



提供在线答疑

冲关985大学

衔接特训营

7天赢在新高一

◎戴柏雄 著



985 数学



难题扫描 视频解答



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

冲关985大学：衔接特训营——7天赢在新高一(数学)

图书记录(CIP)数据

冲关985大学：衔接特训营——7天赢在新高一(数学)
戴柏雄 著
杭州：浙江出版集团，2008.7

ISBN 978-7-308-14597-8

冲关985大学：衔接特训营

——7天赢在新高一(数学)

戴柏雄 著

“7天特训”不仅突出了全面衔接的特点，更把高中数学课程与高中数学必修1，甚至与整个高中数学内容相衔接。

第一，重核心内容与学习习惯的培养。在有限的篇幅内，对重要知识、重要数学思想、重要学习方法进行了阐述。

第二，重初高中数学内容直接对比。在数学内容安排上，不仅罗列初高中数学衔接知识，而且按知识进行分类。(数学)——高潮奇赢天——营训特接学大985关冲

第三，重视数学学习的衔接。进入高中后，仍延续用初

高中数学知识，在“7天特训”中

高中数学知识，在“7天特训”中

高中数学知识，在“7天特训”中

高中数学知识，在“7天特训”中

高中数学知识，在“7天特训”中



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

冲关985大学：衔接特训营——7天赢在新高一(数学)
戴柏雄 著
杭州：浙江出版集团，2008.7
ISBN 978-7-308-14597-8
定价：18.00元

http://www.zjupress.com

图书在版编目(CIP)数据

冲关 985 大学. 衔接特训营. 7 天赢在新高一. 数学 /
戴柏雄著. —杭州: 浙江大学出版社, 2015. 7

ISBN 978-7-308-14597-8

I. ①冲… II. ①戴… III. ①中学数学课—高中—教
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 073623 号

冲关 985 大学: 衔接特训营——7 天赢在新高一(数学)
戴柏雄 著

责任编辑 王同裕

封面设计 林智广告

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排版 杭州星云光电图文制作有限公司

印刷 德清县第二印刷厂

开本 787mm×1092mm 1/16

印张 7.75

字数 184 千

版印次 2015 年 7 月第 1 版 2015 年 7 月第 1 次印刷

书号 ISBN 978-7-308-14597-8

定价 18.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部联系方式: 0571-88925591; <http://zjdxcs.tmall.com>

目 录

第1天 领先一步 步步领先 (1)

第1课 领先一步 走进高中 (1)

第2课 跨越断层走进高中 (3)

第3课 思维导图帮你忙 (6)

第1天自测题:初升高基础知识测试 (10)

第2天 代数式运算连连看 (12)

第4课 代数公式灵活用 (12)

第5课 代数模型与代数式化简 (16)

第6课 因式巧分解 (19)

第7课 自学课堂——数集与区间 (22)

第2天自测题:代数式运算与数集知识测试 (25)

第3天 “三个二次”提升记 (27)

第8课 一元二次方程学习升级版 (27)

第9课 数形解读抛物线 (31)

第10课 “程序”巧解不等式 (34)

第11课 自学课堂——三个二次问题巧转化 (38)

第3天自测题:“三个二次”测试 (41)

第4天 “三国语言”学集合 (43)

第12课 “三国语言”学集合 (43)

第13课 手有典例——典例突破集合重难点 (48)

第14课 集合问题中的易错题归纳 (51)

第15课 自学课堂——绝对值定义及几何意义应用 (54)

第4天自测题:集合与绝对值知识测试 (56)

第5天 函数研究升级记	(58)
第16课 函数概念“升级版”	(58)
第17课 “我形我数”学性质——函数单调性及应用	(61)
第18课 “我形我数”学性质——函数奇偶性及应用	(66)
第19课 自学课堂——两个重要函数的研究案例	(70)
第5天自测题：函数概念与函数基本性质测试	(74)
第6天 画图学习新函数	(76)
第20课 记熟用活学运算——指数运算与对数运算	(76)
第21课 看图学函数——指数函数与对数函数	(81)
第22课 四函数搞定图象变换	(85)
第23课 自学课堂——幂函数	(88)
第6天自测题：基本函数测试	(91)
第7天 数学方法与数学思想	(93)
第24课 函数零点与方程的根——数学思想方法应用	(93)
第25课 数学方法与应用	(97)
课外阅读 高中数学学习、复习与考试	(100)
第7天自测题：函数零点与数学思想方法测试	(103)
结营测试卷：7天赢在新高一测试	(104)
参考答案	(107)

第1天 领先一步 步步领先

领先一步,步步领先,这是二十多年来,我观察分析了大量优秀学生得出的结论。

刚进入10月份,就接到一位朋友电话,他说,他的孩子接到北大的保送通知书。以我的了解,他的孩子在小学和初中,也只能算较优秀,不是所谓的“天才”。但分析这个孩子的学习历程,发现了一个秘密——领先一步,步步领先,这或许也是绝大多数优秀生共同的秘密。什么是领先一步?怎样才能领先一步?这正是第1天讨论的话题。

