

 普通高等教育“十二五”规划精品课程立体化教材

大学物理学

赵肇雄 吴实 熊正烨 主编



Wuhan University Press
武汉大学出版社

普通高等教育“十二五”规划精品课程立体化教材

大学物理学

主 编	赵肇雄	吴 实	熊正烨		
副主编	冯胜奇	崔海宁	周 政	刘振文	
编 委	(按姓氏汉语拼音排序)				
	崔海宁	方 海	冯胜奇	李加定	刘振文
	龙晓燕	孙小广	万若楠	王 琳	吴 实
	邢秀文	熊正烨	杨 蓓	张海康	赵 芳
	赵肇雄	郑 民	周 政		

武汉大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

大学物理学/赵肇雄主编. —武汉: 武汉大学出版社, 2014. 1
ISBN 978 - 7 - 307 - 12158 - 4

I. ①大… II. ①赵… III. ①物理学 - 高等学校 - 教材 IV. ①04

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 272152 号

策划编辑: 袁 凯

责任编辑: 刘 外

封面设计: 梁 晓

出版发行: 武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

印刷: 广州市怡升印刷有限公司

开本: 787 × 1092 1/16 印张: 22 字数: 549 千字

版次: 2014 年 1 月第 1 版 2014 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 307 - 12158 - 4

定价: 38.00 元



版权所有, 不得翻印;

凡购我社的图书, 如有质量问题, 请与当地图书销售部门联系调换。

前 言

物理学是揭示物质产生、发展、转化及其相互作用等方面规律和特征的一门基础性、前沿性和发展性学科，是自然科学交叉发展的核心和人类现代文明的基石。物理学的每一个重大进展都推动了人类社会的巨大进步，对人类生活产生了不可估量的影响。

物理学的研究对象具有极大的普遍性，它的基本理论渗透于自然科学的一切领域，应用于生产技术的各个部门，它是自然科学的许多领域和工程技术的基础。因此，教育部将大学物理学作为高校理工科非物理学专业的一门重要的必修课。从事物理学方面的学习与研究无疑是一项激动人心的智力探险活动，既能够拓展我们认识自然的疆界，又能够有效地帮助我们学习和研究其他自然科学和相关交叉学科，更有助于提高我们分析和解决问题的能力。

随着社会的进步和经济的发展，对高校大学生实践能力、创新能力、分析和解决问题的能力提出了新的要求；同时随着教学改革的发展，大学物理学学时逐渐减少，因此，对大学物理学的教育和学习提出了新的挑战。我们对应用型高校大学物理学教学进行了大胆探索和创新，并根据教育部公布的最新《理工科非物理类专业学物理课程教学基本要求》编写了本书，本书内容包括质点力学、连续介质力学、静电场、稳恒磁场、时变电磁场、振动与波动、波动光学、热学、近代物理等内容。本书系统地阐述了大学物理学的基本概念、基本理论和基本方法，力求在保留经典物理精髓的基础上，注重密切联系实际，根据不同的层次，形成一套适合分层次教学要求的教材。概括来说，本书具有以下几个特点：

1. 内容分层次设置。带“*”为选讲内容，教师可以根据不同的专业和不同学时要求选择不同的教学内容。

2. 案例丰富，习题分层次。例题和习题都有很强的针对性；

每节后面都设置课堂练习，每章后面都有总复习，按节安排，并有综合性习题。

3. 课程立体化资源建设。本书配有 PPT 教学课件、习题解答、习题集和试题库等教学资源，方便教师备课和学生学习。

本书由赵肇雄、吴实、熊正烨任主编，吴实、熊正烨、周政、冯胜奇、崔海宁、刘振文参与了本书审稿工作；吴实、周政、王琳、赵芳、万若楠、杨蓓、龙晓燕、孙小广、李加定、张海康、郑民、方海对本书习题进行了补充；邢秀文负责策划编写大纲，并对统稿做了大量工作。本书编写过程中参阅了大量图书和资料，在此表示感谢。

