

学科门类：工 学  
中图分类号：V231.9

单位代码：10287  
密 级：公 开

## 硕士 学位 论 文

# 含夹杂物粉末高温合金涡轮盘的 概率定寿模型研究

硕士生姓名 李先军

一级学科 航空宇航科学与技术

学科、专业 航空宇航推进理论与工程

研究方向 发动机结构、强度与振动

指导教师 高德平 教 授

宋迎东 副教授

南京航空航天大学

二〇〇一年二月

学科门类：工学  
中图分类号：V231.9

单位代码：10287  
密 级：公开

## 硕士 学位 论 文

# 含夹杂物粉末高温合金涡轮盘的 概率定寿模型研究

硕士生姓名 李先军  
一级学科 航空宇航科学与技术  
学科、专业 航空宇航推进理论与工程  
研究方向 发动机结构、强度与振动  
指导教师 高德平教授、宋迎东副教授

南京航空航天大学

2001年2月

## 摘要

当前世界上大多数先进航空发动机均采用了粉末冶金涡轮盘，夹杂物是引起其低周疲劳失效的主要原因。我国目前正在积极开展粉末冶金涡轮盘的工程应用研究，其低周疲劳寿命预测成为亟待解决的关键问题。本文研究了夹杂物对粉末高温合金应力分布的影响、建立了粉末高温合金涡轮盘低周疲劳概率定寿模型。

首先采用 *Goodier* 公式计算了球形夹杂情况下的母体应力场，再用 *Eshelby* 方法分析了椭球形夹杂情况下的母体应力场，并用有限元法对上述分析结果进行了验证。研究表明：夹杂物越尖锐，应力集中越严重，弹性模量对应力集中的影响较大。

建立了表面夹杂、内部夹杂、以及表面夹杂和内部夹杂共同作用下的低周疲劳失效概率模型。根据低周疲劳试验数据得到了概率模型中尺寸因子的表达式，利用概率模型和试验数据反推了夹杂的尺寸分布。

进一步推导了等温等厚空心旋转圆盘的低周疲劳失效概率模型，并将推导的概率模型用于某发动机粉末冶金涡轮盘的可靠度计算。最后对概率模型中夹杂物尺寸分布函数参数进行了敏感性分析。

**关键词：**粉末高温合金，夹杂，涡轮盘，低周疲劳寿命，概率模型

## ABSTRACT

Powder metallurgy turbine disks are worldwide adopted in most advanced aero-engines nowadays whose low cycle fatigue failure is mainly caused by inclusions. The research of powder metallurgy turbine disks' engineering application is actively being carried out in our country, and the key problem badly needed to solve is their low cycle fatigue life prediction. This thesis is devoted to the study of inclusions' effects on the stress distribution in material powder superalloy, and the method to analysis the failure probability of powder metallurgy turbine disks.

Firstly *Goodier* formula is introduced to calculate the stress distribution in the infinity with a sphere inclusion in it. Secondly the stress distribution with an elliptical inclusion is studied using the *Eshelby* method. And lastly the results coming from the upper two methods are compared with the *ANSYS* computational results. The conclusion is that the sharper the inclusion is, the more concentrative the stress distribution is, and that inclusions' elasticity modulus can effectively affect the stress distribution.

Probability models are built considering the effects of surface inclusions, inner inclusions respectively, and the probability model simultaneously considering surface and inner ones within which the dimensional factor is used.

The model calculating the low cycle fatigue failure probability of rotating disks with uniform thickness and temperature is derived using ideas of the above models. And then the model is introduced in the analysis of a powder metallurgy turbine disk. Lastly sensitive analysis is done on the parameters in the inclusions' dimension distribution function.

**Keywords:** powder superalloy, low cycle fatigue life, probability model, inclusion, turbine disks.

# 目 录

<b>第一章 绪论.....</b>	<b>(1)</b>
1. 1 选题背景.....	(1)
1. 2 国内外研究现状.....	(1)
1. 3 本文研究的主要内容.....	(3)
<b>第二章 夹杂物对粉末冶金盘应力分布的影响.....</b>	<b>(4)</b>
2. 1 引言.....	(4)
2. 2 球形夹杂附近的应力场.....	(5)
2. 2. 1 单向拉应力下球形夹杂附近的应力分布.....	(5)
2. 2. 2 温度载荷下的应力分布.....	(9)
2. 2. 3 单向拉伸载荷和温度载荷的共同作用下的应力分布.....	(10)
2. 3 椭球形夹杂对粉末高温合金基体应力分布的影响.....	(11)
2. 3. 1 <i>Eshelby</i> 夹杂理论.....	(12)
2. 3. 1. 1 <i>Eshelby</i> 椭球形夹杂内应力分布的弹性力学解.....	(11)
2. 3. 1. 2 <i>Eshelby</i> 椭球性夹杂外母体应力分布的弹性力学解.....	(13)
2. 3. 1. 3 夹杂与母体材料参数不同时的应力分布.....	(16)
2. 3. 2 应力场计算结果及分析.....	(17)
2. 3. 2. 1 椭球形夹杂和母体在 xy 平面上交界处的应力分布.....	(20)
2. 3. 2. 2 椭球形夹杂的形状对应力场的影响.....	(20)
2. 3. 2. 3 体积相等形状不同的夹杂周围母体应力场的对比.....	(21)
2. 3. 2. 4 截面积相等形状不同的夹杂周围母体应力场的对比.....	(22)
2. 3. 2. 5 双向加载下的应力场.....	(22)
2. 3. 2. 6 夹杂材料参数对应力场的影响.....	(23)
2. 3. 2. 7 夹杂材料参数对最大应力点位置的影响.....	(24)
2. 3. 2. 8 不同计算方法的对比.....	(25)
2. 4 小结.....	(28)
<b>第三章 粉末高温合金低周疲劳失效概率模型.....</b>	<b>(29)</b>
3. 1 引言.....	(29)
3. 2 单向拉伸标准试件低周疲劳失效概率模型的建立.....	(29)
3. 2. 1 表面夹杂引起的低周疲劳失效概率模型.....	(29)
3. 2. 1. 1 概率模型的推导.....	(29)
3. 2. 1. 2 算例.....	(31)
3. 2. 2 内部夹杂引起的低周疲劳失效概率模型.....	(32)