第1课 领先一步 走进高中

二十多年的教学生涯中,我组织过近十次新高一学生入学情况调查,每次都发现有一半以上的同学在初三到高一的假期中,处于学习空白期,以至于进入高一后出现很多生活和学上的困惑。

生活方面,由于面对的是新的老师和同学,又远离父母,遇到烦心事便不知如何处理,甚至静不下心学习。

学习方面,很多同学仍然沿用初中的学习习惯来应对高中,导致跟不上学习进度更不知道主动地看书预习,没有课外练习的习惯,听课只听个大概,也不记笔记或有笔记仍课后不整理复习,导致出现书看得“懂”、课听得“懂”、作业却不会做等情况,甚至还有部分学生上课都听不懂。

其实,这一个漫长的假期对每一位同学来讲都非常重要,领先一步,即花更多的时间思考自己的未来和即将面临的高中学习生活,并做更多的准备。这对于准高中生来讲,是一项必须完成的工作。

只有领先一步,才能使我们在高中学习过程中,仍然能做到不断超越自己,实现从初中优生到高中优生的转变,甚至比初中更优秀!要做到领先一步,只需要从以下几个方面入手。

第一,正确定位,放眼远处,领先一步做好思想准备

高中学习与初中学习有着很大的差异,如果之前没有对高中的要求进行了解,或在知识与能力方面没有预先准备,必然会有有一个很长的适应期,而有准备的同学却能很快地步入正轨,高下自然立见。其实,要了解初高中学习在知识、方法、能力与习惯上的要求,可以随时向过来人或老师了解。

如何正确定位?首先要对自己有正确定位。有的同学到了高中后仍沉浸在初中的优越感中,不正视学习中将会遇到的困难,觉得稍稍努力就能解决,很可能最后会像“温水煮青蛙”一样深陷困境不能自拔。

前面提到的我朋友的孩子,是从乡下考入城里初中,事先在老师那里了解到城里学生英语与乡下学生之间的差距,于是根据老师的建议,在进入初中之前就跟着老师学习新概念英语 I、II 的部分内容。进入初中后,他始终把高于中考要求作为自己的学习要求,他不仅提前学习英语的知识,还逐渐培养了自学能力。所以,刚进入初中时,即便他的英语成绩在班上倒数,但一学期后已经在年级前几名,这就是领先一步的效果。

第二,立足主动,把握先机,领先一步脚踏实地行动

什么是先机?如何把握先机?

我那位朋友的孩子,初中毕业就被录取到省内一所重点高中实验班。他非常清楚,在这个班中有很多学习高手,要在这个班中立足必须先行一步。对假期进行了全面的规划。7月初,高中学校录取分班后,任课老师布置了假期作业,他根据自己的兴趣与成绩,确定把数学作为自己主攻的竞赛学科。于是,他征求老师意见买了一套数学竞赛的书,整个假期中只完成三件事:(1)所有高中数学学科的自学任务;(2)参加浙大的数学学科初赛辅导;(3)完成整套数学竞赛书的自学与作业。如此一来,他对高中数学内容与竞赛要求就有了全面的了解与初步的掌握。我问他,书看不懂怎么办?他说,一遍看不懂就看两遍或三遍,作业先自己独立做,做错了就把答案看懂,过段时间,再回头做。

他进入高一后,10月份参加了全国数学联赛,考出了150多的高分。进入高中后,他除了参加高一的数学竞赛辅导外,还一直坚持参加高二的数学竞赛辅导。最后,他在数学全国决赛中取得了一等奖的好成绩,保送进入北京大学。还有一点值得大家学习,在数学竞赛学习期间,他并没有放松其他科目的学习,在整个高中期间,他的所有学科成绩也一直非常优秀。

我朋友孩子的经历或许是一个特例,但同学们是否认真思考过:在初中毕业后到进入的高中前的这一个假期,该做些什么?进入高中后,如何做到始终能在学习上保持主动的学习势态,而不至于高中三年都处于一种被动、压抑、低效的学习状态?并不是“笨”鸟需要先飞,“聪明”的鸟也需要先飞;先飞并不是一时一刻的行为,而是一种长期保持的思想与行为。

每一位同学进入高中后,在学习与生活上都会遇到很多困难,如高中生活会一时难以适应,上课、作业等难以跟上,有的同学能很快解决,有的同学却等着他人来帮他,需要老师和家长的督促才能取得一点进步。这正是高中学习差距大的根本原因。生活上遇到困难,就想办法自己解决,或主动寻求帮助,学习上有困难,就事先预习、主动求问或自己多看看书,多做做题,把出现的问题解决在开始阶段。领先一步,即通过自主学习培养好自学能力,通过解决问题、克服困难从而达到自我提升的目的。