由于作者水平有限，书中难免存在疏漏之处，欢迎批评指正。

编 者

2013 年 12 月

目 录

第一章 质点力学	1
1.1 直角坐标中的运动	2
1.1.1 点的直线运动	2
1.1.2 高维空间中的运动	6
1.1.3 抛体运动	11
1.1.4 两点之间的关联运动	12
课堂练习	13
1.2 质点的圆周运动	14
1.2.1 圆周运动的简单描述	14
1.2.2 圆周运动的加速度	15
1.2.3 任意曲线运动	17
*1.2.4 加速度公式详细推导	18
课堂练习	19
1.3 牛顿运动定律	19
1.3.1 牛顿定律内容表述	20
1.3.2 作用力	21
1.3.3 牛顿定律的应用	23
课堂练习	26
1.4 经典时空观与相对运动	27
1.4.1 经典时空观	27
1.4.2 伽利略变换与力学相对性原理	27
1.4.3 相对运动	28
*1.4.4 非惯性参照系	30
课堂练习	32
1.5 动量与冲量	32
1.5.1 力的冲量	32
1.5.2 动量定理	33
1.5.3 动量守恒	35
课堂练习	37
1.6 功与势能	37
1.6.1 功的定义	37
1.6.2 常见势能	39
1.6.3 保守力与势能	41
课堂练习	42
1.7 动能与机械能	43
1.7.1 动能定理	43
1.7.2 机械能守恒定律	45
课堂练习	47
总习题一	48

第二章 连续介质力学	52
2.1 刚体运动学	52
2.1.1 刚体的运动	52
2.1.2 刚体的转动惯量	54
课堂练习	57
2.2 刚体转动定律	58
2.2.1 力对转轴的矩	58
2.2.2 转动定律	60
课堂练习	62
2.3 角动量	62
2.3.1 质点的角动量	62
2.3.2 刚体的角动量	64
课堂练习	66
2.4 刚体的动能定理	66
2.4.1 力矩的功	66
2.4.2 刚体的动能定理	67
2.4.3 刚体力学公式汇总	67
课堂练习	69
2.5 弹性体	70
2.5.1 应力	70
2.5.2 应变	71
2.5.3 胡克定律	73
课堂练习	73
2.6 流体力学	74
2.6.1 理想流体的运动	74
2.6.2 伯努利方程	76
2.6.3 伯努利方程的应用	77
*2.6.4 黏滞流体	79
课堂练习	81
总习题二	81
第三章 静电场	84
3.1 电荷与电场	84
3.1.1 电荷	84
3.1.2 电场	85
3.1.3 电场强度的计算	85
3.1.4 电场力	90
课堂练习	91
3.2 静电场的高斯定理	92
3.2.1 电通量	92
3.2.2 高斯定理	93
*3.2.3 高斯定理求解电场	95
课堂练习	99
3.3 静电场的环路定理	99
*3.3.1 环路定理	99
3.3.2 电势	101
3.3.3 电势的计算	102
*3.3.4 电势梯度	104

▮ 课堂练习	106
3.4 静电场中的导体	107
3.4.1 导体的静电平衡	107
*3.4.2 空腔导体与静电屏蔽	109
▮ 课堂练习	110
*3.5 电容器与电场能	111
*3.5.1 电容器	111
*3.5.2 静电场的能量	113
▮ 课堂练习	114
*3.6 静电场中的介质	115
*3.6.1 电介质的极化	115
*3.6.2 介质中的静电场	117
▮ 课堂练习	117
总习题三	118
第四章 稳恒磁场	121
4.1 毕奥-萨伐尔定律	121
4.1.1 磁感应强度	121
4.1.2 恒定电流	122
4.1.3 毕奥	123
▮ 课堂练习	126
4.2 磁场的高斯定理与环路定理	127
4.2.1 磁场的高斯定理	127
4.2.2 安培环路定理	129
*4.2.3 环路定理的应用	129
▮ 课堂练习	132
4.3 洛伦兹力	133
4.3.1 洛伦兹力	133
*4.3.2 洛伦兹力的应用	134
*4.3.3 霍尔效应	135
▮ 课堂练习	137
4.4 安培力	137
4.4.1 安培定律	137
*4.4.2 磁场中的载流线圈	139
▮ 课堂练习	140
*4.5 磁介质	141
*4.5.1 磁介质概述	141
*4.5.2 磁化的描述	142
*4.5.3 介质中的安培环路定理	142
*4.5.4 铁磁质的磁化	143
▮ 课堂练习	145
总习题四	146
第五章 时变电磁场	148
5.1 电磁感应	148
5.1.1 电动势	148
5.1.2 电磁感应定律	149
▮ 课堂练习	153