3.2.2.1 概率模型的推导	(32)
3.2.2.2 算例	(33)
3.2.3 表面和内部夹杂共同引起的低周疲劳失效概率模型	(33)
3.2.3.1 概率模型的推导	(34)
3.2.3.2 算例	(34)
3.3 低周疲劳失效概率模型的验证	(35)
3.3.1 FGH95 的低周疲劳试验数据	(35)
3.3.2 低周疲劳寿命的可靠度分析	(36)
3.3.2.1 寿命方程的拟合	(36)
3.3.2.2 FGH95 夹杂尺寸因子的计算	(38)
3.3.2.3 低周疲劳试验失效概率的计算	(39)
3.3.3 FGH95 中夹杂含量和尺寸分布的反推	(41)
3.4 小结	(42)
<b>第四章 粉末冶金涡轮盘的失效概率模型</b>	(43)
4.1 引言	(43)
4.2 工程实际中的 FGH95 夹杂数据的拟合	(43)
4.3 等温等厚空心旋转圆盘的失效概率模型	(46)
4.3.1 等温等厚空心圆盘的失效概率模型的建立	(46)
4.3.2 等温等厚空心旋转圆盘失效概率算例	(49)
4.4 实际粉末冶金涡轮盘的失效概率模型	(50)
4.4.1 FGH95 涡轮盘应力分析	(50)
4.4.1.1 计算模型和载荷	(50)
4.4.1.2 应力分析结果	(51)
4.4.2 实际涡轮盘的失效概率模型的分析结果	(55)
4.5 夹杂物尺寸分布函数对可靠度的敏感性分析	(56)
4.5.1 夹杂物尺寸分布函数的影响	(57)
4.5.2 随机变量的均值对失效概率的影响	(58)
4.6 小结	(58)
<b>第五章 总结</b>	(59)
5.1 本文的结论与贡献	(59)
5.2 对今后研究工作的建议	(59)

参考文献.....	(60)
致谢.....	(62)

# 第一章 绪论

## 1.1 选题背景

为了提高高温合金构件的使用温度，需要添加更多的强化元素，这将遇到两个严重的问题：一是高含量合金元素引起的铸造严重偏析，导致显微组织和机械性能极不均匀，特别是大型构件偏析更为严重；其二是高强度致使合金难以加工变形，只能在铸态下使用。高纯预合金粉末经热等静压成型的新型粉末冶金工艺，解决了这两个问题，推动了粉末高温合金的发展。70年代初期 P & W 公司(Pratt & Whitney Company)和 GE 公司(General Electric Company)在美国空军的资助下率先开展了粉末高温合金的研究工作。1980 年世界上最早使用的粉末高温合金构件—美国 F404 发动机的 Rene95 粉末冶金涡轮盘破裂，导致 TF/A-18 飞机坠毁，曾一度使人们对粉末高温合金构件的安全性产生了怀疑。美国空军的调查结果认为：涡轮盘破坏是低周疲劳所致，GE 公司的粉末高温合金寿命预测有问题，并决定以常规的锻造高温合金涡轮盘暂时代替所有的粉末冶金涡轮盘<sup>(1)</sup>。

但是，由于粉末高温合金具有诸多优点，尤其是飞机对发动机性能的要求越来越高，使得常规铸、锻高温合金构件难以适应其高温、高应力的恶劣工作条件，因而不得不采用粉末高温合金。当前欧洲、美国以及俄罗斯先进的航空发动机均采用了粉末高温合金涡轮盘<sup>(2)</sup>。我国从 80 年代中期起开始了粉末冶金涡轮盘的研制工作，90 年代初研制成功了小型的粉末冶金涡轮盘，大型轮盘的研制工作也正在加紧进行。

尽管 80 年代初期美国就已经认识到粉末高温合金低周疲劳破坏失效机理的特殊性，但其低周疲劳寿命预测问题至今仍没有得到很好地解决。1997 年 GE 公司提出了粉末高温合金的低周疲劳寿命预测方法<sup>(3)</sup>。法国、德国等欧洲国家于 90 年代在这一领域的研究取得了初步进展。我国粉末冶金盘低周疲劳寿命预测的研究工作才起步不久，因此跟踪并赶上先进国家技术发展是十分必要的。

