WULIGUANGXUEJICHU

物理光学基础

黄兴滨 著

3

黑龍江大學出版社
HEILONGJIANG UNIVERSITY PRESS

物理光学基础

黄兴滨　著

黑龍江大學出版社
HEILONGJIANG UNIVERSITY PRESS

图书在版编目（CIP）数据

物理光学基础 / 黄兴滨著. -- 哈尔滨 : 黑龙江大学出版社, 2016.8

ISBN 978-7-5686-0020-0

Ⅰ. ①物… Ⅱ. ①黄… Ⅲ. ①物理光学－高等学校－教材 Ⅳ. ①O436

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 138410 号

物理光学基础
WULI GUANGXUE JICHU
黄兴滨　著

责任编辑　李　丽　肖嘉慧
出版发行　黑龙江大学出版社
地　　址　哈尔滨市南岗区学府三道街 36 号
印　　刷　哈尔滨市石桥印务有限公司
开　　本　787×1092　1/16
印　　张　15.75
字　　数　327 千
版　　次　2016 年 8 月第 1 版
印　　次　2016 年 8 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5686-0020-0
定　　价　35.00 元

前　　言

著书立说，对笔者的能力和才学而言是一件神圣而又高不可攀的事情。基于教学工作的需要和多年来对基础研究的理解，笔者尝试性地向前迈出了一步。在整理笔者自2000年至今每年为学校物理学、应用物理学专业本科学生开设的专业基础课“物理光学”的讲稿的基础上，笔者扩充了相对论光学的相关内容，遂成此书。

基于我校物理学、应用物理学专业教学大纲，本书前五章以麦克斯韦电磁理论为基础，主要讨论了光的波动性，着重探讨了光波在电各向同性介质、各向异性介质中的传播规律。在关于光波的叠加的内容中，主要包括干涉、衍射、驻波以及偏振等；在光与物质的相互作用部分，主要从洛伦兹电子论模型出发，讨论了光波的吸收、色散和散射现象；在晶体光学部分，主要基于介电张量讨论了光波的双折射。故前五章的内容可作为物理类专业开设物理光学课程的教材内容或参考。

最后一章主要探讨了相对论框架下的光波传播规律。首先，仅使用了光速不变的假设严谨地推导了洛伦兹变换，这是迄今较为严密的推导；之后，介绍了时间延缓、长度收缩、相对论质量和能量等基本内容；最后，重点讨论了相对论框架下的平面光波的相位不变和多普勒效应，并介绍了笔者的一些研究结果和新观点。为与传统的公认结论相区分，笔者的新观点、新认识则用另一字体。故这部分内容可作为有志于研究物理的同学选修或其他有兴趣的读者参考。

最后，笔者谨向本书完成中给予宝贵意见和建议的朋友们，特别是为本书绘制全部插图的哈尔滨工业大学在读博士陈宣霖同学致以诚挚的谢意。因笔者的能力所限，错误和缺点一定难免，故诚恳地欢迎各位专家、读者批评指正。

黄兴滨

2015年春

于黑龙江大学

目　　录

概　述

太阳的光芒无私地伴随着人类，滋润着万物。试想，没有紫外光的照射，生命的雏形也许无法孕育；没有可见光，我们将无法感知这五彩缤纷的世界；没有激光，我们将不能感受互联网带来的方便迅捷的信息时代。从科学研究到技术应用，光从未离开过，无不处于一种核心的地位。的确，我们都是光的受益者，光不仅改变了今天的生活方式，也将对未来起到更重大、更具决定性的作用。

尽管，光学在现代生活中存在广泛的渗透性，是新技术、新科学的促进者，是一个不可或缺的角色，但其一般经常在一个系统中处于从属地位。为此，21 世纪初，美国国家研究理事会集中了光学科学和光学工程领域的 100 多位科学家的智慧，历时 4 年多，经过 6 次学术讨论和广泛调研，做出了详细的研究报告，为美国在 21 世纪的光学科学研究和光学工程的发展描绘了一幅蓝图，以满足其经济、科学的持续发展需求。可见，光学知识的学习和光学科学的探索应该得以加强，而不是被边缘化。

