



“十三五”普通高等教育本科规划教材

# 理论力学

刘起霞 主 编

徐志军 副主编



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



“十三五”普通高等教育本科规划教材

# 理论力学

主 编 刘起霞  
副主编 徐志军  
编 写 陈俊旗 咸庆军 李森森 陈 曦  
主 审 何 青



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

## 内 容 提 要

本书为“十三五”普通高等教育本科规划教材，是根据教育部高等学校力学基础课程教学指导分委员会最新颁布的《高等学校工科理论力学课程教学基本要求》(A类)编写的多学时理论力学教材。本书重点介绍理论力学特点的基础内容，重点讲授动力学内容和分析力学方法，并从多种不同的角度讲解基本概念、基本公式和基本方法。全书除绪论外共三篇十二章。第一篇静力学，包括受力分析概述、力系的等效与简化、静力学平衡问题。第二篇运动学，包括运动分析基础、点的复合运动分析、刚体的平面运动分析。第三篇动力学，包括动质点动力学基础、动量定理及其应用、动量矩定理及其应用、动能定理、达朗贝尔原理及其应用、虚位移原理及其应用。每章后配有思考题和习题，书末附有习题答案，以便读者学习。

本书适用于50~70学时的理论力学课程，可作为高等院校机械、土建、道桥、市政、水利、航空和力学等专业的理论力学或工程力学课程教材，也可作为相关技术人员的自学用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

理论力学 / 刘起霞主编. —北京: 中国电力出版社, 2016.8

“十三五”普通高等教育本科规划教材

ISBN 978-7-5123-8360-9

I. ①理… II. ①刘… III. ①理论力学—高等学校—教材 IV. ①O31

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第271339号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街19号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

\*

2016年8月第一版 2016年8月北京第一次印刷  
787毫米×1092毫米 16开本 18.75印张 452千字  
定价 38.00元

### 敬告读者

本书封底贴有防伪标签，刮开涂层可查询真伪  
本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

# 前 言

本书是根据教育部高等学校力学基础课程教学指导分委员会最新颁布的《高等学校工科理论力学课程教学基本要求》(A类)编写的多学时理论力学教材。理论力学是高等理工科院校中普遍开设的一门技术基础课,是后续力学课程和其他相关专业课程的基础。不同学校和专业对理论力学课程提出了不同的要求,而理论力学课程的学时也有所减少。同时,随着高等教育的普及和高校的扩招,学生的情况也发生了变化。为满足这些变化所产生的对教材的新需求,我们编写了本书。

理论力学是工科类专业一门重要的基础课。由于其理论性强、逻辑严密,使得学生在学习本课程时感觉有一定的难度,因而在编写本书的过程中,强调基础知识,注意由浅入深,遵循由概念到理论的过程。本书编者结合多年的教学实践,在内容及编排上,注重由浅入深、循序渐进的原则,力求结构严谨、重点突出、简明易学。书中编入了一定数量的例题和习题,供读者学习选用,以便于巩固对基本内容的理解,加强基本方法的训练。在优化教学内容的同时,加强对学生能力的培养,具体包括力学和数学建模能力、数学模型的分析能力、逻辑思维能力和等。在具体写法方面,力求概念清晰、论证严谨、叙述简要。

本书除绪论外共分三篇十二章。第一篇静力学,包括受力分析概述、力系的等效与简化、静力学平衡问题。第二篇运动学,包括运动分析基础、点的复合运动分析、刚体的平面运动分析。第三篇动力学,包括动质点动力学基础、动量定理及其应用、动量矩定理及其应用、动能定理、达朗贝尔原理及其应用、虚位移原理及其应用。

本书由河南工业大学刘起霞主编。其中,绪论、第一章、第二章、第四章第二节和习题由刘起霞编写,第三章由河南工业大学咸庆军编写,第五章和第六章由南阳师范大学李森森编写,第七章和第八章由河南工业大学陈曦编写,第九章和第十章由河南工业大学徐志军编写,第四章第一节、第十一章、第十二章和附录由河南工业大学陈俊旗编写。全书由刘起霞统稿,由华北电力大学何青担任主审。