采用粉末高温合金构件是先进航空发动机的重要标志之一。我国已投入数以亿计的资金开展粉末高温合金构件的研制工作，并准备在新一代航空发动机研制中应用，因此，粉末高温合金构件的低周疲劳寿命预测方法已成为亟待解决的重要问题之一。粉末高温合金涡轮盘的价格昂贵，它又属于航空发动机的断裂关键件，它的失效会造成整个发动机的毁坏，进而导致机毁人亡，造成严重的损失。因此对粉末高温合金疲劳寿命的研究不仅具有理论意义，而且具有重要工程应用价值。

## 1.2 国内外研究现状

粉末高温合金普遍问题是它不可避免地存在弥散性夹杂，并由此导致低周疲劳

失效。

通常情况下，金属疲劳裂纹多在与自由表面相交的滑移带上萌生，而夹杂物的存在为裂纹成核提供了自由表面。在高强度、高硬度金属中，夹杂物周围的应力分布对疲劳裂纹萌生和早期扩展有重要的影响，夹杂物往往是引起疲劳断裂的主要原因，因此夹杂物对疲劳强度的影响越来越引起人们的关注，是多年来许多学者悉心研究的重要课题。1977年：*Lankford* 首次评述了氧化物夹杂对钢的疲劳断裂性能的影响<sup>(4)</sup>。1983年*Y.Murakami* 对夹杂物与疲劳强度的关系进行了全面的评述<sup>(5)</sup>。此后他又对高强度金属材料的夹杂物与疲劳强度的关系进行了广泛的试验和理论研究。1994年他总结了自1950年以来全世界130多篇有关文献，再一次对这方面的研究工作进行了全面评述<sup>(6)</sup>。近几年来欧洲在夹杂物与疲劳强度之间的定量关系研究方面取得了进展<sup>(7) (8)</sup>。国内自50年代以来对金属中的夹杂物进行了研究，但在夹杂物与金属疲劳强度关系方面的研究工作与国外相比仍然存在较大的差距<sup>(9)</sup>。

在上述的研究工作中人们关心的主要问题是夹杂物与疲劳极限之间的关系。因为高强度钢（含粉末冶金钢）主要应用于刀具、轴承、高强度弹簧等构件。它们在使用过程中存在较严重的的高周疲劳问题，而低周疲劳则不显著，因此含夹杂的高强度金属的低周疲劳寿命方面的研究工作开展得很少，没有引起人们足够的重视。

1980年*F404*发动机的粉末高温合金涡轮盘由于低周疲劳失效导致破裂以后，美国对其失效机理进行了研究，发现夹杂物是导致低周破裂失效的主要原因。随着粉末高温合金构件在工程中的应用，其低周疲劳问题引起了欧洲、美国的高度重视。然而，长期以来国外也没有对粉末高温合金构件提出有效的低周疲劳定寿方法。目前国外先进航空发动机粉末高温合金涡轮盘的低周疲劳寿命大多进行较保守的设计，严重地影响了系统的性能和经济性，现阶段在我国更是如此<sup>(10)</sup>。90年代以后欧洲和美国使这一领域的研究取得了初步的进展。它们根据弥散夹杂物的存在并导致低周疲劳失效这一特点采用概率方法进行了研究，但工作还远没有达到完善的地步。

最早对粉末高温合金低周疲劳寿命预测进行研究的是德国人*A.Brucher*等人，1993年他们采用概率断裂力学方法进行粉末高温合金低周疲劳寿命的研究<sup>(11)</sup>。其概率模型考虑的因素很多，如裂纹的萌生概率密度、夹杂物深度方向尺寸和长度方向尺寸的概率密度（即考虑了裂纹的大小和形状）、裂纹扩展公式中参数的分散性等。模型考虑的问题是很全面的，从理论上讲无疑是一个比较理想的模型。但模型中各个概率密度函数中参数的确定需要大量的实验数据。

法国人*J.Grison*和*L.remy*于1997年提出了另一概率模型<sup>(12)</sup>。模型考虑了夹杂的尺寸、形状及位置。对于表面裂纹还考虑了夹杂引起的闭合效应对裂纹扩展寿命的影响。同时研究了表面和内部裂纹扩展的经验公式，应用裂纹扩展公式即可计算裂纹的扩展寿命。在以上工作的基础上，得到了各类夹杂分别作为表面夹杂和内部夹杂时扩展寿命小于 $N_0$ 的位置范围（称为临界体积）。根据概率知识，构件寿命大于

$N_0$  的概率便是各类夹杂均没有在其对应的临界体积内的概率。这个模型的关键在于利用建立的经验公式求各类夹杂的临界体积，其主要贡献在于建立了表面夹杂和内部夹杂的应力强度因子的表达式。从而将构件的寿命和夹杂的尺寸有机的联系起来了，同时表面夹杂的闭合效应在应力强度因子中得到了反映。其不足之处在于针对不同的构件，可能由于应力强度因子的不同，给出的经验表达式的误差太大。由于此模型的关键是求临界体积，而临界体积和应力强度因子相关，那么整个概率模型就会因为应力强度因子经验公式的误差而导致计算误差过大。

法国的 *A.de.Bussac* 等采用了一种新方法进行粉末高温合金低周疲劳寿命的研究<sup>(13)</sup>。提出了根据夹杂物的尺寸和数量确定其低周疲劳寿命的方法。

1997 年美国 *GE* 公司提出了粉末高温合金低周疲劳寿命预测的方法，采用了基于夹杂尺寸分布的概率定寿方法，目前理论和试验工作仍在进行中<sup>(7)</sup>。