5.2 感应电动势	154
5.2.1 动生电动势	154
5.2.2 感生电动势	157
*5.2.3 涡电流	159
课堂练习	159
5.3 互感与自感	160
5.3.1 互感	160
5.3.2 自感	162
5.3.3 磁场的能量	163
课堂练习	164
*5.4 电磁场理论	165
*5.4.1 位移电流	165
*5.4.2 麦克斯韦方程组	166
*5.4.3 电磁场与电磁波	167
课堂练习	169
总习题五	169
第六章 振动和波动	171
6.1 简谐振动	171
6.1.1 振动的基本概念	171
6.1.2 简谐振动的描述	172
6.1.3 简谐振动的力学规律	173
6.1.4 振动的能量	178
6.1.5 简谐振动的矢量图表示	179
课堂练习	182
6.2 阻尼振动与受迫振动	182
6.2.1 阻尼振动	182
6.2.2 受迫振动	184
课堂练习	186
6.3 振动的合成	186
6.3.1 同方向同频率的振动合成	186
6.3.2 同方向不同频率的振动合成	187
6.3.3 相互垂直方向振动的合成	188
6.3.4 多振动的合成	190
*6.3.5 振动的分解	192
课堂练习	192
6.4 波的运动学	192
6.4.1 波的传播	193
6.4.2 波函数	194
*6.4.3 波阵面与相速度	198
课堂练习	200
6.5 惠更斯-菲涅尔原理	200
6.5.1 惠更斯原理	200
6.5.2 叠加原理与驻波	202
课堂练习	205
6.6 干涉	205
6.6.1 相干条件	205
6.6.2 波程	208

课堂练习	208
*6.7 波的动力学	208
*6.7.1 波动方程	208
*6.7.2 波的能量	211
*6.7.3 声波	213
课堂练习	214
6.8 多普勒效应	214
6.8.1 共线运动的多普勒效应	215
*6.8.2 激波	217
课堂练习	218
总习题六	218
第七章 波动光学	221
7.1 双缝干涉	221
7.1.1 非相干自然光源	221
7.1.2 杨氏双缝干涉	222
7.1.3 改进的双缝实验	225
课堂练习	227
7.2 薄膜干涉	227
7.2.1 透镜的光程	227
7.2.2 半波损失	228
7.2.3 均匀膜等厚干涉	229
7.2.4 劈形薄膜等厚干涉	231
*7.2.5 空间相干性与时间相干性	234
课堂练习	234
7.3 衍射	235
7.3.1 单缝衍射	235
*7.3.2 单缝衍射的光强	238
7.3.3 圆孔衍射	239
课堂练习	241
7.4 光栅	241
7.4.1 光栅方程	242
*7.4.2 光栅衍射的光强	243
*7.4.3 光栅光谱	245
课堂练习	246
7.5 偏振	246
7.5.1 偏振态	246
7.5.2 起偏与检偏	249
7.5.3 反射光与折射光的偏振	250
*7.5.4 双折射	251
*7.5.5 旋光	253
课堂练习	253
总习题七	254
第八章 热学	256
8.1 热力学系统	256
8.1.1 宏观与微观	256
8.1.2 理想气体	257
8.1.3 理想气体的统计平均	259