本书编写过程中汲取了已出版的国内外相关教材的许多宝贵经验,并且编写本书的主体教师均为国家级力学教学团队成员,同时得到了河南工业大学土木建筑学院的大力支持和鼓励,许多有经验的老教师提出了宝贵意见,在此一并表示衷心感谢。

为了配合本书使用,编者开设了理论力学网络辅助教学网站,广大读者可以通过该网站浏览电子讲义和作业解答,开展网上讨论,提交反馈意见(网址:<http://jpkc.haut.edu.cn/jpkc/index/topic.aspx?cid=9>)。对于本书中可能存在的缺点和不足之处,诚望读者批评指正。

编者

2016年7月

## 主要符号表

$a$	加速度	$l$	长度
$a_n$	法向加速度	$L$	拉格朗日函数
$a_t$	切向加速度	$L_O$	刚体对点 $O$ 的动量矩
$a_a$	绝对加速度	$L_C$	刚体对质心的动量矩
$a_r$	相对加速度	$m$	质量
$a_e$	牵连加速度	$M_z$	对 $z$ 轴的矩
$a_C$	科氏加速度	$M$	力偶矩, 主矩
$A$	面积, 自由振动振幅	$M_O(F)$	力 $F$ 对点 $O$ 的矩
$e$	恢复因数	$M_I$	惯性力的主矩
$f$	动摩擦因数	$n$	质点数目
$f_s$	静摩擦因数	$O$	参考坐标系的原点
$F$	力	$p$	动量
$F'_R$	主矢	$P$	重量, 功率
$F_s$	静滑动摩擦力	$q$	载荷集度, 广义坐标
$F_N$	法向约束力	$Q$	广义力
$F_{le}$	牵连惯性力	$r$	半径, 矢径的模
$F_{IC}$	科氏惯性力	$r$	矢径
$F_I$	惯性力	$r_O$	点 $O$ 的矢径
$g$	重力加速度	$r_C$	质心的矢径
$h$	高度	$R$	半径
$i$	$x$ 轴的基矢量	$s$	弧坐标, 频率比
$I$	冲量	$t$	时间
$j$	$y$ 轴的基矢量	$T$	动能, 周期
$J_z$	刚体对 $z$ 轴的转动惯量	$v$	速度
$J_{xy}$	刚体对 $x$ 、 $y$ 轴的惯性积	$v_a$	绝对速度
$J_C$	刚体对质心的转动惯量	$v_r$	相对速度
$k$	弹簧刚度系数	$v_e$	牵连速度
$k$	$z$ 轴的基矢量	$v_C$	质心速度
$W$	力的功	$V$	势能, 体积
$x, y, z$	直角坐标	$\rho$	密度, 曲率半径
$\alpha$	角加速度	$\varphi$	角度坐标
$\beta$	角度坐标	$\varphi_f$	摩擦角
		$\psi$	角度坐标

$\delta$	滚阻系数, 阻尼系数	$\omega_0$	固有角频率
$\zeta$	阻尼比	$\omega$	角速度
$\eta$	减缩因数	$\omega_a$	绝对角速度
$\lambda$	本征值	$\omega_r$	相对角速度
$A$	对数减缩	$\omega_e$	牵连角速度

## 目 录

前言	
主要符号表	
绪论	1
第一节 理论力学研究的内容	1
第二节 理论力学发展简史	2
第三节 理论力学的研究方法	3
第四节 理论力学的学习目的与应用	4
<b>第一篇 静力学</b>	
第一章 受力分析概述	6
第一节 力的基本概念	6
第二节 静力学的基本概念	10
第三节 静力学公理	11
第四节 工程中常见的约束与约束反力	14
第五节 物体的受力分析	17
思考题	23
习题	25
第二章 力系的等效与简化	30
第一节 力对点的矩 力对轴的矩	30
第二节 力偶与力偶系	35
第三节 力偶等效定理	36
第四节 力系的简化	37
思考题	42
习题	44
第三章 静力学平衡问题	51
第一节 平面汇交力系的平衡方程与应用	51
第二节 平面力偶系的平衡方程与应用	54
第三节 平面平行力系的平衡方程与应用	56
第四节 平面任意力系的平衡方程与应用	58
第五节 物体系的平衡静定和超静定问题	61
第六节 平面静定桁架的静力分析	71
第七节 考虑摩擦时的平衡问题	76
思考题	83