上述研究共同的问题是：假设裂纹萌生由表面夹杂引起，而试验结果表明相当一部分低周疲劳裂纹的萌生是由内部夹杂引起。在法国人的研究中，假设裂纹总是出现在夹杂与基体的界面，其尺度与夹杂的尺度密切相关。而实际的研究结果表明这只是粉末高温合金裂纹出现的形式之一，夹杂物断裂以及混合模式（即夹杂断裂和基体脱粘同时出现）也是常见的裂纹萌生形式。在所有的研究中均用 *seeded powders* 生产的粉末高温合金（即在高纯度的粉末中人为地加入给定尺寸和数量的夹杂物）来进行研究，而对工程实际中使用的粉末高温合金中夹杂物的尺寸、数量的测定方法没有说明。

粉末高温合金的研制工作在国内还刚刚起步，其低周疲劳寿命预测的研究工作尚开展得很少。粉末高温合金中夹杂物对低周疲劳失效的危害性国内已经进行了初步的研究，但是对含夹杂物的粉末高温合金物件的低周疲劳寿命的研究还未开展。

### 1.3 本文研究的主要内容

#### (1) 含夹杂的粉末高温合金的应力场的计算

在粉末高温合金低周疲劳失效中，夹杂物是主要的裂纹源。其原因是夹杂物的存在会在母体中引起应力集中，而应力的大小对裂纹萌生和裂纹扩展有着重要的影响。本文研究了球形、椭球形夹杂存在时母体的应力场。通过改变椭球形夹杂的尺寸，分析夹杂物形状对母体应力场的影响；通过改变弹性模量和泊松比，分析夹杂物的材料参数对应力场的影响。采用 *Goodier* 公式计算球形夹杂下母体的应力场。采用 *Eshelby* 方法分析了椭球形夹杂下母体的应力场，并与有限元计算结果进行了对比。

#### (2) 粉末高温合金低周疲劳失效概率模型的建立和试验验证

建立了表面夹杂、内部夹杂分别作用下的低周疲劳失效概率模型，以及表面夹

杂和内部夹杂共同作用下的低周疲劳失效概率模型。在建模过程中考虑了尺寸因子的影响。根据有关的试验数据<sup>\*</sup>，统计出了试件的失效概率，并由所建模型反推了夹杂的尺寸分布函数。

### (3) 低周疲劳失效概率模型在实际粉末高温合金涡轮盘上的应用

推导了等温等厚空心旋转圆盘的低周疲劳失效概率模型，并将推导的概率模型应用到受离心力、叶片拉伸载荷以及热应力等多项载荷作用的实际涡轮盘上。根据建立的概率模型对某发动机涡轮盘进行了寿命分析。最后对于概率模型中夹杂物尺寸分布函数的参数进行了敏感性分析。

\*该试验数据来源于北京钢铁研究总院的二批 FWS10 机 FGH95 粉末涡轮盘试验报告。

## 第二章 夹杂物对粉末冶金盘应力分布的影响

### 2.1 引言

在高强度、高硬度钢以及粉末高温合金中，夹杂物周围的应力分布对疲劳裂纹萌生和早期扩展有着重要影响。如果零件的表面加工非常光滑，裂纹不可能在加工缺陷或切口处产生，此时夹杂物是引起疲劳断裂的主要原因，即夹杂物是主要的裂纹源<sup>[9]</sup>。在通常情况下，夹杂物与母体的弹性、塑性和热膨胀系数都不同，造成了非均匀性。这种非均匀性在热处理及加载过程中会引起应力场的非均匀性，即形成应力集中，致使夹杂和母体脱开或夹杂物本身开裂，并最终导致构件的失效。所以夹杂物成为大多数精密加工构件低周疲劳的主要裂纹源。粉末冶金涡轮盘，在制粉过程中引入的陶瓷夹杂，大大降低了其低周疲劳寿命，增大了其疲劳强度的分散性。本章研究了夹杂对母体应力场的影响，得到了母体应力场的分布规律，分析了夹杂物形状和夹杂的材料参数对应力场的影响。

### 2.2 球形夹杂附近的应力场

球形夹杂物是夹杂物诸多形状中最简单的一种，便于在计算中用应力集中方法分析其附近的应力分布，得到最大应力点的位置，从而得出疲劳裂纹的萌生地点，进而可研究夹杂物对构件低周疲劳寿命的

影响。在工程实践中，许多学者将形状复杂的夹杂等效为球形夹杂进行研究，得到了一些很有意义的结论。本节着重介绍用 *Goodier* 方法研究在机械载荷和温度载荷作用下含球形夹杂下母体的应力场。

#### 2.2.1 单向拉应力下球形夹杂附近的应力分布

设无限大体中含一球形夹杂，远离夹杂物的拉应力为  $\sigma_a$ ，极轴和赤道轴的定义如图 2.1 所示。极轴和球面的交点称为极点，赤道轴和球面的交点称为赤道点。母体的弹性模量为  $E_1$ ，泊松比为  $\nu_1$ ；夹杂物的弹性模量为  $E_2$ ，泊松比为  $\nu_2$ 。球形夹杂的半径为  $a$ 。采用球坐标系，*Goodier* 公式<sup>[9]</sup>描述的应力分量为：

$$\sigma_{rr} = 2E_1 \left[ \frac{2A}{r^3} - \frac{2\nu_1}{1-2\nu_1} \frac{C}{r^3} + 12 \frac{B}{r^5} + \left( -\frac{2(5-\nu_1)}{1-2\nu_1} \cdot \frac{C}{r^3} + 36 \frac{B}{r^5} \right) \cos 2\theta \right] + \sigma_a \cos \theta$$