课堂练习	259
8.2 理想气体的压强与内能	260
8.2.1 压强公式	260
8.2.2 气体分子的自由度	262
8.2.3 能量均分定理	263
8.2.4 理想气体的内能	264
课堂练习	264
*8.3 气体分子的统计分布律	265
*8.3.1 速率分布函数	265
*8.3.2 麦克斯韦速率分布律	266
*8.3.3 玻尔兹曼能量分布律	268
课堂练习	269
*8.4 碰撞与扩散	270
*8.4.1 碰撞频率	270
*8.4.2 平均自由程	271
*8.4.3 输运现象	271
课堂练习	273
8.5 热力学第一定律	274
8.5.1 基本概念	274
8.5.2 热力学第一定律的表述	275
*8.5.3 热力学第一定律的应用	276
课堂练习	284
8.6 循环过程	284
8.6.1 热机效率	285
*8.6.2 卡诺循环	287
课堂练习	288
8.7 热力学第二定律	289
8.7.1 热力学第二定律	289
8.7.2 热力学过程的不可逆性	290
*8.7.3 熵	290
课堂练习	292
总习题八	292
第九章 近代物理	295
9.1 狭义相对论	295
9.1.1 力学相对性原理	295
9.1.2 光速不变	297
9.1.3 洛伦兹变换	298
9.1.4 狭义相对论的时空观	300
课堂练习	303
9.2 相对论动力学	303
9.2.1 速度变换	303
9.2.2 相对论动量与能量	305
课堂练习	307
9.3 量子论	307
9.3.1 经典物理的困难	308
9.3.2 物质波	311
9.3.3 不确定关系	313

课堂练习	314
9.4 薛定谔方程	315
9.4.1 薛定谔方程的建立	315
9.4.2 一维势阱	318
9.4.3 谐振子	320
课堂练习	321
*9.5 势垒贯穿	321
9.6 氢原子	323
9.6.1 氢原子的薛定谔方程	323
9.6.2 电子自旋	326
课堂练习	327
总习题九	327
附录	328
Ap1 常用数据	328
Ap1.1 基本物理常量	328
Ap1.2 基本天文常量	329
Ap1.3 国际单位倍数因子	330
Ap1.4 希腊字母	330
Ap2 常用数学公式	331
Ap2.1 常用微积分	331
Ap2.2 泰勒级数	332
Ap2.3 三角函数	333
Ap2.4 复变函数	335
Ap3 场论初步	335
Ap3.1 标量场的梯度	335
Ap3.2 矢量场的散度	336
Ap3.3 矢量场的旋度	337
Ap3.4 电磁场常用恒等式	338
Ap3.5 电磁场	338
参考文献	340

质点力学

古希腊人把所有关于自然界的学问称为“自然哲学”。随着历史的发展，自然哲学逐渐分化为天文、物理、生物、地质等科目。物理学(physics)是关于我们世界的最基础性的科学。物理学是非常实用的学问，是其它工程技术——机械学、建筑学、电气工程、宇宙学、化学等——的基础。物理学也是美丽的，它的美丽体现在它的简单性上——只需要用很少几个方程和很少的参数，就能够刻画宇宙的一切。那究竟什么是物理学？比较简单的说法是：物理学是探讨物质的基本结构以及物质的基本运动和转化的学科。

物质世界中存在各种各样的运动与变化。在各种运动中，最简单的运动形式大概就是物体位置的变化。位置的变化既包括宏观物体的位置随着时间移动，也包括物体内部各个部分之间的相对变形。这种最简单的运动形式称为“机械运动”或者“力学运动”(mechanical motion)。各种交通工具的行驶、江水与大气的流动、天体的运行、地壳的扭曲等都是机械运动。

牛顿于公元17世纪出版的《自然哲学的数学原理》是物理学史中第一部划时代的著作，它揭示了普遍的力学现象和力学过程所遵循的规律。以牛顿定律为基础的力学理论，称为牛顿力学或经典力学。经典力学是物理学最早发展起来的成熟的分支，并且能够为物理学其它分支提供最基础的概念和分析方法。