习题	86
----	----

## 第二篇 运动学

第四章 运动分析基础	93
第一节 点的合成运动	93
第二节 刚体的基本运动	101
习题	108
第五章 点的合成运动	113
第一节 点的复合运动的基本概念	113
第二节 点的速度合成定理	116
第三节 牵连运动为平行移动时点的加速度合成定理	121
第四节 牵连运动为定轴转动时点的加速度合成定理	127
思考题	131
习题	132
第六章 刚体的平面运动	139
第一节 刚体平面运动方程及运动分解	139
第二节 平面图形上各点的速度分析	141
第三节 平面图形上各点的加速度分析	147
第四节 运动学综合应用举例	151
思考题	156
习题	158

## 第三篇 动力学

第七章 质点动力学基础	165
第一节 质点运动微分方程	165
第二节 非惯性系下的质点运动微分方程	167
第三节 机械振动基础	171
思考题	177
习题	178
第八章 动量定理及其应用	183
第一节 动量定理及其守恒形式	183
第二节 质心运动定理	193
思考题	198
习题	198
第九章 动量矩定理及其应用	203
第一节 质点与刚体的动量矩	203
第二节 动量矩定理及其守恒形式	204
第三节 刚体对轴的转动惯量	207
第四节 刚体绕定轴的转动微分方程	211

第五节 相对质心的动量矩定理及刚体平面运动微分方程	213
思考题	218
习题	219
<b>第十章 动能定理</b>	<b>224</b>
第一节 力的功与功率	224
第二节 质点和质点系的动能	227
第三节 动能定理及其应用	230
第四节 势能、机械能守恒定律及其应用	235
第五节 普遍定理的综合应用举例	238
思考题	241
习题	243
<b>第十一章 达朗贝尔原理及其应用</b>	<b>248</b>
第一节 惯性力与达朗贝尔原理	248
第二节 刚体惯性力系的简化	249
第三节 达朗贝尔原理应用示例	252
思考题	254
习题	255
<b>第十二章 虚位移原理及其应用</b>	<b>258</b>
第一节 约束、自由度与广义坐标	258
第二节 虚位移、虚功和理想约束	261
第三节 虚位移原理及其应用示例	264
思考题	269
习题	269
<b>附录 转动惯量公式表</b>	<b>273</b>
<b>习题答案</b>	<b>275</b>
<b>参考文献</b>	<b>286</b>

## 绪 论

### 第一节 理论力学研究的内容

力学是描述和预测固体及流体位置与形状随时间变化的科学。位置和形状的变化也称机械运动。它是自然界中最普遍的运动形态,包括大至宇宙,小至基本粒子的运动。更复杂的变化形态,如物理、化学乃至生物活动,也包含位置和形状的变化。同时,位置和形状变化也是工程系统中广泛存在的运动形态。对不同位置类型和形状变化的研究产生了不同的力学分支。力学属于技术科学的范畴,是许多工程技术的理论基础,又在广泛的应用过程中不断得到发展。不论是历史较长的土木工程、建筑工程、水利工程、机械工程、船舶工程等,还是后起的航空航天工程、核技术工程、生物医学工程等,都越来越多地需要力学的支持,而有些就是在力学理论的指导下发展起来的。力学同时也是一门基础科学,阐明具有普遍性的规律。力学的目的是解释和预测自然界和工程系统中的物理现象,并以此作为工程应用的基础。

理论力学是研究物体机械运动及物体间相互机械作用的一般规律的学科,也称经典力学,是力学的一部分。作为一门力学课程,理论力学涉及力学的最普遍和最基本的概念、定律和定理,是其他各门力学分支的共同基础。同时,理论力学也是相关专业后续课程的基础。为建立与力学有关的各种基本概念和理论,理论力学主要研究质点和质点系的位置随时间的变化。质点是只有质量没有体积的几何点。当所研究对象的运动范围远远超过它本身的几何尺度时,其形状对运动的影响极其微小,可以忽略不计。此时该研究对象可以简化为质点。有限或无限个有某种联系的质点构成的系统称为质点系。刚体、变形固体、流体等都可以看作质点系。对于那些在运动中变形极小,或虽有变形但不影响其整体运动的系统,可以完全不考虑其变形而认为系统中各个质点间的距离保持不变。这种不变形的质点系称为刚体。由多个刚体组成的系统称为刚体系。理论力学的研究对象包括质点、质点系、刚体和刚体系。