数千年来，人们一直在努力探索并试图解决“光的本质到底是什么”这一古老而又常青的问题。物理光学的内容就是研究光的基本属性、光的传播规律以及光与其他物质相互作用的规律。在习惯上，物理光学又分为波动光学与量子光学。波动光学的传统内容涉及光波的叠加，包括干涉、衍射、偏振、驻波等光学现象；涉及光波在电各向异性介质中的反射、折射、吸收、色散和散射等；也涉及光波在各向异性晶体中的双折射理论和应用问题。半个多世纪之前，随着梅曼发明的第一台红宝石激光器的诞生，古老的光学又焕发了生机，物理光学的诸多领域都出现了突飞猛进的发展。相继形成了诸如集成光学、薄膜光学、强光光学和傅里叶光学等理论。

通常，物理光学采取麦克斯韦的电磁理论和傅里叶频谱分析这两种方法进行研究。前者用电磁波的理论描述光波的各种现象，后者用频谱分析的理论侧重于描述光波的传播特性。本书重点讨论光波的电磁理论，对频谱分析仅做简单介绍。

由于光学在新技术、新科学中，有着不可或缺的角色，故物理光学也有着十分广泛的应用。针对国计民生的需求，物理光学在信息技术与通信、医疗保健与生命科学、光学探测和照明以及绿色能源、光机电一体化的制造业、国防工业中，从全天候监视和准确测距到精确瞄准与高功率激光武器、光学系统自身元器件的加工等诸多领域都有着

举足轻重的应用。因此,学好物理光学对技术发展和专业发展都十分重要。

关于光的粒子性,20 世纪初,科学家通过实验,没有证实地球相对于以太的运动。继普朗克提出了黑体辐射能量的量子化后,爱因斯坦为解释光电效应而提出了“光子”的概念。他认为每个光子的能量正比于该光波的频率,比例系数为普朗克常数。一般,当光与物质相互作用时,如发射和吸收等,表现为光子的特性;当光在传播中,如干涉、衍射等则表现为光波的特性。故综合为光的波粒二象性。本书主要讨论光的波动性。

关于相对论,众所周知,1905 年,爱因斯坦在其著名的论文《论动体的电动力学》中,基于光速不变原理和相对性原理以及一些额外的假设,建立了狭义相对论,自然淘汰了光波存在传播介质以太的猜想。今天,相对论已经发展为现代物理学的两大支柱之一,可见物理光学对物理科学的发展之重要作用,反之,相对论也影响了光的传播。然而,光学类专业通常较少或不涉及讨论相对论的内容,而物理类专业又不过多涉猎物理光学的内容。故为衔接这种缺失,本书最后一章增加了相对论光学的内容,探讨了相对论下的光波传播规律;介绍了洛伦兹变换最严密的推导方法和其导致的基本结论;也重点讨论了相对论框架下的平面光波的相位不变和多普勒效应等相对论光波的传播问题;并介绍了笔者的一些研究结果和新观点。故可供深入探讨基础物理的同学选读或研究基础物理的读者参考。

最后,笔者认为科学界对光的本质问题之探索也许并没有终结,例如,我们通常一边强调光波的复数波函数的虚部没有真实的物理意义,一边使用该虚部讨论全反射的隐失波[①]和金属中的光波并给出有意义的结果。因此,随着科技的进步,在探索光的本质过程中,我们可能会揭示出更多的自然奥妙。用易明教授的一句话作为本概述的结束:有依据地怀疑是创造新世界的种子,动手去做是创造新世界的摇篮。

① 隐失波的曾称为倏逝波、衰逝波。

第 1 章
光波的电磁理论

今天的物理学认为，光波具有波动性和粒子性。当研究光的传播和叠加时，光波表现其波动性的一面；当研究光与其他物质的相互作用时，光波表现其粒子性的一面。理论和实验都表明光是波长很短的电磁波，由此建立了光波的电磁理论。尽管许多现代光学现象需要量子理论的解释，但是光的电磁理论仍然是研究大多数光学现象和掌握现代光学的重要基础。光的电磁理论曾经推动了光学以及整个物理学的发展。

