度可将其分为已定系统误差和未定系统误差。已定系统误差是指采用一定方法可以确定误差的数据和符号,通过对测量值进行修正来减小或消除其影响。未定系统误差是指不能确定误差的数据和符号,一般也难于修正和消除,仅仅知道其可能的范围。

### 2) 随机误差

在相同条件下,对同一待测量进行多次测量,在消除系统误差影响的情况下,各次测量值之间仍是存在差异,且变化不定,这种误差的绝对值和符号都在随机变化,称为随机误差(或称偶然误差),其特征是不确定性。随机误差产生的原因在于测量过程中存在一些随机的或不确定的因素,例如实验条件或实验环境的起伏变化、仪器的稳定性、实验者感觉器官的分辨能力等。就某次测量来说随机误差的大小和符号是不可预知的,但对某一待测量进行大量重复测量,就可以发现随机误差服从一定的统计规律,其中最常见的是正态分布规律,遵从正态分布规律的随机误差具有下列特征:

- (1) 单峰性: 绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。
- (2) 对称性: 绝对值相同的正误差和负误差出现的概率相同。
- (3) 有界性: 绝对值很大的误差出现的概率趋于零,即随机误差的分布具有有限的范围。
- (4) 抵偿性: 测量次数足够多时,随机误差的代数和趋于零,即随机误差的算术平均值趋于零,这一点可由随机误差的单峰性和对称性导出。

根据随机误差的特点,可以采用多次测量取平均的方法来减小随机误差的影响,事实上多次测量的算术平均值就是待测量的最佳估计值。

## 1.2 随机误差的处理

测量次数足够多时,随机误差的分布符合正态分布规律,正态分布的特征可用正态分布曲线形象描述,如图 1.1 表示,其中横坐标为误差,纵坐标为误差出现的概率密度分布函数。

根据误差理论可知,概率密度的函数表达式为

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}} \quad (1.1)$$

其物理含义为:在误差值  $\Delta x$  附近单位误差区间内的误差出现的概率。图 1.1 曲线下阴影的面积  $f(\Delta x)d\Delta x$  表示误差出现在  $\Delta x \sim \Delta x + d\Delta x$  区间内的概率。根据概率论的归一化条件,误差出现在  $-\infty \sim +\infty$  的概率应该等于 1,即曲线下的总面积等于 1。

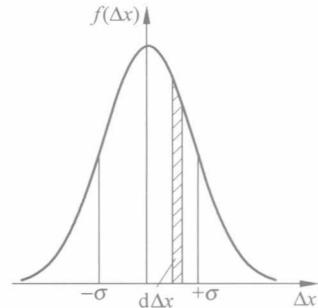


图 1.1 误差概率密度分布

式中,  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2}{n}}$  称为标准误差,其中  $n$  为测量次数。

## 1. 标准误差的物理意义

由式(1.1)可知,当  $\Delta x = 0$  时

$$f(0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

因此  $\sigma$  值越小,  $f(0)$  值越大, 对应曲线峰值高且陡峭,说明绝对值小的误差占多数,测量值的分散性小,测量的精度高;反之  $\sigma$  值越大,  $f(0)$  值越小, 曲线峰值低且平坦,测量值的分散性大,测量的精度差。所以  $\sigma$  可以反映测量值的分散性。标准误差  $\sigma$  和测量误差  $\Delta x_i$  完全不同,  $\Delta x_i$  是确定的测量误差值,而  $\sigma$  并不是具体的误差值,它可以反映在相同的实验条件下进行一组测量时随机误差出现的概率分布情况,是一个统计的特征值。 $\sigma$  的统计意义可以从  $f(\Delta x)$  的函数式求出。误差出现在  $[-\sigma, +\sigma]$  区间内的概率

$$P(-\sigma \leq \Delta x \leq \sigma) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\Delta x) d\Delta x = \int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}} d\Delta x = 68.3\%$$