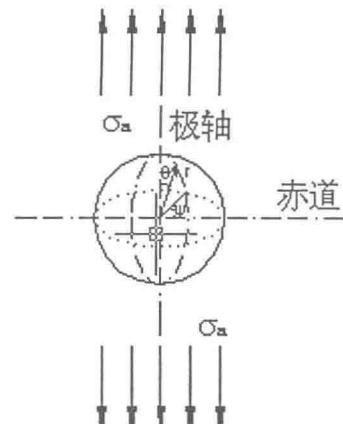


图 2.1 含球形夹杂的无限大体

(2. 1)

$$\sigma_{\theta\theta} = 2E_2 \left[ -\frac{A}{r^3} - \frac{2\nu_1}{1-2\nu_1} \cdot \frac{C}{r^3} - 3 \frac{B}{r^5} + \left( \frac{C}{r^3} - 21 \frac{B}{r^5} \right) \cos 2\theta \right] + \sigma_a \sin \theta$$

(2. 2)

$$\sigma_{\psi\psi} = 2E_1 \left[ -\frac{A}{r^3} - \frac{2(1-\nu_1)}{1-2\nu_1} \cdot \frac{C}{r^3} - 9 \frac{B}{r^5} + \left( 3 \frac{C}{r^3} - 15 \frac{B}{r^5} \right) \cos 2\theta \right]$$

(2. 3)

其中:  $\theta$  为极矩角, 即需求的应力点和极轴之间的夹角;

$\Psi$  为经度, 即需求的应力点和赤道的夹角;

$A$ 、 $B$ 、 $C$  分别为与母体、夹杂物弹性模量有关的待定常数, 它们的表达式为<sup>(9)</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{A}{a^3} &= -\frac{\sigma_a}{8E_1} \frac{E_1 - E_2}{(7-5\nu_1)E_1 + (8-10\nu_1)E_2} \times \\ &\quad \frac{(1-2\nu_2)(6-5\nu_1)2E_1 + (3+19\nu_2-20\nu_1\nu_2)E_2}{(1-2\nu_2)2E_1 + (1+\nu_2)E_2} + \\ &\quad \frac{\sigma_a}{4E_1} \frac{\left[ (1-\nu_1)E_2 \frac{1+\nu_2}{1+\nu_1} - \nu_2 \right] E_2 - (1-2\nu_2)E_1}{(1-2\nu_2)2E_1 + (1+\nu_2)E_2} \end{aligned} \quad (2. 4)$$

$$\frac{B}{a^5} = \frac{\sigma_a}{8E_1} \frac{E_1 - E_2}{(7-5\nu_1)E_1 + (8-10\nu_1)E_2} \quad (2. 5)$$

$$\frac{C}{a^3} = \frac{\sigma_a}{8E_1} \frac{5(1-2\nu_1)(E_1 - E_2)}{(7-5\nu_1)E_1 + (8-10\nu_1)E_2} \quad (2. 6)$$

对于球形空穴  $E_2 = \nu_2 = 0$ ,  $A$ 、 $B$ 、 $C$  可简化为:

$$\begin{aligned} \frac{A}{a^3} &= -\frac{\sigma_a}{8E_1} \cdot \frac{13-10\nu_1}{7-5\nu_1}, \\ \frac{B}{a^5} &= \frac{\sigma_a}{8E_1} \cdot \frac{1}{7-5\nu_1}, \\ \frac{C}{a^3} &= \frac{\sigma_a}{8E_1} \cdot \frac{5(1-2\nu_1)}{7-5\nu_1}. \end{aligned} \quad (2. 7)$$

对于完全刚性夹杂物,  $E_2 \rightarrow \infty$ ,  $\nu_2 \rightarrow 0$ , 则  $A$ 、 $B$ 、 $C$  可简化为:

$$\frac{A}{a^3} = \frac{\sigma_a}{4E_1} \cdot \left[ \frac{3}{16-20\nu_1} + \frac{1-\nu_1}{1+\nu_1} \right],$$

$$\frac{B}{a^5} = -\frac{\sigma_a}{8E_1} \cdot \frac{1}{8-10\nu_1},$$

$$\frac{C}{a^3} = -\frac{\sigma_a}{8E_1} \cdot \frac{5(1-2\nu_1)}{8-10\nu_1}. \quad (2.8)$$

对于 FGH95 粉末高温合金，在室温下其材料参数为  $E_1=2.1\times 10^5 MPa$ ,  $\nu_1=0.3$ ; 若设远离夹杂物的拉伸载荷  $\sigma_a$  为  $1000 MPa$ 。根据公式 (2.1) ~ (2.8) 可计算出夹杂物附近母体的应力分布情况。下面讨论三种情况，即一般夹杂、空穴和完全刚性夹杂情况下母体的应力场。

### (1) 一般夹杂

设某夹杂物（如  $Al_2O_3$ ）的弹性参数  $E_2=3.9\times 10^5 MPa$ ,  $\nu_2=0.25$ , 半径  $a=0.1mm$ 。