本章将从光的电磁理论出发，介绍光波在各向同性媒质中传播的基本特性。例如：电磁波在均匀各向同性媒质中传播时，其传播方向、能量、偏振方向等要如何变化及变化规律等。

1.1　电磁场的基本方程

1.1.1　麦克斯韦方程组

19 世纪 60 年代，麦克斯韦在成功地总结了前人关于电磁学的基本实验规律的基础上，创造性地建立了著名的麦克斯韦方程组，它是麦克斯韦把不随时间变化的稳定电磁场的基本规律推广到随时间变化的不稳定电磁场的普遍情况而获得的。麦克斯韦方程组最重要的一个结果是预言了可能存在电磁波，其传播速度可以从纯电学测量的结果中得到。由于该结果与真空中光速的数值十分接近，麦克斯韦曾据此预言了光就是一种电磁波并发展了光的电磁理论。

麦克斯韦方程组的积分形式和微分形式如下

$$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_V \rho_0 \mathrm{d}V,\ \nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_0 \tag{1-1-1a}$$

$$\oint_L \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\int_S \dot{\boldsymbol{B}} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S},\ \nabla \times \boldsymbol{E} = -\dot{\boldsymbol{B}} \tag{1-1-1b}$$

$$\oint_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0,\ \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{1-1-1c}$$

$$\oint_L \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S (\boldsymbol{j}_0 + \dot{\boldsymbol{D}}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S},\ \nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j}_0 + \dot{\boldsymbol{D}} \tag{1-1-1d}$$

式(1－1－1a)是高斯定理的数学表达式,其中积分方程的物理意义是:电位移或电感应强度矢量$\boldsymbol{D}(x,y,z,t)$对任意一个闭合曲面的面积分等于该闭合曲面内包围的自由电荷体密度ρ_0的体积分;微分方程的物理意义是:空间任意一点$D(x,y,z,t)$的散度等于该点自由电荷体密度ρ_0,其中,∇为哈密顿算符,即

$$\nabla = \boldsymbol{l}_x \frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{l}_y \frac{\partial}{\partial y} + \boldsymbol{l}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

$\boldsymbol{E},\boldsymbol{B},\boldsymbol{H}$分别为电场强度矢量、磁感应强度矢量和磁场强度矢量,它们均是空间位置和时间的函数;$\mathrm{d}\boldsymbol{S}$表示任意一个闭合曲面S上的面积微元矢量;$\mathrm{d}\boldsymbol{l}$则表示任意一个闭合回路L上的矢量微元;$\boldsymbol{l}_x$,$\boldsymbol{l}_y$,$\boldsymbol{l}_z$分别为沿x,y,z直角坐标轴方向上的单位矢量。

式(1－1－1b)是法拉第电磁感应定律的数学形式,它说明随时间变化的磁场在周围空间要产生电场。

式(1－1－1c)是磁场的高斯定理,其表明空间无磁荷存在,即磁通是连续的,磁力线是无头无尾的闭合曲线。

式(1－1－1d)说明传导电流体密度$\boldsymbol{j}_0$或随时间变化的电感应强度$\dot{\boldsymbol{D}}$能激发磁场,换言之,磁场的场源是$\boldsymbol{j}_0$和$\dot{\boldsymbol{D}}$。其中$\dot{\boldsymbol{D}},\dot{\boldsymbol{B}}$分别为$\boldsymbol{D},\boldsymbol{B}$对时间的偏导数,即

$$\dot{\boldsymbol{D}} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \text{和} \dot{\boldsymbol{B}} = \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

若根据麦克斯韦方程组确定$\boldsymbol{E},\boldsymbol{D},\boldsymbol{B},\boldsymbol{H}$按照空间位置和时间的变化关系,则光波的性质也随之确定。但是在介质中,极化的关系与真空不同,为此,下面我们需要回顾物质方程。

1.1.2 物质方程

为了描述真空和媒质中的$\boldsymbol{D}$和$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{j}_0$和$\boldsymbol{E}$以及$\boldsymbol{H}$和$\boldsymbol{B}$的矢量关系,则需补充以下几个描述物质对电磁场影响的方程

$$\boldsymbol{j}_0 = \sigma \boldsymbol{E} \tag{1-1-2a}$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} \tag{1-1-2b}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{1-1-2c}$$

其中,σ是媒质的电导率,描述媒质的导电特性;$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$,为媒质的介电常数,描述媒质的电学特性,$\varepsilon_r$称为媒质相对于真空的相对介电常数,$\varepsilon_0$为真空的介电常数;$\mu = \mu_r \mu_0$,为媒质的磁导率,描述媒质的磁学特性,$\mu_r$称为媒质相对于真空的相对磁导率,$\mu_0$为真空的磁导率。