即在大量测量当中,任一测量量的误差出现在  $[-\sigma, +\sigma]$  之间的概率为 68.3%,误差区间称为置信区间,相应的概率称为置信概率。显然置信区间增大,置信概率提高,置信区间为  $[-2\sigma, +2\sigma]$  时,置信概率为 95.5%,置信区间为  $[-3\sigma, +3\sigma]$  时,置信概率为 99.7%,可见误差超出  $[-3\sigma, +3\sigma]$  区间的可能性极小,所以常将土  $3\sigma$  称为极限误差。

## 2. 算术平均值

待测量的真值是客观存在的,在尽力消除系统误差的前提下,因为随机误差的存在,仍不能得到待测量的真值。在这种情况下,如何得到最接近真值的测量结果呢?根据随机误差抵偿性的特点,对一个待测量进行足够多次的重复测量后,测量值的算术平均值就是最接近真值的最佳估计值。

设在相同条件下,对某一待测量进行了多次测量,测量值分别为  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , 各次测量的随机误差分别为  $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots, \Delta x_n$ , 则

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0$$

$$\Delta x_2 = x_2 - x_0$$

⋮

$$\Delta x_n = x_n - x_0$$

将以上各式相加可得

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = \sum_{i=1}^n x_i - nx_0$$

或

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - x_0 \quad (1.2)$$

用  $\bar{x}$  代表算术平均值, 则  $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ , 式(1.2) 可变为  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = \bar{x} - x_0$ 。

由随机误差的抵偿性可知, 当测量次数足够多时, 正负误差可以抵消, 各误差的代数和趋于 0, 即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0$$

所以

$$\bar{x} \rightarrow x_0$$

由此可见测量次数越多, 算数平均值越接近待测量的真值, 当测量次数足够多时, 可用算数平均值作为测量值的最佳估计值, 这点也可以利用最小二乘法进行求证。

### 3. 标准偏差

由于真值是不能确切知道的, 所以测量值的误差也不能确切知道。而误差不可避免地存在于一切科学实验和测量当中, 因此仅能用算数平均值作为待测量的最佳估计值, 用偏差(或残差)表示测量值与最佳估计值之差。即误差可用偏差代替, 标准误差  $\sigma$  可用标准偏差  $S_x$  近似代替。根据误差理论, 可以推导出标准偏差的表达式

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

上式称为贝塞尔公式。标准偏差代表了测量列的精密程度, 标准偏差越小, 测量的精密度越高。根据统计理论可知, 测量列中每一个测量值的偏差落在  $[-S_x, +S_x]$  区间内的概率为 68.3%。

对有限次测量来说, 算数平均值并不等于真值, 它也是一个随机变量。在完全相同的条件下, 多次进行重复测量, 每次得到的算术平均值也不完全相同, 这说明算术平均值本身也具有离散性, 也存在随机误差。因为算数平均值  $\bar{x}$  比任何一次测量值都更接近真值, 也就是  $\bar{x}$  的可靠性比任意一次测量值都高, 所以算术平均值的标准偏差必定小于测量列的标准偏差, 由误差理论可以得到算数平均值的标准偏差为

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

随着测量次数增加, 算数平均值的标准偏差  $S_{\bar{x}}$  减小。图 1.2 给出了  $S_{\bar{x}}$  随测量次数  $n$  的变化关系。由图可知在  $n$  较大时,  $S_{\bar{x}}$  减小得很缓慢, 尤其是当  $n > 10$  之后,  $S_{\bar{x}}$  的减小已经非常不明显, 同时测量的精度还要受仪器精度、实验条件、实验环境和测量者等因素的影响,