第三,明确方向,超越自我,领先一步正确规划未来

思维决定境界,就是说一个人的思维层次有多高,决定着他能走多远。

我这位朋友的孩子刚初一时,英语成绩在班上垫底,他就去问老师:自己英语差的问题出在哪里?老师告诉他最主要是词汇量不足。于是,他利用各种课余时间大记单词与短语,并以新概念英语 II 作为自学教材。只用了一个学期,他的英语就成了班上甚至年级前几名。进入高中后,他通过从高年级同学及老师那里多了解,对竞赛要求,获省、国家联赛与决赛的要求一清二楚,对自己的不足也明明白白,因此对自己接下去要做什么也非常清晰,并坚持不懈地做到,他的成功是水到渠成的事。

目标比成绩重要,方向比目标更重要。高中学习过程中,我们会遇到很多困难,也许原先

设想的目标会离我们很远,但不管暂时的成功与失败,若你能始终坚持努力的方向,坚守信念,不断地超越自己,并为下一步做好规划,你不成功谁成功?

种种证据证明,最终证明一位学生是否聪明,不是一时突出的表现,而是看他能否长期坚持良好学习习惯.每一位同学都可以做到领先一步,也可以成为优秀的学生,一切都在于自己选择与坚持.

第2课 跨越断层走进高中

从初中到高中,是学习上的一个跨越,更是人生的跨越.而初中到高中数学学习的跨越,对于很多同学来讲是一道难关.不少同学在初中,数学是拿手学科,但进入高中后,却总有力不从心的感觉.究其原因,是现行初中数学教材与高中教材在知识与能力要求上有断层,这一断层主要表现在两个方面:其一,数学知识上的断层;其二,是数学学法上的断层,也就是数学学习的思维方法与学习能力的问题.

一、跨越初高中数学教材知识上的断层

这一断层可分为三类:(1)在高中数学内容学习前需要补充学习的衔接知识;(2)在学习高中相关内容学习时,老师会及时补充的知识;(3)高中老师未作补充,但解题时要用到的知识,通常只要理解并记住相关结论.以下是有关这些内容的列表:

补充内容	对应的高中数学内容	备注
绝对值性质及几何意义应用	集合与函数概念 基本函数 函数的应用	本书 第一天 第二天 第三天 内容
乘法公式:立方差(和)、两数和(差)立方公式等		
根式、分式:有理化因式、分式运算		
分解因式:十字相乘法、求根法等		
二次函数图象性质及应用与有条件的二次函数最值问题		
一元二次方程根与系数的关系		
一元二次不等式		
一元二次方程根的分布		
分式方程和无理方程的解法	解析几何初步 圆锥曲线与方程	学习高中内容时补充
简单的二元二次方程组		
点的轨迹问题		
三角形的“四心”	空间几何体 平面向量	理解并记住,高中学习时不另作补充
平行线分线段成比例定理	空间几何体	
射影定理	空间几何体	
与圆有关的定理:垂径定理、圆幂定理等	圆与方程	

除初中所学内容,及本书后面将学习的内容外,要求理解并记住以下补充的知识:

1. 三角形性质

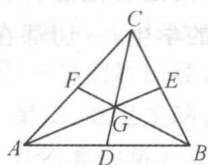


图 1-1

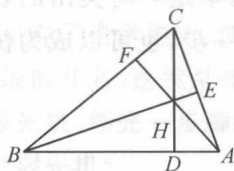


图 1-2

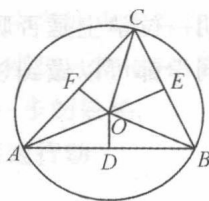


图 1-3

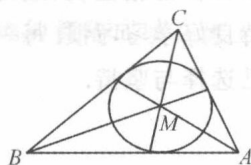


图 1-4

(1) 三角形四心:

①重心:三角形三边的中线交于一点,这个交点即为三角形的重心.

性质:重心分三条中线所成比为 2 : 1,即 $AG : GE = BG : GF = CG : GD = 2 : 1$ (见图 1-1).

②垂心:三角形三条高线交于一点,这个交点称为三角形的垂心.

性质: $AB \times CD = BE \times AC = AF \times BC$ (见图 1-2).

③外心:三角形外接圆圆心,称为三角形的外心.

性质:三角形的外心是三角形三条边中垂线的交点,到三个顶点距离相等 (见图 1-3).

④内心:三角形内接圆圆心,称为三角形的内心.

性质:三角形的内心是三角形三个内角平分线的交点,到三边的距离相等 (见图 1-4).

(2) 直角三角形性质:

①射影定理:在直角三角形中,斜边上的高是两条直角边在斜边上射影的比例中项,每一条直角边又是这条直角边在斜边上的射影和斜边的比例中项.即 $CD^2 = AD \cdot BD$, $AC^2 = AB \cdot AD$, $BC^2 = BD \cdot AB$ (见图 1-5).