式(1－1－2a)为微分形式的欧姆定律。当传播媒质为金属、电解液、半导体等导电材料时,$\sigma \neq 0$,故此类媒质具有导电性,光波在这种媒质中传播时要衰减,一部分

能量会转化为焦耳热。当媒质为水、玻璃、石英晶体等材料时，$\sigma = 0$，则其不导电，光波在这种媒质中传播时并不衰减，故其也称为光的透明媒质。而本书主要讨论光在透明媒质中的传播问题，所以 $\boldsymbol{j}_0$ 一般也就处处为零。

式(1－1－2b)和(1－1－2c)表明 $\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{H}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的矢量关系完全由媒质的 ε_r 和 μ_r 决定。在一般的光学透明媒质中，ε_r 和 μ_r 与空间位置无关，则称媒质的光学特性是均匀的。对于大多数媒质，其中包括对光波透明的电介质，其实际上 $\mu_r = 1$，即 $\mu = \mu_0$。因此，对于光在非铁磁性媒质中传播的问题，均有 $\mu = \mu_0$ 的关系。若在一般的光学透明媒质中，ε_r 和 μ_r 与空间方向无关，则称媒质的光学特性是各向同性的，否则，媒质的光学特性称为各向异性，则 ε_r 和 μ_r 应该是张量。若 ε_r 和 μ_r 与光的场强无关，则称媒质为线性的，否则称之为非线性媒质。若媒质的 ε_r 和 μ_r 不随时间变化，则称媒质为稳定的。若 ε_r 和 μ_r 与光频率无关，则称媒质为非色散的。

最后，传导电流体密度矢量 $\boldsymbol{j}_0$ 和电荷体密度 ρ_0 之间还满足电荷守恒定律，即电流连续性原理

$$\nabla \cdot \boldsymbol{j}_0 = -\frac{\partial \rho_0}{\partial t} \tag{1-1-3}$$

上式的物理意义是：场中某一点电流体密度矢量 $\boldsymbol{j}_0$ 的散度，等于该点单位时间内电荷体密度 ρ_0 的减少。

用麦克斯韦方程证明式(1－1－3)。对式(1－1－1d)中的微分方程两边取散度有：$\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{H}) = \nabla \cdot \boldsymbol{j}_0 + \nabla \cdot \dot{\boldsymbol{D}}$，再利用 $\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{H}) = 0$ 和 $\nabla \cdot \dot{\boldsymbol{D}} = \frac{\partial \rho_0}{\partial t}$ 则可推出式(1－1－3)，为

$$\nabla \cdot \boldsymbol{j}_0 = -\frac{\partial \rho_0}{\partial t}$$

1.1.3　能量定理

在研究光学问题时发现，由于光波的频率变化非常快，通常其电磁场 $\boldsymbol{E}, \boldsymbol{D}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{H}$ 的变化频率在 $10^{12} \sim 10^{14}$ Hz 之间。由于实验技术所限，通常它们都无法通过实验直接测量，因此，这几个量只有辅助意义。而在光学中，可以测量且又必须知道的一个量是光的强度（光强）。所以，我们下面从麦克斯韦方程组中推导出光波电磁场的能量定律。根据式(1－1－1d)和(1－1－1b)，我们有

$$\boldsymbol{E} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{H}) - \boldsymbol{H} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{E}) = \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{j}_0 + \boldsymbol{E} \cdot \dot{\boldsymbol{D}} + \boldsymbol{H} \cdot \dot{\boldsymbol{B}} \tag{1-1-4}$$

又由矢量计算公式有

$$\boldsymbol{E} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{H}) - \boldsymbol{H} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{E}) = -\nabla \cdot (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H})$$

但是

$$\boldsymbol{E} \cdot \dot{\boldsymbol{D}} + \boldsymbol{H} \cdot \dot{\boldsymbol{B}} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{D} + \frac{1}{2}\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{B}\right) = \frac{\partial}{\partial t}(w_e + w_m)$$

上式中

$$w_e = \frac{1}{2}\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{D} \tag{1-1-5}$$

$$w_m = \frac{1}{2}\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{B} \tag{1-1-6}$$

为电磁场中任意一点的电场能密度和磁场能密度。将上述结果代入式(1－1－4)中，我们得到

$$-\frac{\partial}{\partial t}(w_e + w_m) = \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{j}_0 + \nabla \cdot (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H})$$