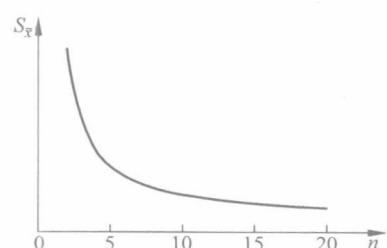


图 1.2 标准偏差随测量次数的变化

所以在实际测量中,单纯依靠增加测量次数来提高测量的准确度,其作用是有限的。一般原则是各重复测量值若起伏较大,就需要多测几次,若起伏较小就少测几次。对一个测量量至少先测2~3次,若各次测量值相同,说明仪器精度高,反映不出测量的随机误差,可按单次测量处理;若各次测量值不同,可进行多次测量,共测5~10次即可。

## 1.3 不确定度和测量结果的表示

在科学实验当中,一个完整的测量结果,不仅要给出待测量的测量值,还要对其测量误差进行评定,即对其测量结果的可信任程度进行评定。由于待测量的真值不可知,只能对测量误差给出某种可能的评估,不可能用测量误差来表示测量结果的可信程度。长期以来不同国家、不同行业对于测量误差的处理和表示很不统一,为此国际计量局(BIPM)、国际标准化(ISO)等组织先后提出并制定了《实验不确定度的规定建议书 INC-1(1980)》及《测量不确定度表示指南(1993)》,规定采用不确定度 $\Delta$ 替代误差来评定测量结果的质量。测量不确定度是与测量结果相关联的参数,用来表征由于测量误差的存在而对测量值不能肯定的程度,是对待测量真值在某个量值范围的评定。或者说不确定度表示了测量误差可能出现的范围,它的大小反映了测量结果的可信程度,不确定度越小,测量结果的可信程度越高,测量结果与真值越接近。任何一个测量结果都存在不确定度,因此一个完整的测量结果可以表示为

$$x = \bar{x} \pm \Delta \text{ (单位)}$$

相对不确定度

$$E_r = \frac{\Delta}{\bar{x}} \times 100\%$$

### 1. 不确定度的分类

不确定度包含了各种不同来源的误差对测量结果的影响,根据其测量数据的性质和数值评定方法,在修正了可确定系统误差之后,将余下的误差分为可用概率统计方法计算的A类不确定度 $\Delta_A$ 和非统计方法估算的B类不确定度 $\Delta_B$ ,在各不确定度分量彼此独立的情况下,可将A类不确定度和B类不确定度按“方和根”的方法合成,得到总的不确定度

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2}$$

#### 1) A类不确定度

在测量次数足够多时,随机误差呈现正态分布,一般可用 $S_x$ 来估算测量结果的标准误差,因此在不确定度中可用它作为A类不确定度。在实际测量中,一般只能进行有限次测量,这时随机误差服从t分布,也叫学生分布(“Student”是1908年戈塞特发表t分布时所用的笔名)。t分布和正态分布类似,只是t分布的峰值低于正态分布,而且上部较窄,下部较宽,因此要得到和无限次测量相同的置信概率,就需要在平均值标准偏差 $S_x$ 的基础上乘以一个因子 $t_p(n-1)$ ,即A类不确定度为

$$\Delta_A = t_p(n-1)S_x = \frac{t_p(n-1)}{\sqrt{n}}S_x$$

式中,因子 $t_p(n-1)$ 的值与置信概率 $p$ 和测量次数 $n$ 有关,表1.1中给出置信概率 $p=0.95$ 时不同测量次数和 $t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 的对应关系,以便查用。

表 1.1  $p=0.95$  时  $n$  与  $t_p(n-1)/\sqrt{n}$  的对应关系

测量次数 $n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_p(n-1)/\sqrt{n}$	8.98	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72