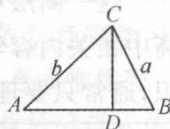


图 1-5

②其他性质:直角三角形斜边的中线等于斜边长的一半,斜边中点是其外接圆的圆心;直角三角形内接圆半径等于两直角边的和与斜边差的一半,即 $r = \frac{a+b-c}{2}$.

2. 平行线分线段成比例定理

三条平行线截两条直线,所得线段成比例.

如图 1-6 所示, $AD \parallel BE \parallel CF$, 则 $AB : BC = DE : EF$; $AB : AC = DE : DF$; $PA : PC = PD_1 : PF_1$ 等.

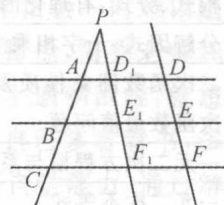


图 1-6

3. 合、分比定理

如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ($c \neq 0, d \neq 0, c \neq d$),

那么 $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$, $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$, $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

4. 圆的补充性质

(1)垂径定理:垂直于弦的直径平分弦且平分这条弦所对的两条弧.

如图 1-7 所示,直径 MN 垂直于弦 AB,垂足为 D,则 $AD = DB$,

且 N 为弧 ANB 中点, M 为弧 AMB 中点.

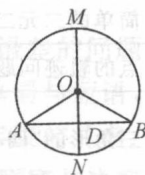


图 1-7

应用:弦长 $AB = 2\sqrt{R^2 - OD^2}$.

(2)圆幂定理:如图 1-8 所示,过圆外一点 P 引三条直线,PT 与圆相切于点 T,

PF 与圆相交于点 E, F ,

PD 相交于圆于点 C, D ,

圆的弦 AB 与弦 CD 相交于点 M , 则有

$$MC \times MD = MA \times MB, PC \times PD = PE \times PF = PT^2 = OP^2 - R^2.$$

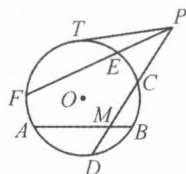


图 1-8

二、跨越初高中数学学习方法与要求断层

高中数学学习方法与初中数学学习方法的差异,是由高中数学学习要求决定的.

第一,高中数学学习内容大大增加,课堂教学容量比初中大,教学进度更快

教材有必修 1 至必修 5 共五本(有些地区对必修 3 不作要求),选修 2-1, 2-2, 2-3 三本,很多地区还有 1B 模块选修 2-5 四本书.而高中数学的每一个章节中,还有大量的补充知识,看上去只有几页内容,上课却要补充更多的加深知识与思想方法知识.

由于内容增加,课堂教学容量与教学进度自然比初中更多、更快.大多数情况下,没有预习与课后复习巩固,要掌握好当堂所学内容是难以做到的.所以,预习、记笔记、课后复习巩固,每周整理再巩固,是高中数学学习必须做到的.

第二,高中数学的学习要求高,难度更大,程度更深

初中数学学习要求以模仿为主,知识应用与数学思维的层次低,涉及的概念与性质多以具象的形式出现.高中数学的概念与性质多以抽象的形式出现,强调逻辑推理与综合应用.如初中运算以具体数字为主,最多是以确定符号的字母为对象,高中却以变化的参数字母、代数式运算为主.初中数学的思维通常以具体的运算来实现,而高中的数学思维却以推理、转化、类比、归纳、创新等高层次的要求考查.

要实现数学学习要求上的跨越,必须要从学习点滴做起,除做好学习常规外,更要做到多练、多看、多思考、多总结归纳,提升数学思维能力.重视数学基本概念、数学定理或重要结论的理解与应用,也要重视数学思想方法的总结归纳与应用.

第三,高中数学学习强调自主学习,必须培养好自主学习习惯与能力

初中数学内容少,要求低,可以短时间实现的突破,也可以在被动学习的情况下达到好的效果.如有的同学初一、初二不认真,成绩不好,但经过初三的努力后,成绩很快提高.这种情况在高中基本上不存在,除了数学内容多外,高中还有大量的其他学科,即使是数学一门课,从高一到高三的数学知识连贯性强,只在几个模块的内容上加以提高,对数学整体成绩的提高影响不大.

高中数学学习之所以特别强调自主学习,因为老师的作用比初中小了,必须通过自己长期的坚持努力与自主学习来提高成绩.主动预习、认真听课、记好笔记、及时复习巩固、认真独立作业、认真纠错订正、及时总结归纳等,主动地做好数学学习的每一个环节,并能做到利用课余时间,主动地去练习巩固与钻研提高,如此才能保证成绩的优秀与稳定.