在空间任一体积 V 中对上式求积分，并利用数学中的高斯定理，则我们可计算出

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = \int_V \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{j}_0 \mathrm{d}V + \oint_S (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}) \cdot \boldsymbol{n}\mathrm{d}S \tag{1-1-7}$$

上式中最后一个面积分是对包围体积 V 的整个曲面的积分，而 $\boldsymbol{n}$ 是曲面法线上的单位矢量，指向曲面外为正方向。其中

$$W = \int_V (w_e + w_m)\mathrm{d}V \tag{1-1-8}$$

是包围在体积 V 内电磁场的能量之和，$-\partial W/\partial t$ 是其随时间的变化率的负值。式(1－1－8)右边第一项的物理意义是单位时间内电流流经体积 V 后所消耗的焦耳热，若是绝缘体，则没有电流通过，此项为零；第二项的物理意义是单位时间内从体积 V 中向外流出的能量，即流出封闭曲面 S 的能流。因此式(1－1－8)的物理意义是说明体积 V 内电磁场的能量变化关系：在一封闭曲面 S 内，电磁场能量减少的数值等于在封闭曲面 S 内所消耗的焦耳热和从封闭曲面 S 内流出的电磁能。这就是能量守恒定律在电磁场能量中的具体表达式，因此式(1－1－8)也称为电磁场的能量定理。为此引进一个新的矢量，即**坡印亭矢量** $\boldsymbol{S}$。

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H} \tag{1-1-9}$$

则 $\boldsymbol{S}$ 的物理意义是单位时间内垂直流过单位面积的能量，即光波的**能流密度**。由于电磁场 $\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{H}$ 的大小变化频率在 $10^{12} \sim 10^{14}$ Hz 之间，则能流密度 $\boldsymbol{S}$ 的大小也会随之高速变化。我们通常无法观察到如此的变化速度，一般只能观察到其在某一时间内的平均值，也就是通常所说的**光强**，亦称为**波强**。

1.1.4 波动方程

我们已经讨论了麦克斯韦方程组，但其只给出了电磁场和场源之间的关系，即 $\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{H}$ 和场源之间的相互关系。只有求解出电磁场在不同空间点和不同时间点的变化规律才能正确描述电磁场的传播规律，为此下面我们从麦克斯韦联立方程组出发求解 $\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{H}$ 所满足的方程。由于本书主要讨论的是光波段的电磁波在光学介质中的传播问题，因此，满足 $\rho_0 = 0$，故 $\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 0$ 以及 $\sigma = 0$，因此 $\boldsymbol{j}_0 = 0$。进一步利用麦克斯韦方程组中(1－1－1b)的微分方程和物质方程中(1－1－2c)可得

$$\nabla\times\nabla\times \boldsymbol{E} = -\nabla\times\dot{\boldsymbol{B}} = -\nabla\times(\mu\dot{\boldsymbol{H}})$$

但是

$$\nabla\times\nabla\times \boldsymbol{E} = \nabla(\nabla\cdot \boldsymbol{E}) - \nabla^2\boldsymbol{E} = -\nabla^2\boldsymbol{E}$$

其中

$$\nabla^2 = \Delta = \nabla\cdot\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

再根据麦克斯韦方程组中(1－1－1d)的微分方程和物质方程中的(1－1－2b)可得 $\nabla\times\boldsymbol{H} = \boldsymbol{j}_0 + \dot{\boldsymbol{D}} = \varepsilon\dot{\boldsymbol{E}}$,进一步可计算出

$$\nabla^2\boldsymbol{E} = \mu\varepsilon\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2} \tag{1－1－10}$$

类似的计算有

$$\nabla^2\boldsymbol{H} = \mu\varepsilon\frac{\partial^2\boldsymbol{H}}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{H}}{\partial t^2} \tag{1－1－11}$$

式(1－1－10)和(1－1－11)就是电磁场在远离电磁场源(即 $\rho_0 = 0$ 和 $j_0 = 0$),均匀、稳定媒质中(即 μ 和 ε 均为空间和时间的常数),以及透明媒质中(即 $\sigma = 0$)时所满足的方程,即著名的波动方程。它的物理意义告诉我们:电磁场是以波的形式在空间传播的。

在式(1－1－10)和(1－1－11)中引入新的参量 v ,其是光波在媒质中传播的速度,即

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}} = \frac{c}{n} \tag{1－1－12}$$