## 2) B 类不确定度

B 类不确定度在测量范围内很难做出统计评定,一般由实验室根据具体情况近似给出,在很多直接测量中,主要考虑仪器误差这一主要因素。仪器误差是指在正确使用仪器的条件下,测量所得结果与待测量真值的最大误差,也称为误差限,用  $\Delta_{\text{仪}}$  表示。仪器的准确度级别通常由制造工厂或计量机构使用更精确的仪器、量具,经过检定比较后给出,一般写在仪器的标牌或说明书中。由仪器的量程和级别等就可以计算出仪器的误差限。对一个待测量进行多次测量时,测量值都相同或基本相同,这并不表示不存在随机误差,而是因为误差较小,仪器的灵敏度比较低,不能反映其微小差异,这时可用仪器误差限作为测量结果的误差。如果仪器误差服从一定的分布规律,则仪器的标准偏差为

$$\sigma_{\text{仪}} = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{C}$$

式中,C 为置信系数,与仪器测量误差的分布规律有关,如果知道仪器误差的分布规律,C 就可知,正态分布、均匀分布、三角分布对应的 C 分别为  $3, \sqrt{3}, \sqrt{6}$ 。可用  $\Delta_B = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{C}$  计算出 B 类不确定度;对于多数不知道仪器误差分布规律的情况,《指南》建议按均匀分布  $C = \sqrt{3}$  处理,但这种建议可能与多数实际情况不符。因此约定,在普通物理实验中,大多数情况下直接用仪器误差限估算 B 类不确定度,即  $\Delta_B = \Delta_{\text{仪}}$ 。

## 2. 间接测量量的不确定度

实际工作中,大多数实验进行的测量都是间接测量。间接测量的结果是通过直接测量量的函数关系得到的,因此直接测量量的不确定度必然导致间接测量量的不确定度,这就是不确定度的传递。

设间接测量量  $N$  和彼此独立的直接测量量  $x, y, z, \dots$  之间的函数关系为

$$N = f(x, y, z, \dots)$$

设  $x, y, z, \dots$  的不确定度分别为  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z, \dots$ , 间接测量量  $N$  的不确定度为  $\Delta_N$ , 因为不确定度是一个微小量,可以借助微分手段来分析。对式两边取全微分:

$$dN = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \dots$$

也可先对式两边取自然对数,再取全微分:

$$\frac{dN}{N} = \frac{\partial \ln f}{\partial x} dx + \frac{\partial \ln f}{\partial y} dy + \frac{\partial \ln f}{\partial z} dz + \dots$$

其中,  $dN$  对应  $\Delta_N$ ,  $dx, dy, dz, \dots$  分别对应  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z, \dots$ , 式中各求和项称为不确定度项, 各直接测量量不确定度前面的系数称为不确定度传递系数。考虑到不确定度合成的统计性质, 间接测量量的不确定度合成采用“方和根”的形式, 即

$$\Delta_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \Delta_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \Delta_y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \Delta_z\right)^2 + \dots} \quad (1.3)$$

$$\frac{\Delta_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x} \Delta_x\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y} \Delta_y\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z} \Delta_z\right)^2 + \dots} \quad (1.4)$$

对和差函数一般先用式(1.3)求出不确定度  $\Delta_N$ , 再求相对不确定度  $E_r = \frac{\Delta_N}{N} \times 100\%$  比较简便; 对积商函数一般先用式(1.4)求出相对不确定度  $E_r$ , 再用  $\Delta_N = \bar{N} \cdot E_r$  求解不确定度比较简便。

## 1.4 有效数字的记录与运算

### 1. 有效数字的基本知识

实验的基础是测量, 因为任何测量都是存在误差的, 所以测量结果的数值位数不能随意记录, 必须能够准确地反映待测量的大小和测量的精度, 这就需要用有效数字来表示。有效数字由可靠数字(准确数字)和存疑数字(欠准数字)组成。可靠数字是由测量仪器明确指示的, 对同一待测量, 不同测量者读到的准确数字是不会发生变化的。存疑数字通常由测量者估读得到, 不同测量者估读的数字可能略有不同。估读位通常就是仪器最小分度的下一位。如何估读可根据测量的实际情况进行, 一般可估读到最小分度值的  $1/10, 1/5, 1/4, 1/2$ ; 游标类量具一般不估读, 特殊情况估读到最小分度的  $1/2$ ; 数字式仪表、步进读数仪器(如电阻箱)不需要估读。例如用最小精度为 mm 的米尺测量物体长度时, 测量结果为  $17.2\text{mm}$ , 其中“17”是由米尺上直接读到的可靠数字, “2”是测量者估读的存疑数字; 用 50 分度的游标卡尺测量物体长度时, 结果为  $17.22\text{mm}$ , 没有估读数字。存疑数字虽然是估读的, 但它还是在一定程度上反映了测量的客观实际, 因此它也是有效数字, 不能随意增减。尤其要注意, 读取整刻度值时, 一定不能忘记估读“0”, 比如用上述米尺测量物体长度刚好为  $17\text{mm}$ , 应该记录为  $17.0\text{mm}$ 。对于有效数字还应注意以下几点:

