

数 学 教 师 教 育 丛 书

温建红 编著

数学合作学习 案例研究



SHUXUE HEZUO XUEXI ANLI YANJIU



中国科学技术出版社
CHINA SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

数学教师教育丛书

数学合作学习案例研究

温建红 编著

中国科学技术出版社

· 北 京 ·

图书在版编目(CIP)数据

数学合作学习案例研究 / 温建红编著. —北京: 中国
科学技术出版社, 2016. 10

(数学教师教育丛书)

ISBN 978-7-5046-7253-7

I. ①数… II. ①温… III. ①数学课-教学研究-中
小学 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 237447 号

策划编辑 王晓义
责任编辑 王晓义 孙红霞
封面设计 孙雪骊
责任校对 杨京华
责任印制 徐 飞

出 版 中国科学技术出版社
发 行 中国科学技术出版社发行部
地 址 北京市海淀区中关村南大街 16 号
邮 编 100081
发行电话 010-62173865
传 真 010-62179148
投稿电话 010-63581202
网 址 <http://www.cspbooks.com.cn>

开 本 787mm × 1092mm 1/16
字 数 160 千字
印 张 12.5
版 次 2016 年 12 月第 1 版
印 次 2016 年 12 月第 1 次印刷
印 刷 北京京华虎彩印刷有限公司

书 号 ISBN 978-7-5046-7253-7/G · 730
定 价 39.00 元

(凡购买本社图书, 如有缺页、倒页、脱页者, 本社发行部负责调换)

《数学教师教育丛书》

编 委 会

吕世虎	张定强	温建红	李保臻
焦彩珍	陈 婷	高维宗	谢立亚
贾国涛	张炳意	魏公江	

前 言

21 世纪是一个以知识化、信息化、学习化为特征的时代。科学技术迅猛发展，国际竞争日趋激烈，人们的社会分工不断细化，个人或企业要想在竞争中立于不败之地，靠个人的单兵作战将很难实现。美国哈佛大学心理学教授乔治·赫瓦斯博士把“与同事真诚合作”列为成功的九大要素之一，而把“言行孤僻，不善与人合作”列为失败的九大要素之首。人们越来越深刻地认识到：合作意识，团队精神已成为人们能否取得成功的关键，合作与交往技能的高低成为制约个体发展与事业成功的重要因素。毫无疑问，在全球化、多样化的趋势下，合作将成为未来人类健康生活方式的重要支点。

国际 21 世纪教育委员会在向联合国教科文组织提交的报告中，把“学会学习，学会劳作，学会与他人共同生活，学会生存”列为 21 世纪四大教育支柱^①，在世界各国教育界引起了强烈反响，交流与合作是“学会与他人共同生活”的基本条件，是个体综合素质中不可或缺的一种交往技能。这也意味着在未来学校教育工作中，不应只关注教给学习者多少知识，还要让学生学会获取知识的方法，掌握生存的本领，塑造具有健全人格和适合未来发展需要的、综合素质较高的创新型人才。

在我国中小学，长期以来由于受升学等多方面的影响，使得学习更多地强调竞争，致使合作学习没有受到足够重视。学校仿佛是一个无形的竞技场，班级与班级之间，班内同学之间，都充斥着浓浓的竞争味。有些学生甚至视别人的成功就是自己的失败，在这样一种竞争的氛围中，学生没有开阔的视野，更多的是与之相应的利己行为。表现在生活中，没有与人合作的意识，缺少与别人相处与交往的基本技

^① 国际 21 世纪教育委员会：教育——财富蕴藏其中 [M]，联合国教科文组织总部中文科，译，北京：教育科学出版社，1996。

能,这种状况与我们所处的需要合作意识和社交技能的信息时代很不合拍。^①

数学学科作为基础教育中的主干学科,长期以来,教学方式较为单一,重教师讲授,轻学生探究;重独立学习,轻合作交流;重演绎推理,轻合情推理,总体以接受学习和强化训练为主,对于学生合作精神和创造能力的培养重视不够。调查表明,学生通过查阅资料,集体讨论为主的学习活动很少,90%的初中生和80%的小学生“没有”或很少经历这样的学习方式;在教师主导的讲授下,学生也很少有机会或时间在课堂上提出问题或发表意见;对于教师提出的问题,一半左右的学生认为自己想回答,但担心答错,受到批评;上课根本不想回答问题的学生人数随年级的升高而增长。这些现象从侧面反映出,在数学教与学的过程中,学生没有处于积极主动的学习状态,这样的教学很难培养学生的独立性与创造意识。^②随着终身学习,信息化时代的到来,在数学教育教学中,如何转变教师的教学观念,改进学生的学习方式,这一重要的任务已迫在眉睫。

新世纪之初,我国基础教育新课程改革拉开了帷幕,与以往任何一次课程改革不同,本次课程改革不是在教学内容或教材上的加加减减,而是包括培养目标、课程结构、课程管理制度、课程实施与教学、教材、课程资源开发、评价体系等全方位的改革。转变教师的教学方式和学习方式是本次课程改革的重要目标,合作学习受到了前所未有的关注和大力倡导。《全日制义务教育数学课程标准(2011年版)》指出:“教学活动是师生积极参与、交往互动、共同发展的过程。有效的教学活动是学生学与教师教的统一,学生是学习的主体,教师是学习的组织者、引导者与合作者。学生学习应当是一个生动活泼的、主动和富有个性的过程。认真听讲、积极思考、动手实践,自主探索、合作交流等,都是学生学习数学的重要方式。在此过程中,教师要发挥主导作用,处理好讲授与学生自主学习的关系,引导学生独立思考、

① 王坦. 中小学教育值得研究的几个问题 [N]. 中国教育报, 1993-11-11.