其中 $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ 为光波在真空中传播的速度,目前的 c 值被规定为 299 m/s,792 m/s,458 m/s。

而 $n = \sqrt{\mu_r\varepsilon_r}$ 是媒质的折射率。通常的光学透明媒质都是非铁磁媒质, $u_r \approx 1$, $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ 。各种媒质的折射率 n 值可从文献或光学手册中查到,但需要指出的是:大多数光学材料的折射率 n 的值通常都会随光波的频率或真空中的波长的变化而变化,这会表现出介质的色散。

1.2　波动方程的解

按照波动光学的观点,光是极高频的电磁波,可见光的波长范围为 400 ~ 760 nm,频率范围为 3.9×10^{14} ~ 7.5×10^{14} Hz。一般所说的光振动或光扰动是指光波的电场强度 $\boldsymbol{E}$ 与磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 随时间的变化。但光在许多方面表现出来的效应主要是光波电场的作用,如对照相底片的感光、人眼的视觉、光电效应等,所以人们习惯把光波的电场强度矢量 $\boldsymbol{E}$ 称为**光矢量**。一般讨论光波的振动,即可理解为研究光波随时间和

空间变化的电场矢量 $\boldsymbol{E}(x,y,z,t)$ 的函数关系。因此,函数 $\boldsymbol{E}(x,y,z,t)$ 也称为光波的**波函数**。

理论和实验证明自由空间的光波是横波,即光矢量 $\boldsymbol{E}(x,y,z,t)$ 与光波的传播方向垂直,因此要完全描述光波的性质,不仅要知道光波场中任一点、任一时刻光矢量 $\boldsymbol{E}(x,y,z,t)$ 的大小,还必须给出其振动方向。所以光波是一种矢量波,光的偏振现象就证明了光的矢量特性。然而研究表明,在光的干涉、衍射等许多光学现象中,尤其是当光波源发出的是自然光时,我们忽略光波的矢量特性所得到的结果也相当精确地符合实际情况。因此,在研究很多光学现象时,完全可以把光波近似为标量波。在我们的讨论中,只要不特别提出研究光的偏振方向,就自动默认光波为标量波,或默认为光波的振动方向沿某一方向不变。

忽略光波的振动方向后则可从式(1-1-10)直接得到标量波函数 $E(x,y,z,t)=E(r,t)$ 所满足的波动方程,标量波动方程的解释是我们下面重点关注的。

$$\nabla^2 E(r,t)-\frac{1}{\boldsymbol{v}^2}\frac{\partial^2 E(r,t)}{\partial t^2}=0 \tag{1-2-1}$$

上式给出的是一个线性、齐次的二阶偏微分方程。下面我们给出波动方程的两个最简单的解,即平面光波和球面光波的一般函数表达式和最简单的正弦或余弦表达式,即简谐光波的数学表达式。

1.2.1 光波和波函数

1.2.1.1 平面光波

忽略了光波电场振动的矢量特性后,我们来研究光波振动的大小。在任一确定的时刻,光振动状态相同的各点所组成的连续的面称为**波面**。换言之,在一个垂直于光传播方向的波面上,在确定时刻,各点有相同的**波函数** $E(r,t)$ 值。当波面为一平面,且该波面内各点在任一确定的时刻具有相同大小的振动电场时,我们则称该光波为**平面光波**。

图 1-2-1 描述了一个 t 时刻在直角坐标系 $\sum(O,\ x,y,z)$ 中波面法线和传播方向的单位矢量为 $\boldsymbol{l}_k$ 的平面光波。图中 P 为 t 时刻的平面波面, OA 垂直于波面且为坐标原点 O 到波面 P 的距离,波面 P 的传播方向的单位矢量为 $\boldsymbol{l}_k$, B 是 P 上任一点, $\boldsymbol{r}$ 是其位置矢量。如果任意一点 B 的振动状态与 A 点的振动状态相同,则只要 $\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{l}_k=OA$ 即可满足。因此,一个平面光波的波函数可写成

$$E=E(\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{l}_k,t) \tag{1-2-2}$$

式(1-2-2)的物理意义是:光波的振动电场 $E(\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{l}_k,t)$ 在任何确定时刻 t ,在 $\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{l}_k$ 所确定的平面内的各点都有相同的 $E(\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{l}_k,t)$ 。所以只要光矢量的大小随空间变量 $\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{l}_k$ 变化,就可描述一个平面光波,而与函数的具体形式无关。