1) 有效数字中“0”的性质。非零数字前的“0”只起定位作用, 不是有效数字, 非零数字中间和后面的“0”都是有效数字。比如测量结果  $0.0210\text{m}$  有 3 位有效数字。

2) 有效数字位数和测量仪器有关。测量结果的有效数字一方面反映了待测量的大小, 一方面反映了测量仪器的精度。比如用不同仪器测量同一物体的长度  $l$ :

- (1) 用最小分度为毫米的米尺测量,  $l=4.1\text{mm}$ ;
- (2) 用 50 分度游标卡尺测量,  $l=4.12\text{mm}$ ;
- (3) 用螺旋测微计测量,  $l=4.118\text{mm}$ ;

可见有效数字位数与测量仪器有关, 有效数字位数越多, 相对误差越小。

3) 有效数字的位数与小数点位置和单位换算无关。比如

$$1.4320\text{m} = 1.4320 \times 10^2 \text{cm} = 1.4320 \times 10^{-3} \text{km}$$

有效数字位数始终是 5 位, 对于较大或较小的数值通常采用科学计数法( $\times 10^{\pm n}$ )表示, 要求小数点前一般有一位有效数字。

### 2. 有效数字的运算规则

实验中进行的大多是间接测量, 测量结果需要通过运算得出。运算结果的有效数字依据以下原则: ①可靠数字间的运算结果仍为可靠数字; ②可靠数字和存疑数字或存疑数字

间的运算结果为存疑数字,但进位数字为可靠数字;③运算结果只保留一位存疑数字。其后数字按“四舍六入五凑偶”的规则处理。

1) 加减运算:运算结果的存疑位与各数中存疑位数量级最大的对齐。

如:  $10.2 + 3.145 = 13.3$

2) 乘除运算:运算结果的有效数位数一般与各数中有效数位数最少的相同,若两数首位相乘有进位时,多取一位。

如:  $3.145 \times 10.2 = 32.079 = 32.1$

$3.145 \times 9.3 = 29.2485 = 29.2$

3) 乘方开方运算:运算结果的有效数位数与其底的有效数位数相同。

如:  $\sqrt{144} = 12.0$

$145^2 = 2.10 \times 10^4$

4) 函数运算

(1) 对数函数:运算结果小数点后有效数位数与真数的有效数位数相同。

如:  $\ln 6.23 = 1.829$

(2) 三角函数:运算结果的有效数字由仪器的准确度确定,可将自变量的存疑位上下波动一个单位,观察结果在哪一位上变化,即为存疑位。

(3) 指数函数:运算结果用科学记数法表示,小数点前一位有效数字,小数点后有效数位数与指数小数点后有效数位数相同。

对于计算过程中间的数据,可以比上述原则多保留一位存疑数字,以防止多次取舍造成的附加误差。最后结果的有效数字由不确定度决定。

### 3. 测量结果的有效数字

1) 不确定度的有效数字

根据国家技术规范 JJF1059—1999《测量不确定度评定与表示》的规定,测量结果的不确定度一般保留1~2位有效数字,可以根据实际情况合理选择。通常当首位有效数字 $\geq 3$ 时,保留一位有效数字;当首位有效数字 $< 3$ 时,保留两位有效数字;后面的数字采用进位法舍去,即“非零即进”。例如不确定度0.0143m应改为0.015m。