跨越初高中数学的断层,最关键的还在于每一位同学自身的努力,而假期必须充分利用.假期阶段的学习,一方面为实现初高中数学知识断层提供条件,另一方面,利用假期时间锻炼好自主学习的功夫.实现自身自主学习习惯与能力的提高,对高中的数学学习而言,跨越这一断层,比跨越知识上的断层更有意义.

第3课 思维导图帮你忙

下面是一个高中数学学习常规与自主学习环节的思维导图：

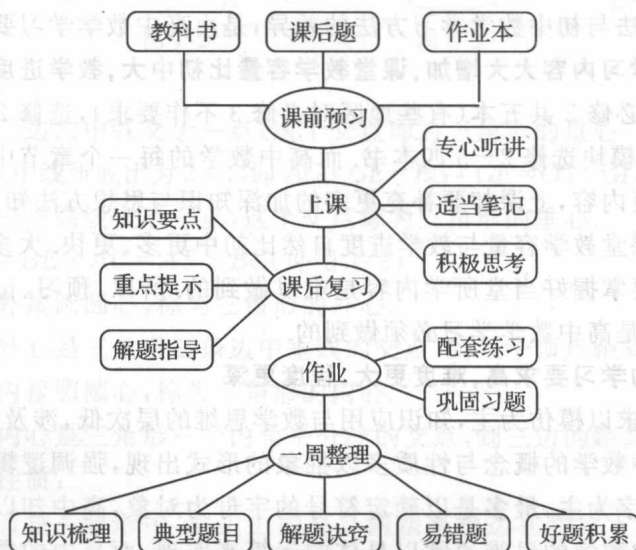


图 1-9

什么是思维导图？思维导图对我们数学学习有什么用处？

思维导图，是思维的工具，是思维过程的图式化。我们的思维是看不见摸不着的，但可以利用思维导图把思维过程展示出来，甚至可以以我们喜欢的图形、色彩来描述。图 1-9 就是一个高中数学学习的基本环节与自主学习计划的思维导图。此外，还可以用思维导图来帮助我们复习整理、解题分析、做计划等。

一、学习——思维导图帮你深理解

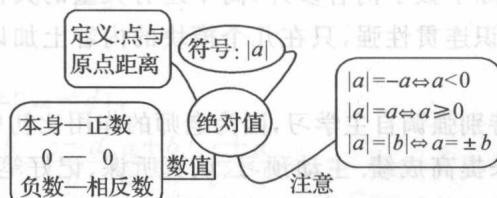


图 1-10

图 1-10 是一个绝对值概念的思维导图，通过思维导图，我们对绝对值的概念、定义、几何意义及解题时的注意点都有全面的理解，这个思维导图再引出“应用”的分支，还能把高中对绝对值的学习要求联系起来，解题时，通过它能轻易地联想到数值定义与几何意义，从而有利于问题的解决。

二、复习——思维导图帮你巧整理

下面是高中对一元二次方程的复习整理思维导图：

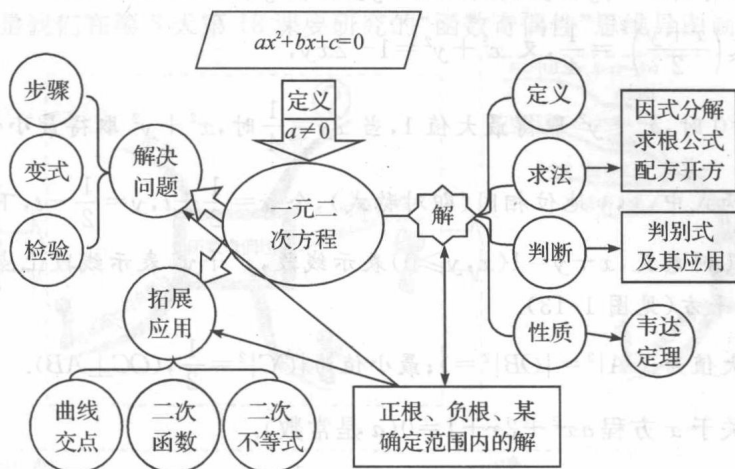


图 1-11

从图 1-11 看,初中对一元二次方程的要求与高中对一元二次方程的要求的区别一清二楚.初中数学中的一元二次方程不涉及对二次项系数的讨论,而高中数学中,若方程 $ax^2+bx+c=0$ 的二次项系数含有字母,要讨论其符号,且 $a=0$ 时,方程不是一元二次方程.初中只涉及用 Δ 判断方程是否存在解,存在解时,能用求根公式求解.而高中还要研究方程的解与系数的关系即韦达定理.初中只要求在实数范围内求解,而高中还要研究方程有正根、负根或在某范围内的根等问题,及一元二次方程与相应二次函数、一元二次不等式的关系.思维导图,使我们明确了初中与高中对于一元二次方程要求的差异,高中数学对方程 $ax^2+bx+c=0$ 研究的内容及方法.