理论力学的特点是要求建立运用理论知识对从实际问题,特别是工程问题中抽象出来的各种力学模型进行分析和计算。所谓力学模型,就是对自然界和工程技术中复杂的实际研究对象的合理简化。质点和刚体都是基本的力学模型。将实际物体简化为何种力学模型,取决于问题的性质。例如,分析航天器绕地球运行的轨道运动时,由于航天器的尺寸远远小于轨道半径,因此可以将航天器简化为质点。相应地,研究小卫星编队飞行时,编队飞行的小卫星可以简化为质点系。但在分析航天器绕质心转动时,需要将航天器简化为刚体。对于带有挠性太阳帆板的航天器,刚体模型仍过于简化,不能正确反映问题的实质,需要引入更复杂的模型。

理论力学的内容由三部分组成:静力学、运动学和动力学。

静力学主要分析系统平衡时所受力系应满足的条件,也讨论系统受力分析,以及力系简化的方法。

运动学仅从几何角度分析系统的运动,如轨迹、速度和加速度等,而不考虑引起运动的物理原因。

运动学中的基本概念有:关于运动的量度,对于点有速度与加速度,对于刚体有移动的速度与加速度、转动的角速度与角加速度。物体间的相互机械作用的基本量度是力,理论力学中还广泛用到力对点之矩和力对轴之矩的概念。物体运动的改变除与作用力有关外,还与本身的惯性有关。对于质点,惯性的量度是其质量。对于刚体,除其总质量外,惯性还与质量在体内的分布状况有关,即与质心位置及惯性矩、惯性积有关。刚体对于三个互相垂直的坐标轴的各惯性矩及惯性积组成刚体对该坐标系的惯性张量。

动力学分析系统的运动与作用于系统的力系之间的关系。静力学中所涉及的静止和平衡是运动的特殊形态。

动力学中的基本概念有:关于运动的量度有动量、动量矩和动能,与此有关的力的作用的量度有冲量、冲量矩和功。表明这两种量度间的关系的定理,有动量定理、动量矩定理以及动能定理,称为动力学普遍定理。

因此,也可以认为静力学是动力学的一种特殊情形。但由于工程技术的需要,静力学已积累了丰富的内容,成为理论力学相对独立的组成部分。

## 第二节 理论力学发展简史

理论力学的早期发展是作为物理学的主要组成部分。公元前四世纪,中国的墨翟便对力和重心的概念作了初步的解释。古希腊的亚里士多德和阿基米德分别在公元前四世纪和公元前三世纪总结了杠杆原理和浮力原理。经过人类对力学认识不断深化的漫长过程,16世纪后期伽利略正确地认识了惯性和加速度概念,提出了运动相对性原理。开普勒分析了大量天文观测数据,并于1609年和1619年提出了行星的运动定律。在他们研究成果的基础上,1687年牛顿在《自然哲学的数学原理》一书中提出了描述宏观物体运动的基本定律,即万有引力定律和运动三定律。渐渐地,力学得以发展成为一门独立学科。

静力学的发展始终与实际工程问题相关。斯梯芬1586年论证了力合成的平行四边形法则,对力的分解、合成与平衡有了较系统的认识。伐里农于1687年出版的《新力学大纲》中,首先对力矩的概念和运算规则作出了科学说明。在该书1725年的最后版本中,首先使用了“静力学”一词。力系的简化和平衡的系统理论,即静力学理论体系的建立是潘索在1803年出版的《静力学原理》中完成的。

前述静力学的理论体系是以矢量为基本研究工具。静力学问题的研究还可以从能量观点进行,其核心理论是虚功原理。虚功原理的基本思想早在1608年斯梯芬研究滑车平衡时就已萌发。1725年约翰·伯努利提出虚功原理的一般表述,但没有任何证明。1788年拉格朗日首先以滑轮系统的研究为基础给出该原理的物理证明,繁复而不严密。1798年傅里叶给出几何证明,在其中分析了单独的几何约束。1803年潘索采用傅里叶的方法,对若干有实际背景的约束进行了深入的讨论。1806年安培给出了虚功原理的证明,在其中定义了理想约束并说明常见约束均满足该定义,该证明在现在的一些理论力学教材中仍沿用。