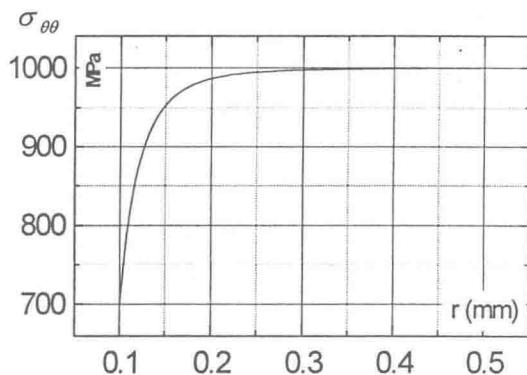


图 2.2 赤道方向上应力分布

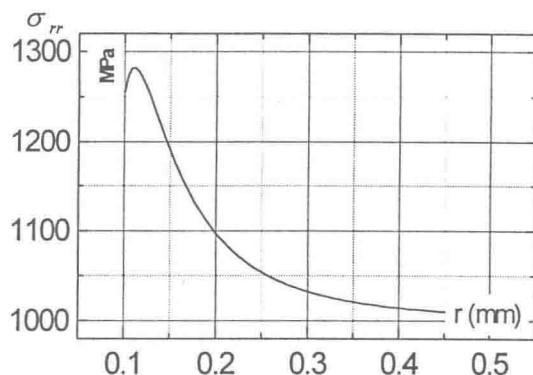


图 2.3 极轴方向上的应力分布

图 2.2、图 2.3 分别反映了在该夹杂物下母体赤道方向和极轴方向上的应力分布。 $r=a$  时，极点上的拉应力  $\sigma_{rr}=1.26\sigma_a$ ，赤道点上  $\sigma_{θθ}=0.7\sigma_a$ 。最大应力点在极轴上靠近极点的某个位置，其应力集中系数约为 1.28。而在赤道方向上，各个点的应力均小于加载应力，并随着距离增大，逐渐趋近于加载应力  $1000 MPa$ 。

### (2) 空穴

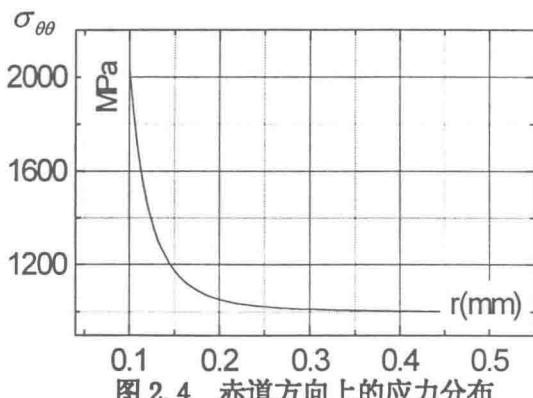


图 2.4 赤道方向上的应力分布

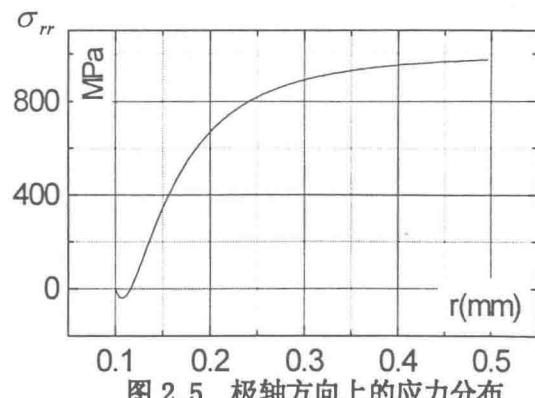


图 2.5 极轴方向上的应力分布

当缺陷为空穴时,  $E_2=0$ ,  $\nu_2=0$ , 母体的应力分布如图 2.4、图 2.5 所示。此时最大应力点在赤道线的赤道点上, 其应力集中系数约为 2。在极轴方向上, 极点的应力为负, 随着距离的增大迅速变为拉应力并趋近于加载应力。