经典力学(mechanics)的研究对象是在弱引力场中的宏观物体的低速运动。通常说来，力学可以分为运动学、动力学、静力学三个领域。运动学仅关心物体的运动，而不涉及引起运动以及改变运动的原因；动力学则研究运动发展变化的原因，研究物体之间的相互作用；静力学关注的是物体在相互作用之下的平衡。静力学通常属于理论力学和工程力学的研究范畴，本书只关注前两个领域。

物体运动时，一般说来，其上各点的运动状态都不相同。例如，平直公路上行驶的汽车，车身的运动是平动，但车轮的运动却是平动和转动。因此，要精确地描述物体各个部分的运动状态并不容易。如果在所研究的问题中物体的大小和形状都不重要，可忽略时，我们可以把它看成一个只有质量，没有大小和形状的点，即为“质点”。而在运动学中，物体的质量亦可以忽略，从而简化为一个几何“点”。

质点是对物体实际运动情况的简化，是理想的物理模型。能否将一个物体视为质点，取决于所研究问题的近似程度。例如，研究地球绕太阳公转时，地球离太阳的距离

($r \approx 1.5 \times 10^8 \text{ km}$) 比地球的半径 ($R \approx 6.4 \times 10^3 \text{ km}$) 大得多, 于是可以把地球当作质点。但在研究地球自转时, 就不能把地球视为质点。

当一个物体不能当作质点时, 可以把整个物体看作是由许多质点组成的质点系统, 只要分析整个质点系的运动, 就可知道该物体的运动情况。因此质点是经典力学中最重要的概念之一。

1.1 直角坐标中的运动

物体的运动与静止是相对的。当你乘坐飞机时, 看到周围的旅客和你面前的茶杯都是静止的, 仅有机组人员往返走动。但从地面上看, 旅客和茶杯却在 10 000 米的高空以大约每小时 900 公里的速度飞行。因此, 为了描述物体的位置和运动, 应首先确定一个视为不动的“参考物体”。与参考物固连的空间称为“参考空间”。另外, 为了描述运动, 还必须要有计量时间的装置——钟表。参考空间以及与之固连的钟表组合在一起, 叫做参考系。参考系的选择是任意的, 参考系不同, 对同一物体运动的描述也是不同的。

选定参考系后, 为了定量地描述物体的空间位置, 还需要建立一个与参考系固连的坐标系, 来定量刻画质点的位置, 例如, 直角坐标系、自然坐标系和极坐标系等。坐标系的坐标原点、坐标轴的方向都是可以任意选取的。坐标系的选择不同, 描述物体运动的方程也不同。正是由于这种任意性, 质点的绝对位置是不存在的, 位置是相对的。

描述物体的运动还需建立时间坐标轴, 选择计时起点。如何选择要视问题的方便而定, 它不一定就是物体开始运动的时刻。事件发生的时刻指时间流逝中的一瞬, 对应于时间轴上一点。由于时间起点也是可以任意选择的, 因此同一个事件, 其发生的时刻是相对的。例如按照基督耶稣纪年, 本书第一版诞生于公元 2012 年; 若以佛陀涅槃为元年, 本书第一版诞生于佛历 2556 年。

1.1.1 点的直线运动

1. 位置、速度、加速度

直线运动是一种最简单的机械运动。研究物体的直线运动时, 我们最好将运动的方向指定为直角坐标系中的某一个轴, 例如 x 轴。

我们必须记住, 物理学是建立在观察与实验基础之上的科学。如果我们观察运动的物体, 直观感觉最明显的就是它的位置随着时间不断变化。另外还能感觉到质点有速度。至于速度是否变化, 是否有加速度, 则没有很强的直观感觉。事实上古希腊人就不知道物体有加速度。

点的位置对时间的函数关系式称为点的运动学方程。有了运动学方程, 就可以掌握质点全部的运动情况。沿着 x 轴运动的质点, 其运动学方程可表示为

$$x = x(t) \quad (1.1-1)$$

很明显, 质点的位置是不断变化的. 假设从 t_1 时刻到 t_2 时刻, 质点从 x_1 位置运动至 x_2 , 则 $\Delta x = x_2 - x_1$ 叫做这段时间内的位移.