就运动学而言,在伽利略提出加速度概念后,1673年惠更斯考虑了点在曲线运动中的加速度。刚体运动学的一般理论是由欧拉建立的。他在1765年出版的《刚体运动理论》中,明

确了刚体定点有限转动等价于绕过定点的某一轴的转动，刚体的定点运动可以用三个角度描述。1830年，夏莱证明了刚体一般运动是以刚体上某点为基点的平行移动和相对通过该基点的轴的转动的合成。该结论的平面特例早在四世纪已被古罗马的帕普斯所知，他的书中证明了平面图形的位移可以分解为平移和转动。1835年，科里奥里指出在旋转参考系中存在附加加速度，并于1843年给出了相关证明。1834年，安培提出“运动学”一词，并建议将运动学作为力学的独立部分。

动力学的发展也是沿矢量和能量两条路径进行。1687年，牛顿发表的《自然哲学的数学原理》标志着对单自由质点而言的动力学矢量方法的完成。达朗贝尔在1743年出版的《动力学》中阐述了达朗贝尔原理，该原理将约束归结为力的作用而提供了解决受约束质点系动力学问题的一般方法。1758年，欧拉建立刚体的动力学方程，将矢量方法应用于刚体动力学。

动力学发展的里程碑是拉格朗日的《分析力学》(1788年初版)，其中总结了从能量观点对受约束质点系运动的研究成果。他引进可完全描述系统运动状态的广义坐标，并建立了用系统动能表示的动力学方程，现在称为拉格朗日方程。拉格朗日的工作的特点是引进标量形式的广义坐标、能量和功，完全摆脱了以矢量为特征的几何方法。应用拉格朗日方程于受约束机械系统可以避免系统内理想约束力的出现，在很大程度上克服了矢量方法面临的运动方程中出现大量未知约束力的困难。

理论力学的发展简史表明，相关力学的研究起源于观测和实验，在发展过程中与数学同步发展，将物理理论系统地表达为数学抽象的简洁形式。理论力学的发展也与工程技术的需求密切相关。近年来，分析力学、运动稳定性理论、非线性振动、陀螺理论等方面有了很大的发展。我国力学家，如钱学森、周培源、钱伟长等也做出了突出贡献。

力学学科极其广泛地与数学、物理、化学、天文学、地理学、生物等基础学科和几乎所有的工程学科相交叉、渗透，形成了大量的新兴交叉学科，使力学学科保持着旺盛的生命力。

### 第三节 理论力学的研究方法

任何一门学科由于研究对象的不同而有不同的研究方法，但是通过实践而发现真理，这是任何科学技术发展的正确途径。理论力学的发展史也遵循这一规律。概括地说，理论力学的研究方法是从对事物的观察、实践和科学实验出发，经过分析、综合归纳和抽象化，建立起力学模型，总结出力学的最基本的概念和规律；从基本规律出发，利用数学推理演绎，得出具有物理意义和实用意义的结论和定理，构成力学理论；然后再回到实践中去验证理论的正确性，并在更高的水平上指导实践，同时从这个过程中获得新的材料、新的认识，再进一步完善和发展。

理论力学是伴随着人类生产实践的进步发展起来的，现已是一门历史悠久的成熟的学科。理论力学以为数不多的几条公理、定律为基础，以统一的观点深刻地揭示了力学诸定理之间的内在联系，形成一定的逻辑系统，便于学习、掌握和应用。在学习理论力学的过程中，应勤于思考，深刻理解基本概念和基本原理，克服片面，避免主观臆断，不断提高自己的理论水平。

一般解决理论力学问题时所应遵循的方法步骤是：

(1) 将所要研究的问题抽象化为一定的力学模型，这些力学模型既要反映问题的矛盾主体，又要便于求解。

(2) 应用力学原理把有关的力学问题书写成数学形式。

(3) 运用一定的数学工具求解。

(4) 根据具体问题, 对数学解进行分析讨论, 甚至决定取舍。

理论力学是一门理论性很强的技术基础课, 是材料力学、结构力学、弹性力学、流体力学等课程的基础和前提。理论力学与工程技术有着比较紧密的联系。某些实际工程可以直接通过理论力学得到解决, 而有些复杂问题需要理论力学与其他专业知识联合求解。理论力学课程讨论物理现象, 具有物理科学的特点; 同时, 理论力学又与数学中的矢量运算、微积分、线性代数和微分方程关系密切, 是工程专业后续课的基础。