### (3) 刚性夹杂

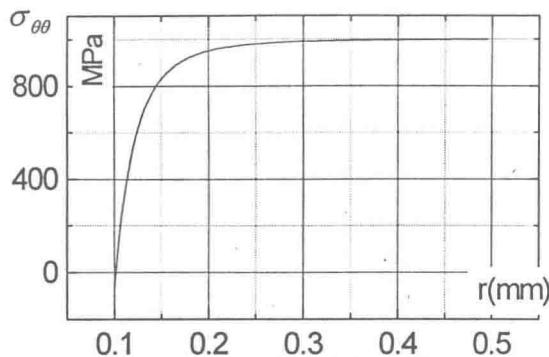


图 2.6 赤道方向上的应力分布

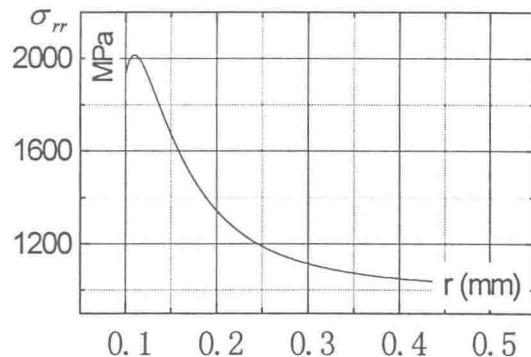


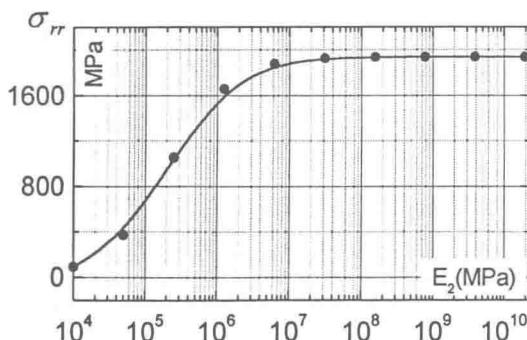
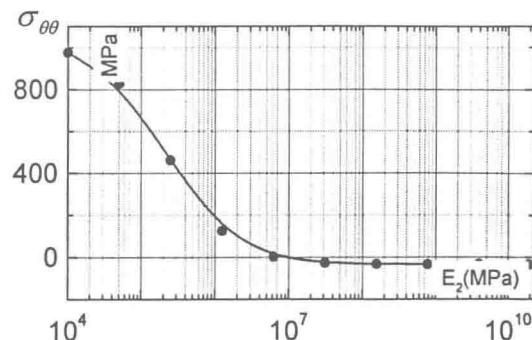
图 2.7 极轴方向上的应力分布

当夹杂为完全刚性时,  $E_2 \rightarrow \infty$ , 其应力分布如图 2.6、图 2.7。最大应力点和一般夹杂一样为极轴上靠近极点的某个点, 应力集中系数约为 2。在赤道方向上的应力分布规律和一般夹杂类似, 在 5 倍夹杂物半径处应力才趋近于加载应力。通过图 2.3 和图 2.7 的对比还可以看出, 夹杂刚性越大, 在极轴上应力集中越明显。

从上面的计算结果分析认为: 夹杂物或空穴的存在, 使其周围的母体产生应力集中。空穴和完全刚性夹杂引起的应力集中最为明显, 最大应力集中系数约为 2, 分别出现在赤道点和极点。

### (4) 夹杂物弹性模量对母体应力分布的影响

从空穴、一般夹杂及完全刚性夹杂三种情况下母体的应力分布情况可以看出, 夹杂物的弹性模量对应力集中有一定的影响。若设  $E_1 = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$ ,  $\nu_1 = 0.3$ , 远离夹杂物的拉伸载荷为  $1000 \text{ MPa}$ 。分别改变夹杂的弹性模量及泊松比, 可得到应力随

图 2.8 极点处加载方向应力随  $E_2$  的变化图 2.9 赤道点处加载方向应力随  $E_2$  的变化

这两个参数的变化情况，如图 2.8、图 2.9 所示。

从图 2.8 可以看出应力随  $E_2$  变化的规律：当夹杂的泊松比不变 ( $\nu_2=0.25$ ) 时，随  $E_2$  增加，极点处的  $\sigma_{rr}$  增大；当  $E_2$  增大到  $1.0 \times 10^7 \text{ MPa}$  后， $\sigma_{rr}$  随  $E_2$  增大的速率减缓，趋向于夹杂完全刚性情况下的应力值。当缺陷为空穴时， $\sigma_{rr}=0$ ，完全刚性夹杂时， $\sigma_{rr} \approx 2\sigma_a$ 。从图 2.9 可以看出，赤道点上的  $\sigma_{\theta\theta}$  随  $E_2$  的增大逐渐减小，当  $E_2$  达到  $1.0 \times 10^5 \text{ MPa}$  后， $\sigma_{\theta\theta}$  变为 0 并进一步变为负值。

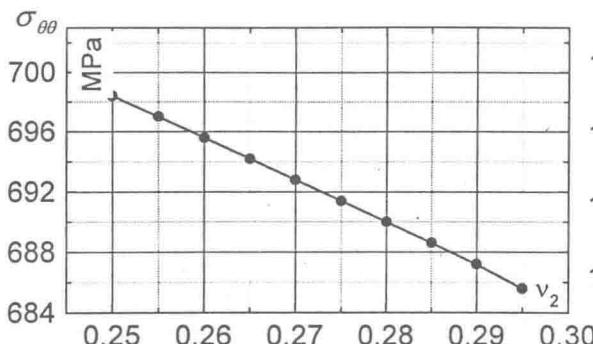


图 2.10 赤道处加载方向应力随  $\nu_2$  的变化

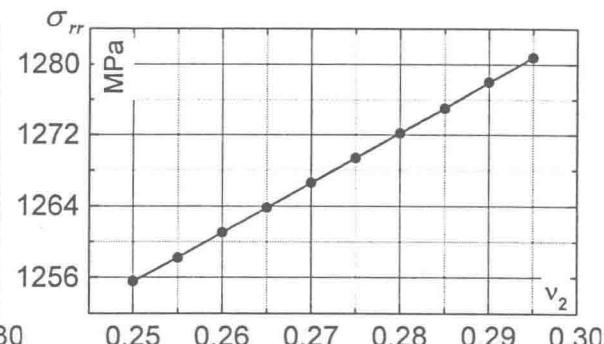


图 2.11 极点处加载方向应力随  $\nu_2$  的变化

图 2.10 反映了当夹杂弹性模量不变 ( $E_2=3.9 \times 10^5 \text{ MPa}$ ) 时， $\nu_2$  对应力分布的影响呈线性变化。由于  $\nu_2$  随材料的变化范围很小，所以它的变化对应力的影响没有  $E_2$  那么明显。