一定注意: 位移总是定义为末态位置减初始位置; 位移仅仅由始末位置决定, 与中间过程无关; 位移的数值可正可负.

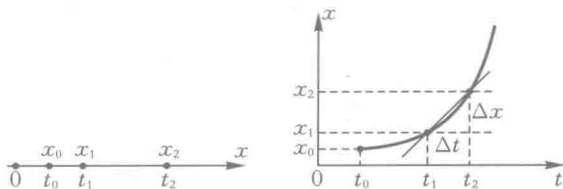


图 1.1 直线运动的位置

为了描述物体运动的快慢, 我们定义一段时间内的平均速度

$$\bar{v}_x = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

显然, 如图 1.1 所示, 在 $x-t$ 函数图像上, $\bar{v}_x$ 表示割线的斜率.

当我们用各种仪器测量速度时, 本质上都是在测量平均速度. 然而平均速度仅提供一段时间内位置的平均变动快慢, 却不能描述质点在这段时间内各个瞬间的运动快慢. 为了更细致地描述物体的运动快慢, 我们希望速度测量所用的时间越短越好. 我们发现, 无论时间多短, 总能找到比它更短的时间, 于是引入极限的概念. 质点的瞬时速度(简称速度)定义为

$$v_x(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} \quad (1.1-2)$$

可以看出, 速度函数 $v_x(t)$ 就是位置函数 $x(t)$ 的“导函数”. 在不引起混淆的前提下, 一般将下脚标 x 略去, 直接写为 v . 在 $x-t$ 函数图像上, $v(t)$ 表示 t 时刻切线的斜率. v 的绝对值表示质点瞬时运动的快慢, 其正负号分别对应于质点沿 x 轴的正向和负向运动.

质点速度的大小与方向都可能发生变化. 速度的变化率叫做瞬时加速度(简称加速度), 可定义为

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1.1-3)$$

加速度 a 是有正负号的. 若加速度与速度的符号相同, 质点运动越来越快; 若加速度与速度的符号相反, 则质点运动变慢.

2. 由加速度求速度和位置

假设已知质点沿 x 轴做加速直线运动, 初始时刻 $t = t_0$ 时, 质点位于 $x = x_0$ 处; 并且已知任意时刻的运动速度 $v(t)$, 如何求任意时刻的坐标 $x(t)$ 呢? 这里有两种思路, 下面分别阐述.

第一种思路: 既然速度函数是位置函数的“导函数” $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$, 那么位置就是速度的“原函数”, 或者说位置是速度的“不定积分”

$$x(t) = \int v(t) dt$$

只要速度函数 $v(t)$ 知道了, 我们就可以想办法找到它的原函数. 从“微积分”中我们知道,

原函数不是唯一的, 它存在一个任意常数. 那如何确定这个任意常数呢? 很简单, 我们将初始条件 t_0 时刻的坐标 x_0 代入原函数, 那任意常数就确定了.

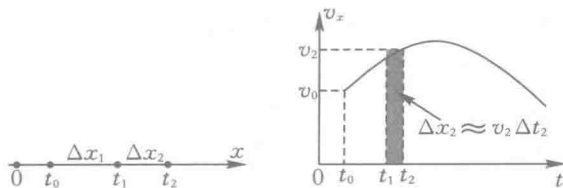


图 1.2 直线运动的速度

第二种思路:“微积分”中学习“定积分”通常是从计算曲线下的面积开始的. 为了计算曲线下面的总面积, 我们首先将它切割为无限多个高度不等的小矩形, 每个矩形的面积都无限小. 然后将无限多个面积无限小的矩形相加, 就是曲线下面的总面积. 而所谓的定积分, 就是这个相加的过程. 因此, 定积分就是求和运算, 就是加法. 如图 1.2 所示, 为了计算位置, 我们将时间 $[t_0, t]$ 分成 n 个很小的时间段, 即 $[t_0, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_{n-1}, t]$, 由于它们都足够的小, 质点在任意一段时间 $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ 内近似做匀速运动, 其位移 $\Delta x_i \approx v(t_i) \cdot \Delta t_i$. 因此, 质点在 $[t_0, t]$ 内的总位移