基于理论力学的上述特点, 学习该课程时应注意下列问题:

(1) 理论力学系统性强, 各部分联系紧密, 学习时应循序渐进, 及时解决不清楚的问题, 以免影响后面内容的理解。

(2) 积极思考, 善于发现问题并及时解决。注意各章的主要内容和重点, 主次分明。注意各相关章节间内容和方法上的区别和联系。注意有关公式推导的根据和关键、其物理意义及应用条件和范围。注意有关概念的来源、含义和用途。

(3) 培养分析和解决问题的能力。特别注重从工程实际中抽象出力学问题, 应用理论力学知识对提炼出的力学问题进行数学描述, 并求解相应的数学问题。在分析中, 既要作定性的分析, 又要作定量的计算。

(4) 做习题是运用理论解决问题的基本训练。做题前应复习有关内容, 以达到应有效果。要注意例题的分析方法和解题步骤, 从中受到启发, 但不能机械地生搬硬套。做题时如果发现有内容还没有透彻理解, 应该再次复习, 进一步掌握。推导和计算要一丝不苟, 数值计算结果要有恰当的有效数字。这样, 通过习题可以较深入地理解和掌握基本概念和基本理论。

#### 第四节 理论力学的学习目的与应用

理论力学是现代工程技术的理论基础, 它的定律和结论被广泛应用于各种工程技术中。各种机械、设备和结构的设计, 机器的自动调节和振动的研究, 航天技术等, 都以理论力学的理论为基础。另外, 对于工程实际中出现的各种力学现象, 也需要利用理论力学的知识去认识, 必要时加以利用或消除。因此, 一般工程技术人员都必须具备一定的理论力学知识。

理论力学是一门理论性较强的技术基础课。通过学习本课程, 要掌握物体机械运动的基本规律, 初步学会运用这些规律去分析和解决生产实际中的力学问题, 并为学习后续的力学与其他机械设计等课程做好准备。另外, 随着现代科学技术的发展, 力学与其他学科相互渗透, 形成了许多边缘学科, 如生物力学、电磁流体力学、爆炸力学、物理力学等这些新兴学科的建立, 都必须以坚实的理论力学知识为基础。由此可见, 学习理论力学, 也有助于学习其他基础理论, 掌握新的科学技术。

理论力学的研究方法遵循辩证唯物主义认识论, 故通过本课程的学习, 有助于培养辩证唯物主义的世界观和正确分析问题和解决问题的能力, 为以后参加生产实践和从事科学研究打下良好的基础。

理论力学是土木工程后续课程的重要基础, 也在土木工程的具体或者抽象化应用中有着不可替代的作用。

理论力学中介绍的约束类型有链杆、光滑圆柱形铰链、固定铰支座、可动铰支座、固定支座、球型铰链及支座、接触面、柔体等约束。这些约束在机械工程中均能找到它们的原型，而在土木工程中，有些约束却找不到它们的原型，但可根据其约束特点将土木工程中的实际约束抽象为理论力学中的理想约束，从而得到力学计算模型。例如，屋架中杆件之间的连接点根据所用的材料有不同的连接构造，钢屋架的连接点可采用钢板与钢杆焊接而成，木屋架的连接点可采用榫接，钢筋混凝土屋架的连接点可采用钢筋和混凝土现浇而成，当这些连接处弯矩和剪力较小时，土木工程学常将其忽略不计，而将这些连接点简化为光滑圆柱形铰链，杆件则简化为只受拉力或压力的链杆，即将屋架抽象为理想桁架模型。同理，常用于许多体育馆、电影院等处的大跨度水平结构——网壳或网架，也可抽象化为由许多链杆通过球型铰链连接而成的空间网格结构；预制的钢筋混凝土门窗过梁或简易桥梁根据墙体或桥墩对其约束的特点，可简化为一端由固定铰支座支承、另一端由可动铰支座支承的简支梁；工业厂房中钢筋混凝土结构根据独立基础对柱脚的约束特点和构件之间的约束特点，可简化为下端由固定铰支座支承、中间用光滑圆柱形铰链连接的三铰钢架；阳台或雨棚可简化为一端由固定支座支承、另一端悬空的悬臂梁。