三、解题——思维导图助你细分析

利用思维导图,还能有效地进行解题分析,及归纳解题步骤与方法.

例 1 已知 $x, y \geq 0$, 且 $x+y=1$, 求 x^2+y^2 的取值范围.

分析:

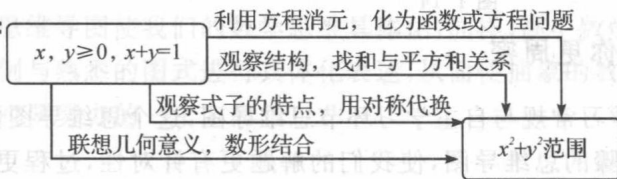


图 1-12

解法 1: 条件与结论有两个未知量, 由 $x+y=1$, 得 $y=1-x$, 代入消元得

$$x^2+y^2=x^2+(1-x)^2=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2},$$

因为 $x, y \geq 0, x+y=1$, 所以 $0 \leq x \leq 1$.

由二次函数图象可得, 当 $x=\frac{1}{2}$ 时, x^2+y^2 取得最小值 $\frac{1}{2}$; 当 $x=0$ 或 1 时, x^2+y^2 取得最大值 1 .

解法2:考虑找 $x+y, x^2+y^2, xy$ 之间的关系. $(x \pm y)^2 = x^2 + y^2 \pm 2xy \geq 0$, 得 $x^2 + y^2 \geq 2xy$,

因为 $x, y \geq 0$, 有 $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$, 所以 $x + y \geq 2\sqrt{xy}$,

所以 $0 \leq xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, 又 $x^2 + y^2 = 1 - 2xy$,

所以, 当 $xy=0$ 时, $x^2 + y^2$ 取得最大值 1, 当 $xy = \frac{1}{4}$ 时, $x^2 + y^2$ 取得最小值 $\frac{1}{2}$.

解法3:考虑两式中, x, y 地位相同(即对称式), 令 $x = \frac{1}{2} + t, y = \frac{1}{2} - t$, 下略.

解法4:联想几何意义, $x+y=1 (x, y \geq 0)$ 表示线段, $x^2 + y^2$ 表示线段上点 (x, y) 到原点距离平方(见图 1-13).

故 $x^2 + y^2$ 最大值为 $|OA|^2 = |OB|^2 = 1$; 最小值为 $|OC|^2 = \frac{1}{2}$, ($OC \perp AB$).

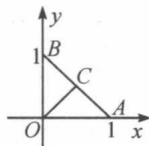


图 1-13

例 2 解关于 x 方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ (a 是常数).

解析: 当 $a=0$ 时, 方程为 $2x+1=0$, 得解为 $x = -\frac{1}{2}$;

当 $a \neq 0$ 时, $\Delta = 4 - 4a$.

若 $a > 1$, 则 $\Delta < 0$, 此时方程无解;

若 $a = 1$, 则 $\Delta = 0$, 此时方程解为 $x_1 = x_2 = -1$;

若 $a < 1$, 则 $\Delta > 0$, 此时方程解为 $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a}}{a}$.

由此, 可以把方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解法用思维导图来归纳如下(见图 1-14):

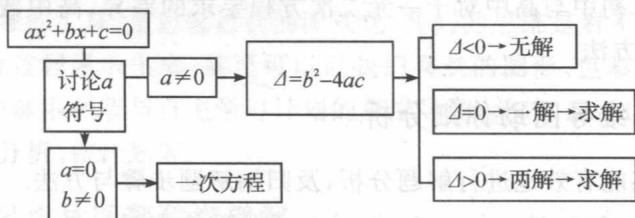


图 1-14

四、计划——思维导图助你更周密

如图 1-9 所示, 是高中数学学习常规与自主学习环节思维导图, 这个思维导图使我们的学习过程更科学. 同样的, 解题步骤的思维导图, 使我们的解题更有针对性, 过程更到位, 防止解题错误.

用思维导图做计划, 不仅能使计划更有针对性, 还可以根据情况的发展, 及时调整自己的计划.

思维导图, 使我们的数学思维能看得见、摸得着, 也使我们的思维更有序、更有针对性、更高效. 那么, 如何画思维导图呢?

首先, 在白纸中心绘制主题, 可以是一个重要的数学知识点, 也可以是一个数学问题;

其次, 用扩张支线向外画, 每条支线用关键词、符号、颜色、图画等表达其内容, 并依次添

加次级分支；

再者,根据各分支关系,用箭头连接有密切关系的分支.

另外,可以用自己喜欢的图形或颜色突出各分支和内容.

图 1-15 就是我们在第 5 天第 18 课要研究的“函数奇偶性”思维导图画法的过程.