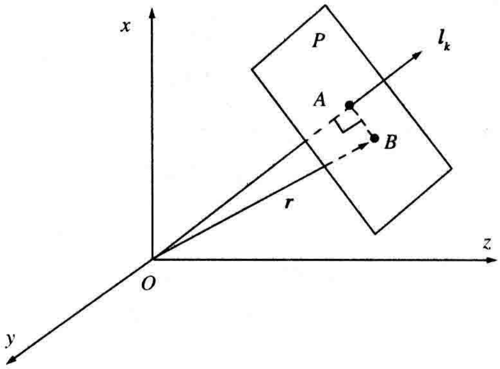

图 1-2-1　在 t 时刻的波面法线和传播方向为 $\boldsymbol{l}_k$ 的平面光波

为了简化计算，可选取坐标系 z 轴的方向与 $\boldsymbol{l}_k$ 的方向相同。则与坐标原点 O 的距离为 z 的平面内的波函数之值可由 $\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{l}_k = z$ 确定。波函数可简化为 $E(z,t)$ ，将其代入标量波动方程(1-2-1)可得

$$\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial^2 z} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial t^2} = 0 \tag{1-2-3}$$

方程(1-2-3)是比较容易求解的。为了求解该波动方程，利用偏微分的性质可以把它改写为

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}\right)E(z,t) = 0 \tag{1-2-4}$$

再做变量代换，令 $p = z - vt$ ，$q = z + vt$ ，则有 $z = \frac{p+q}{2}$ 和 $t = \frac{q-p}{2v}$ 。因此可计算出

$$\frac{\partial}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial p} + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial p} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}\right)$$

和

$$\frac{\partial}{\partial q} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial q} + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial q} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}\right)$$

然后代入式(1-2-4)有

$$\frac{\partial}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial p} + \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial p} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}\right)$$

得到

$$\frac{\partial^2 E(p,q)}{\partial p \partial q} = 0 \tag{1-2-5}$$

将式(1-2-5)先对 q 积分，则有

$$\frac{\partial E(p,q)}{\partial p} = C_1(p)$$

然后再对 p 积分并取积分常数为零，则获得了波动方程第一个平面光波的解，即

$$E_1(p,q)=\int C_1(p)\mathrm{d}p=E_1(p)=E_1(z-vt) \qquad (1-2-6)$$

该平面光波的解 $E_1(z-vt)$ 是一个任意函数,其物理意义是:在一个垂直于 z 轴有确定 z 值的平面内,各点电场在确定时刻保持同一数值,即各点具有相同的振动状态;t 时刻、z 处的电场等于 $t+\Delta t$ 时刻、$z+v\Delta t$ 处的电场,即 $E_1(z-vt)$ 实际上代表了一列以速度 v 沿 z 轴正方向,即向右传播的平面光波。

同理将式(1-2-5)先对 p 积分,则有

$$\frac{\partial E(p,q)}{\partial q}=C_2(q)$$

再对 q 积分并取积分常数为零,则获得了波动方程第二个平面光波的解,即

$$E_2(p,q)=\int C_2(q)dq=E_2(q)=E_2(z+vt) \qquad (1-2-7)$$

该平面光波的解 $E_2(z+vt)$ 同样也是一个任意函数,按照上述的分析方法,不难理解其物理意义是:代表一列以速度 v 沿 z 轴负方向,即向左传播的平面光波。

由于线性、齐次波动方程的特点中隐含了**波的叠加原理**,因此波动方程的两个或多个解的线性叠加之后仍然是该波动方程的解,即 $E_1(z-vt)+E_2(z+vt)$ 也是波动方程(1-2-3)的解。这是因为在我们取积分常数为零时,忽略了光波反向传播的解。

但是我们也应该指出,当两个传播方向相反的平面光波叠加时,如果两平面光波的频率、振幅都相同,叠加之后会形成所谓的驻波。驻波的性质与平面光波是有区别的,其已经失去了行波传播的物理含义。