$$\Delta x = x(t) - x_0 = \sum_{i=1}^n \Delta x_i \approx \sum_{i=1}^n v(t_i) \Delta t_i$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\Delta t_i \rightarrow 0$, 上式中的近似等号就变为等号, 求和运算 $\sum$ 就成为定积分了. 因此质点任意时刻 t 的坐标

$$x(t) = x_0 + \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n v(t_i) \Delta t_i = x_0 + \int_{t_0}^t v(t) dt$$

知道了原理, 上述的过程可以简化处理: 从速度定义式 $v = dx/dt$ 可得到微分关系 $dx = v dt$, 两边同时进行定积分

$$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v(t) dt$$

注意积分的上下限: 初始时刻 t_0 对应初始位置 x_0 , 任意时刻 t 对应该时刻的坐标 x . 积分之后可以得到

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t v(t) dt \quad (1.1-4)$$

这就是质点直线运动的运动学方程.

类似的, 如果知道质点运动的加速度 $a = dv/dt$, 有 $dv = a dt$, 两边同时积分

$$\int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a(t) dt$$

可以很快得到质点任意时刻 t 的速度为

$$v = v_0 + \int_{t_0}^t a(t) dt \quad (1.1-5)$$

其中 v_0 为 t_0 时刻的速度. 得到速度后, 再一次积分就可以算出位置. 一般情况下, 如果没有特殊规定, 上述各式中的 $t_0 = 0$, 即规定运动开始的时刻为计时起点.

3. 匀加速直线运动

若物体的加速度为常量(大小与方向皆不变),就是匀加速运动.若匀加速运动物体的初始速度为零,或者初始速度与加速度的方向在同一条直线上,则其运动轨迹就是直线.设运动沿 x 轴进行.令初始位置是 x_0 ,初始速度是 v_0 ,加速度 a 是常量.则任意时刻的速度

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a dt = v_0 + a \int_0^t dt = v_0 + at$$

任意时刻的位置为

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t) dt = x_0 + \int_0^t (v_0 + at) dt = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

例1.1 质点沿直线运动,加速度 $a = 2 + 2t$ (SI),且 $t = 0$ s 时, $x_0 = 2$ m, $v_0 = 1$ m/s,求质点的运动方程.

解法一:用定积分求解

因 $t = 0$ s 时, $v_0 = 1$ m/s,任意时刻的速度

$$\begin{aligned} v(t) &= v_0 + \int_0^t a(t) dt = 1 + \int_0^t (2 + 2t) dt \\ &= 1 + (2t + t^2) \Big|_0^t = 1 + 2t + t^2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$t = 0$ s 时, $x_0 = 2$ m,任意时刻的位置

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + \int_0^t v(t) dt = 2 + \int_0^t (1 + 2t + t^2) dt \\ &= 2 + t + t^2 + \frac{1}{3} t^3 \text{ m} \end{aligned}$$

解法二:用不定积分求解

速度是加速度的原函数

$$v(t) = \int a(t) dt = 2t + t^2 + C_1$$

将 $v(0) = 1$ 代入上式,可得任意常数 $C_1 = 1$,因此有

$$v(t) = 1 + 2t + t^2$$

位置是速度的原函数

$$x(t) = \int v(t) dt = t + t^2 + \frac{1}{3} t^3 + C_2$$

将 $x(0) = 2$ 代入上式,可知任意常量 $C_2 = 2$,所以有

$$x(t) = 2 + t + t^2 + \frac{1}{3} t^3$$

例1.2 已知某质点沿直线运动,速度 $v(t) = 2e^{-t}$ (SI),求质点在 $0 < t < 1$ s 内的位移.