## 2.2.2 温度载荷下的应力分布

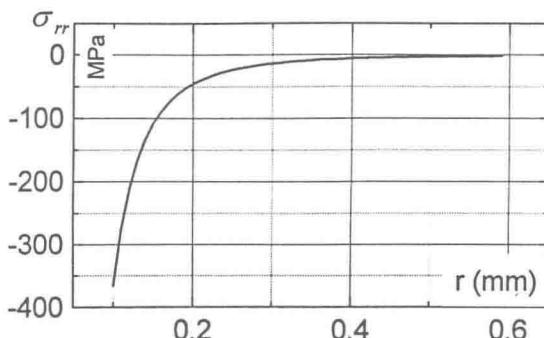
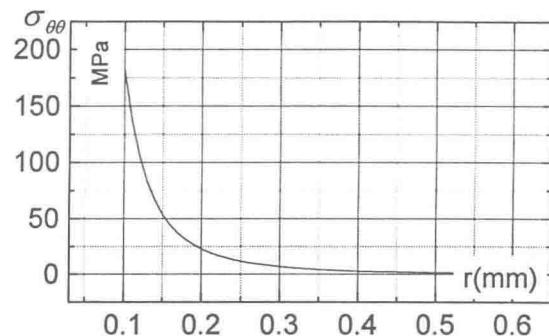
设母体和夹杂物的热膨胀系数分别为  $a_1$ 、 $a_2$ ，温度变化范围为  $\Delta T$ 。夹杂物内部的热应力  $p$  的表达式为<sup>(9)</sup>：

$$p = \sigma_{rr} = \sigma_{\psi\psi} = \sigma_{\theta\theta} = \frac{-(a_1 - a_2)\Delta T}{\left[ \frac{1}{2}(1 + \nu_1) + (1 - 2\nu_1)d^3 \right] \div [E_1(1 - d^3)] + (1 - 2\nu_2) \div E_2} \quad (2.9)$$

而母体的热应力分布表达式为<sup>(9)</sup>：

$$\sigma_{rr} = \frac{p}{1 - d^3} \left[ \left( \frac{a}{r} \right)^3 - d^3 \right], \quad \sigma_{\psi\psi} = \sigma_{\theta\theta} = \frac{-p}{1 - d^3} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{a}{r} \right)^3 + d^3 \right] \quad (2.10)$$

实际工况下，许多构件（如发动机涡轮盘）会受到温度载荷的作用。设母体和夹杂的热膨胀系数分别为  $a_1 = 10 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  和  $a_2 = 8 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ，温度变化  $\Delta T = 800^{\circ}\text{C}$ 。根据公式(2.10)，计算夹杂附近的应力分布，其结果如图 2.12、图 2.13 所示。

图 2.12 极轴方向上  $\sigma_{rr}$  的分布图 2.13 赤道方向上  $\sigma_{\theta\theta}$  的分布

可见极轴上为压应力，在极点处最大；赤道方向上受拉应力作用，且赤道点处的拉应力最大，其值小于极点处的压应力。

在热处理过程中，温差很大，如果母体和夹杂物的热膨胀系数相差又较明显，那么热应力将很大。当  $a_1 > a_2$  时， $\sigma_{rr} < 0$ 。当  $a_1 < a_2$  时， $\sigma_{rr} > 0$ ，夹杂有和母体脱开的趋势。例如：设热处理过程中，温差为  $1000^{\circ}\text{C}$ ， $a_1 = 16 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ， $a_2 = 8 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ，则  $\sigma_{rr} = -1828 \text{ MPa}$ 。如果  $a_1 = 16 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ， $a_2 = 24 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ，则  $\sigma_{rr} = 1828 \text{ MPa}$ 。这时，夹杂很可能发生开裂或脱开，母体发生局部屈服甚至萌生微裂纹，并严重影响构件的低周疲劳寿命。

### 2.2.3 单向拉伸载荷和温度载荷共同作用下的应力分布

实际构件常受到机械载荷和温度载荷的共同作用，本节对含球形夹杂的母体在机械载荷和温度载荷共同作用下的应力场进行研究。设母体及夹杂的热膨胀系数分别为  $a_1 = 10 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ ， $a_2 = 8 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ （缺陷为空穴时  $a_2 = 0$ ）。A、B 为构件的两种载荷状态。A 为： $\sigma = 600 \text{ MPa}$ ， $\Delta T = 600^{\circ}\text{C}$ 。B 为： $\sigma = 400 \text{ MPa}$ ， $\Delta T = 500^{\circ}\text{C}$ 。由于  $a_1 > a_2$ ，热应力  $\sigma_{rrT} < 0$ ， $\sigma_{\theta\thetaT} > 0$ 。在  $r = a$  处， $\sigma_{rrT}/\sigma_{\theta\thetaT} = -2$ 。通过计算，得到应力最大点如下：

A 状态：

$$\text{空穴: } \sigma_{\theta\theta} = 1389 \text{ MPa}, \sigma_{\theta\theta T} = 571 \text{ MPa}, \theta = 90^{\circ};$$

$$\text{完全刚性: } \sigma_{rr} = 557 \text{ MPa}, \sigma_{rrT} = 114 \text{ MPa}, \theta = 0^{\circ};$$

$$\text{一般夹杂: } \sigma_{\theta\theta} = 394 \text{ MPa}, \sigma_{\theta\theta T} = 114 \text{ MPa}, \theta = 90^{\circ}.$$

B 状态：

$$\text{空穴: } \sigma_{\theta\theta} = 1913 \text{ MPa}, \sigma_{\theta\theta T} = 685 \text{ MPa}, \theta = 90^{\circ};$$