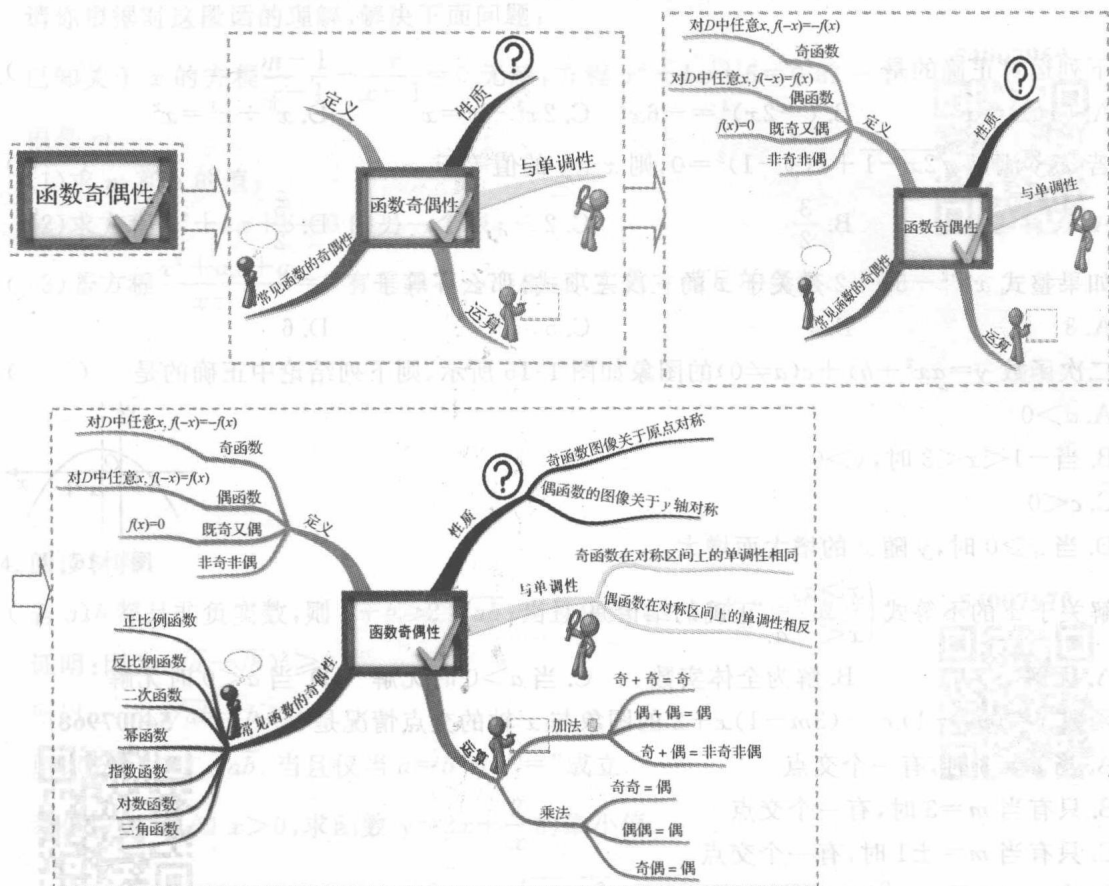


图 1-15

要进一步了解数学思维导图的画法及其应用,可上网搜索有关内容进行深入学习.

数学思维导图使我们的数学思维具体化,同样,高中数学中抽象的数学内容也可利用生活中的实例与熟悉的图式进行具体化表述,从而使抽象的数学更亲切生动,这也是我们学习高中数学时要努力的一个方向.

第1天自测题：初升高基础知识测试

- 下列运算正确的是 ()
 A. $(x^3)^3 = x^9$ B. $(-2x)^3 = -6x^3$ C. $2x^2 - x = x$ D. $x^6 \div x^3 = x^2$
 - 若 x, y 满足 $\sqrt{2x-1} + 2(y-1)^2 = 0$, 则 $x+y$ 的值等于 ()
 A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. $\frac{5}{2}$
 - 如果整式 $x^{n-2} - 5x + 2$ 是关于 x 的三次三项式, 那么 n 等于 ()
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
 - 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图 1-16 所示, 则下列结论中正确的是 ()
 A. $a > 0$
 B. 当 $-1 < x < 3$ 时, $y > 0$
 C. $c < 0$
 D. 当 $x \geq 0$ 时, y 随 x 的增大而增大
-
- 图 1-16
- 解关于 x 的不等式 $\begin{cases} x > a, \\ x < -a. \end{cases}$ 正确的结论是 ()
 A. 无解 B. 解为全体实数 C. 当 $a > 0$ 时无解 D. 当 $a < 0$ 时无解
 - 函数 $y = (m^2 - 1)x^2 - (3m - 1)x + 2$ 的图象与 x 轴的交点情况是 () 54007968
 A. 当 $m \neq 3$ 时, 有一个交点
 B. 只有当 $m = 3$ 时, 有一个交点
 C. 只有当 $m = \pm 1$ 时, 有一个交点
 D. 当 $m \neq 3$ 且 $m \neq \pm 1$ 时, 有两个交点
 - 如果 $\sqrt{a^2} = 2$, 则 $a =$ _____.
 - 化简: $\left(x + \frac{1}{x-2}\right) \div \frac{x-1}{3x-6} =$ _____.
 - 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $m =$ _____.
 - 已知 $x - y = \sqrt{3}$, 则代数式 $(x+1)^2 - 2x + y(y-2x)$ 的值为 _____.
 - 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$. 若以 C 点为圆心, r 为半径所作的圆与斜边 AB 只有一个公共点, 则 r 的取值范围是 _____.
 - (1) 解方程: $\frac{3}{x} - \frac{2}{x+2} = 0$;
 (2) 解不等式: $2 + \frac{2x-1}{3} \leq x$, 并将它的解集在数轴上表示出来.