力学模型在工程实际中的应用十分广泛。用抽象的模型解决实际的问题，理论力学在土木工程的具体建设中有着不可替代的作用。作为土木工程专业的学生，必须牢固掌握理论力学相关知识，这样对以后的工程实践才能有更大的帮助。

# 第一篇 静 力 学

## 第一章 受力分析概述



### 本章学习目的与要求:

1. 深入地理解力、刚体、平衡和约束等重要概念。
2. 静力学公理（或力的基本性质）是静力学的理论基础，要求深入理解。
3. 明确和掌握约束的基本特征及约束反力的画法。
4. 熟练而正确地对单个物体与物体系统进行受力分析，并画出受力图。

### 第一节 力的基本概念

力的概念是从劳动中产生的。人们在生活和生产中，由于肌肉紧张收缩的感觉，逐渐产生了对力的感性认识。随着生产的发展，又逐渐认识到：物体机械运动状态的改变（包括变形），都是其他物体对该物体施加力的结果。这样，逐步由感性到理性，建立了抽象的力的概念。

#### 一、力的定义

力是物体之间的相互作用，它能使物体的运动状态发生改变，或使物体变形。理论力学中讨论的主要对象为质点或刚体，则力的作用效果只改变其运动状态。在国际单位制中，力的单位为牛顿（N）。

力对物体的作用效果取决于力的大小、方向与作用点，简称力的三要素（见图 1-1）。

力是一个既有大小又有方向和作用点的矢量（或称向量），作用在物体上的力是定位矢量，作用在刚体上的力是滑动矢量（见图 1-2）。将只需表示作用线、无需表示作用点的矢量称为滑移矢量。

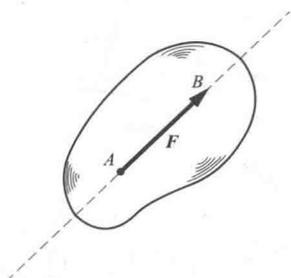


图 1-1 力的三要素

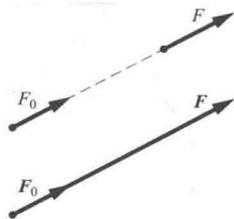


图 1-2 力矢量

力矢量可用一条具有方向的线段表示，线段的起点或终点表示力的作用点，线段的方位和箭头指向表示力的方向，线段的长度（按一定的比例尺）表示力的大小。通过作用点沿力

方向的直线，称为力的作用线。

力的作用点实际上是物体间互相作用位置的一种抽象。物体间相互接触时，力总是分布在一定面积上。如果作用的面积很大，这种力就称为分布力，例如作用在水坝上的水压力（见图 1-3）；如果作用面积很小，可近似地看成作用在一个点上，这种力称为集中力，这个点就称为力的作用点。如图 1-4 中重物的重力  $P$  可视为一个作用在吊钩上的集中力，而钢索的拉力  $T$  也可视为一集中力，作用在梁的  $B$  点上。至于重物的重力实际上是一个体积力，即分布在重物体内各点上，此处的  $P$  等于它们的合力。

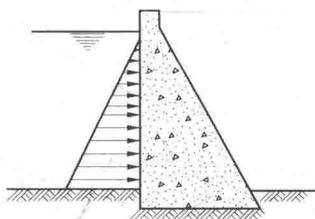


图 1-3 分布力

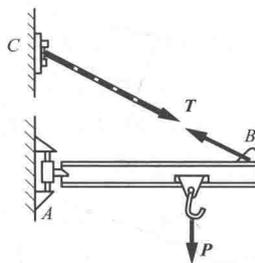


图 1-4 集中力

## 二、力的投影及其计算方法

### (一) 力在正交坐标系的投影与力的解析表达式

如图 1-5 所示，已知力  $F$  与平面内正交轴  $x$ 、 $y$  的夹角分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ ，则力  $F$  在  $x$ 、 $y$  轴上的投影分别为

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= F \cos \beta = F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