1.2.1.2 球面光波

接下来让我们继续研究波动方程的另一个简单解:球面光波的解。**球面光波**是指波面为一球面的光波,即该球面光波面内各点在任一确定的时刻具有相同大小的振动电场,我们则称该光波为球面光波。通常光源的大小都要比观察点到光源的距离小很多,当其差一个数量级或更多时可将光源近似看作是点光源。一般认为点光源发出的光波就是球面光波。由于球面光波的波面是球面,因此,其波面相应的球面方程中,波面上的任意一点到光源所在点的距离为常数。为简单描述,我们设光源位于坐标系的原点处。则该球面光波的波函数应该写为

$$E=E(r,t) \qquad (1-2-8)$$

式中,$r=|r|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$。所以有

$$\frac{\partial}{\partial x}=\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial}{\partial r}=\frac{x}{r}\frac{\partial}{\partial r} \text{ 和 } \frac{\partial^2}{\partial x^2}=\left(\frac{1}{r}-\frac{x^2}{r^3}\right)\frac{\partial}{\partial r}+\frac{x^2}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial r^2}$$

同理有

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}=\left(\frac{1}{r}-\frac{y^2}{r^3}\right)\frac{\partial}{\partial r}+\frac{y^2}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial r^2} \text{ 与 } \frac{\partial^2}{\partial z^2}=\left(\frac{1}{r}-\frac{z^2}{r^3}\right)\frac{\partial}{\partial r}+\frac{z^2}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial r^2}$$

则计算可得

$$\nabla^2 = \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \text{ 且 } \nabla^2 E(r,t) = \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}[rE(r,t)]$$

于是波动方程(1－2－1)可改写为

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}[rE(r,t)] - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}[rE(r,t)] = 0$$

上式与式(1－2－3)具有类似的形式。故可直接利用平面光波的解写出两个球面光波的解

$$E_1(r,t) = \frac{E_1(r - vt)}{r} \tag{1-2-9}$$

$$E_2(r,t) = \frac{E_2(r + vt)}{r} \tag{1-2-10}$$

其中 $E_1(r - vt)$ 和 $E_2(r + vt)$ 为任意函数。式(1－2－9)表示从坐标原点，即光源向外发散的球面光波；而(1－2－10)式则代表向原点，即虚光源会聚的球面光波。这同时也说明球面光波振幅随 r 成反比地衰减。而理想平面光波的振幅是一常数，不随距离 r 变化。实际上，不衰减的振动是不存在的。通常可把离开光源足够远的球面光波近似当作平面光波来处理。

1.2.1.3　简谐光波

下面我们给出描述光波振动的波函数之具体形式。描述光波的最简单、最基本、最常用的数学形式是**简谐光波**，即正弦或余弦光波的数学表达式。所谓简谐光波是指空间每点的振动是时间变量的简谐函数的波。其数学表达式为

$$E(r,t) = a(r)\cos[\omega t + \varphi(r) + \delta_0]$$

上式表示的是一个单色光波。其中，$\omega = 2\pi\nu$ 是光波振动的角频率或圆频率，常量 ν 表示光波振动的频率；$a(r)$ 表示空间 r 处的振幅；$\omega t + \varphi(r) + \delta_0$ 统称为光波振动的相位，它的每一个值表示了光波振动的一种状态，$\varphi(r) + \delta_0$ 表示光波的时间初相位或空间相位，即 $t = 0$ 时刻的空间相位，δ_0 为与时间、空间都无关的常数相位，也称为初始相位。

如果能确定光场中的不同点的振幅 $a(r)$ 和空间相位 $\varphi(r) + \delta_0$ 的分布，则可确定光波的振动状态。一般前者反映了光强，后者反映了光振动状态发生的先后。

对于式(1－2－6)描述的平面光波也可用余弦函数描述

$$E(r,t) = E_0\cos[\omega(t - \boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{l}_k/v) + \delta_0] \tag{1-2-11}$$

式(1－2－11)描述的平面光波的特点是振幅 E_0 为常量，单色平面光波的时间周期是 $T = 2\pi/\omega$，空间周期为 λ。由于余弦函数的周期是 2π，所以光波在空间传播时，在任一确定时刻，从位置 $\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{l}_k$ 到 $\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{l}_k + \lambda$，式(1－2－11)中的值不变。故有 $\omega\lambda/v = 2\pi$，$\lambda = vT$，在真空中有波长 $\lambda_0 = cT = n\lambda$，这说明真空中的波长 λ_0 是介质中的波长 λ 的 n 倍。