13. 人教版教科书对分式方程验根的归纳如下:

“解分式方程时,去分母后所得整式方程的解有可能使原分式方程中的分母为0,因此应如下检验:将整式方程的解代入最简公分母,如果最简公分母的值不为0,则整式方程的解是原分式方程的解;否则,这个解不是原分式方程的解.”

请你根据对这段话的理解,解决下面问题:

已知关于 x 的方程 $\frac{m-1}{x-1} - \frac{x}{x-1} = 0$ 无解,方程 $x^2 + kx + 6 = 0$ 的一个根是 m .

(1)求 m 和 k 的值;

(2)求方程 $x^2 + kx + 6 = 0$ 的另一个根;

(3)若方程 $\frac{x^2 + ax + a}{x-1} = 0$ 有且只有一个根,求实数 a 满足的条件.

54007969



14. 阅读材料:

若 a, b 都是非负实数,则 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$;当且仅当 $a=b$ 时,“=”成立.

证明:因为 $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$,

所以 $a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$,

所以 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$. 当且仅当 $a=b$ 时,“=”成立.

举例应用:已知 $x > 0$,求函数 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 的最小值.

解析:因为 $x > 0$,所以 $y = 2x + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{2x \times \frac{2}{x}} = 4$;当且仅当 $2x = \frac{2}{x}$,即 $x=1$ 时,“=”成立.所以当 $x=1$ 时,函数取得最小值 4.

【问题解决】

汽车的经济时速是指汽车最省油的行驶速度,某种汽车在每小时 70~110 公里之间行驶时(含 70 公里和 110 公里),每公里耗油 $\left(\frac{1}{18} + \frac{450}{x^2}\right)$ 升;若该汽车以每小时 x 公里的速度匀速行驶,1 小时耗油量为 y 升;

(1)求 y 关于 x 的函数关系式(写出自变量 x 的取值范围);

(2)求该汽车的经济时速及经济时速的百公里耗油量(结果保留小数点后一位).

54007970



第2天 代数式运算连连看

有种小游戏叫“连连看”，玩家只要将2个相同图案的对子用三根以内的直线连接起来，就可以成功将对子消除，直到消除掉棋盘上的全部对子，规则明确易上手，游戏速度节奏快，画面清晰可爱，有水果连连看、宠物连连看、水晶连连看，难度也有多种级别，很吸引人，也很有挑战性。

代数式运算，目标是化成最简形式，或求出代数式的值，或通过代数式运算转化成某种特定形式，从而能更清晰地观察代数式的特征，在方程、函数、不等式、代数式求和等问题中有重要的应用. 与花色多样的连连看游戏一样，不管代数式的形式如何，关键是掌握并应用好代数式运算中用到的运算公式、运算技巧、运算法则等，明确代数式化简的方向，用有效的手段达到运算的目标.

第4课 代数公式灵活用



高中数学早知道

数学公式的学习与应用，是高中数学学习中的一项重要内容. 在高中数学学习中，会遇到大量公式，如高中数学《基本函数》中的指数与对数运算公式、《三角函数》中的三角函数公式、《数列》中的数列概念及各类公式等，几乎每一章内容都有新的公式要学习. 如何掌握好数学公式，并在解题中熟练地应用公式，其方法是相通的. 下面我们以前衔接内容中的公式学习为例，体会数学公式的学习与应用.



知识方法全解析

在初中数学中有很多数学公式，高中数学中，有更多的数学公式，有些是对某一数学概念的定义，如 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 对边分别是 a, b, c ，我们定义 $\sin A = \frac{a}{c}$ ， $\cos A = \frac{b}{c}$ ，这类公式其实就是一个定义，只要记住公式并理解公式的意义，遇到直角三角形即可直接利用上述公式解题. 更多的公式，是在代数运算中很常用且很重要的某种关系式，就把这样的一个关系式作为一个公式来掌握并可直接用于解题，这就是关系型公式，以下就是初中学过的过可以在此基础上推导出来的一组关系型公式.

(1) 平方差公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2;$$