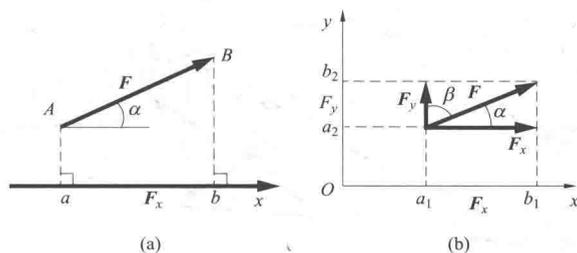


图 1-5 力的投影

力在某轴的投影，等于力的模乘以力与投影轴正向间夹角的余弦。力在轴上的投影为代数量，当力与轴间夹角为锐角时，其值为正；当夹角为钝角时，其值为负。

由图 1-5 可知，力  $F$  沿正交轴  $Ox$ 、 $Oy$  可分解为两个分力  $F_x$  和  $F_y$  时，其分力与力的投影之间有下列关系

$$F_x = F_x i, \quad F_y = F_y j$$

由此，力的解析表达式为

$$F = F_x i + F_y j \quad (1-2)$$

其中  $i$ 、 $j$  分别为  $x$ 、 $y$  轴的单位矢量。

显然, 如果已知力  $F$  在直角坐标轴上的投影  $F_x$  和  $F_y$ , 则可确定该力的大小和方向余弦, 即

$$\left. \begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \cos(F, i) &= \frac{F_x}{F} \\ \cos(F, j) &= \frac{F_y}{F} \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

必须注意, 力在轴上的投影  $F_x$ 、 $F_y$  为代数量, 而力沿轴的分量  $F_x = F_x i$  和  $F_y = F_y j$  为矢量, 两者不可混淆。当  $Ox$ 、 $Oy$  两轴不相垂直时, 力沿两轴的分力  $F_x$ 、 $F_y$  在数值上也不等于力在两轴上的投影  $F_x$ 、 $F_y$ , 如图 1-6 所示。

### (二) 力沿坐标轴分解

力沿坐标轴分解时, 分力由力的平行四边形法则确定, 如图 1-6 所示, 力  $F$  沿直角坐标轴  $Ox$ 、 $Oy$  可分解为两个分力  $F_x$  和  $F_y$ , 其分力与力的投影之间有下列关系

$$\begin{aligned} F_x &= F_x i \\ F_y &= F_y j \end{aligned}$$

因此, 力的解析表达式可写为

$$F = F_x i + F_y j \quad (1-4)$$

### 三、合力投影定理

设由  $n$  个力组成的平面汇交力系, 其汇交点为  $O$ , 如图 1-7 (a) 所示。连续应用力的平行四边形法则, 容易得到此汇交力系的合力  $F_R$ , 如图 1-7 (b) 所示, 有

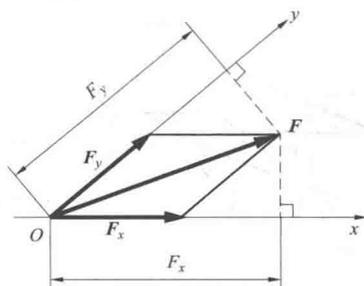


图 1-6 力的投影与力的分解

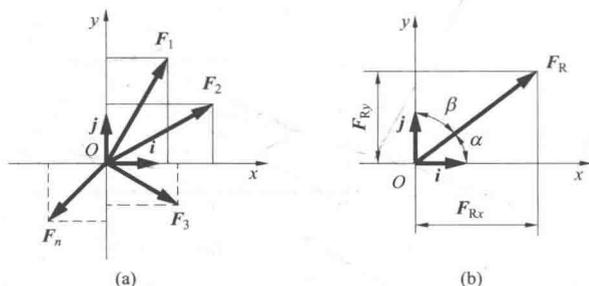


图 1-7 合力投影定理

$$F_R = F_1 + F_2 + \cdots + F_n = \sum_{i=1}^n F_i$$

简写为

$$F_R = \sum F \quad (1-5)$$

式 (1-5) 表明: 平面汇交力系可合成为通过汇交点的合力, 合力矢等于各分力的矢量和。

根据合矢量投影定理, 合矢量在某一轴上的投影等于各分矢量在同一轴上投影的代数和。

将式 (1-5) 向  $x$ 、 $y$  轴投影, 可得