2) 测量值的有效数字

测量值的有效数位数由不确定度决定。在保证相同单位、相同幂次的情况下,测量值最后一位有效数字和不确定度最后一位有效数字取齐。例如  $l = (1.8465 \pm 0.015)m$  应改为  $l = (1.846 \pm 0.015)m$ ,对测量值的舍去位采用“四舍六入五凑偶”的原则。

## 1.5 实验数据处理的基本方法

对采集的原始数据进行科学而合理的记录、整理、计算、分析,从中找出相关物理量的关系,研究物质的特性,验证相关的理论,这就是数据处理。数据处理是实验必不可少的重要组成部分,不同的实验用到的数据处理方法也不尽相同,下面介绍常用的几种数据处理方法。

### 1. 列表法

列表法就是在记录和处理数据时,把测量数据和相关的计算结果,按一定的规律列成表

格的方法。它的优点是可使数据记录清晰直观,条理清楚,能够简单明确地反映测量量之间的关系,易于找出数据的规律和存在的问题。能够科学合理地设计数据表格是科学工作者必备的基本素质。

数据表格没有统一的格式,但在设计表格时应注意以下几点:

- (1) 表格上方应有表头,写明所列表格的名称;
- (2) 合理设计表格形式,注意记录数据之间的关系和计算的顺序;
- (3) 各栏目必须标明物理量的名称、单位和数量级;
- (4) 表格中的数据要正确反映测量结果的有效数字;
- (5) 充分注意数据之间的关系,标明主要计算公式。

## 2. 作图法

### 1) 作图法的基本原则

作图法就是在坐标纸上将测量数据之间的关系和变化情况直观地表示出来,是一种常用的数据处理方法。利用作图法可以有效地研究物理量之间的变化规律,找出对应的函数关系和经验公式,求出相关常数。为了使图线能清晰定量地反映物理量之间的关系,并能从图上准确确定物理量的量值或求出相关常量,必须注意以下原则:

(1) 选取坐标纸。坐标纸有直角坐标纸(毫米坐标纸)、双对数坐标纸、单对数坐标纸和极坐标纸等,可根据相关量之间的规律进行选择,通常用的是直角坐标纸。

(2) 确定坐标轴的标记和分度。作图时,通常以横坐标代表自变量,纵坐标代表因变量,标明坐标轴代表的物理量的符号、单位和数量级。

坐标轴的分度由测量数据的有效数字确定,测量数据的可靠位在图上也应该是可靠的,存疑位在图上也是估读的,即不因作图而引入误差。

在坐标轴上每隔一定距离就要标明分度值,标记所用有效数字位数应和原始数据的有效数字位数相同,单位与坐标轴的单位一致。坐标轴的分度一般取1、2、5分度,保证不需要计算就可以方便快捷地确定各点的坐标。

选取适当的比例和坐标轴的起点,使图线可以相对均匀地充满坐标纸。坐标分度不一定从零开始,可选小于原始数据最小值的某一整数作为起点,大于原始数据最大值的某一整数作为终点。

(3) 标点。根据测量数据,用“+”或“○”标出各数据点在坐标纸上的位置,记号的交叉点或圆心应是数据点的坐标位置,“+”中的横竖线大小或“○”中的半径大小表示测量点的误差范围。若在同一坐标纸上画不同图线,标点应用不同符号,同时应在不同图线旁加上文字标注,以便识别。

(4) 连线。除仪器仪表的校正图线要连成折线外,一般应根据数据点的分布和趋势连成平滑的直线或曲线,连线时可以选用直尺或曲线板等工具。所绘图线应该通过尽可能多的数据点,不在图线上的点应尽量均匀分布在图线的两侧。

(5) 注解和说明。在图的显著位置注明图的名称、作图者、作图日期和必要的简短说明。

### 2) 图解法

利用已做好的实验图线,定量求解待测量或得到经验公式的方法称为图解法。当图线