② 刘坚, 孙晓天. 全日制义务教育数学课程标准(实验稿)解读 [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2002.

主动探索、合作交流,使学生理解和掌握基本的数学知识与技能,体会和运用数学思想方法,获得基本的数学活动经验。^①可以看出,数学新课程不仅对教师在教学中的地位 and 角色提出了新的要求,同时,倡导学生要有多元化的学习方式。

作为教育任务的数学,其担负的使命是多方面的,数学教学除了培养学生的解题能力外,还要使学生能用数学的眼光、数学的思想和数学的方法去观察世界和解决实际问题,在此过程中培养学生的理性精神、合作精神、创造能力。著名数学教育家斯托利亚尔指出:“数学教学是数学活动的教学”,合作学习给学生提供了数学活动的空间,讨论能够提高学生单位时间发表意见的机会,发展学生的思维能力和表达能力。在合作学习中,学生通过交流与分享,把一个时空有限的课堂变成了人人参与、个个思考、相互研讨的无限空间,从心理上保证了学生愿意参与的可能,从时空上保证了学生能参与的条件,使学生因原有认知特点、经验水平不同而造成对数学理解的差异,经过小组讨论变得丰富和全面,达到相互启迪思维的作用。

尽管合作学习对学生的数学学习有很多好处,但在教学实践中,仍有相当多的教师对合作学习理论认识不清,有的教师认为几个人合作完成一道数学题就是合作学习,也有的教师认为几个学生围坐在一起讨论就是合作学习。有相当多的教师不了解合作学习的价值,担心组织合作学习影响学习成绩,因此不愿组织合作学习。^②而对于尝试组织合作学习的教师而言,在操作上也常常面临很多问题。不清楚什么内容适合合作学习?组织数学合作学习需要什么条件?不知道如何科学合理的分组?在合作学习过程中,教师对自己角色定位不清,组织实施策略欠缺,评价手段不足,合作学习的有效性有待提高。

本书是全国教育科学“十二五”规划2011年度教育部重点课题“新课程改革背景下数学合作学习典型案例研究”(课题编号:GIA117013)的研究成果。研究旨在探讨数学合作学习理论的基础上,

① 中华人民共和国教育部. 全日制义务教育数学课程标准(2011年版)[M]. 北京:北京师范大学出版社, 2012.

② 梁华丽. 农村初中数学合作学习现状调查研究[D]. 兰州:西北师范大学, 2013.

通过对数学合作学习典型案例的分析，提高教师对数学合作学习特点的认识，掌握数学合作学习有效组织与实施的策略，提高数学合作学习的有效性。

本书由五章内容构成，可分为两个部分。第一部分是数学合作学习理论研究。第一章为数学合作学习概述，首先论述了合作学习的内涵及特点。其次，从建构主义视野分析了数学合作学习的价值。最后，对适合合作学习的数学内容特征进行了分析；第二章讨论数学合作学习的组织与实施，主要对数学合作学习实施过程中小组的建立、实施的策略、评价等问题做了分析讨论。第二部分是数学合作学习案例研究，分别就小学、初中和高中数学合作学习案例展开研究。在案例研究中，每章都有五个不同类型的数学合作学习案例，每个案例都由背景、教学设计和反思与点评三部分构成。

本书对数学合作学习从教学理论到教学实践进行了较为全面的研究。书中关于数学合作学习的理论探讨尽管还不够深刻，但它是笔者多年来对数学合作学习的思考，希望能与各位专家同仁分享，并批评指正，同时也希望能给数学教师实施合作学习有一定的帮助和指导。另外，书中提供了一些不同学段、不同类型的数学合作学习案例，这些案例虽然在合作学习实施方面做得还不是十分完美，但却是一线数学教师对合作学习教学方式的勇敢尝试和真实记录。书中将这些案例真实地呈现出来，希望能为读者提供具体的教学情境，进而引发读者对数学合作学习设计、实施和评价等多方面的思考。同时，这些案例对于一线的数学教师也具有一定的借鉴和参考价值，希望能引导其在数学教学中尝试并有效实施合作学习。

目 录

绪 论	1
-----------	---

第一部分 数学合作学习的理论

第一章 数学合作学习概述	9
第一节 合作学习的内涵及特点	9
第二节 建构主义视野下的数学合作学习	13
第三节 适合合作学习数学内容特征分析	21
第二章 数学合作学习的组织与实施	36
第一节 数学合作学习小组的建立	36
第二节 数学合作学习有效实施的策略	44
第三节 数学合作学习的评价	54
第一部分 小结	60

第二部分 数学合作学习案例研究

第三章 小学数学合作学习案例研究	63
第一节 秒的认识	63
第二节 方程的意义	71
第三节 包装的学问	80
第四节 自行车里的数学	87
第五节 邮票中的数学问题	93
第四章 初中数学合作学习案例研究	101
第一节 探索三角形全等的条件	101
第二节 用正多边形拼地板	107
第三节 不等式的基本性质	118
第四节 课题学习——选择方案	123
第五节 利用相似三角形测高	132

第五章 高中数学合作学习案例研究	139
第一节 直线与平面垂直的判定	139
第二节 变量间的相关关系	146
第三节 曲边梯形的面积	155
第四节 无盖长方体盒子的制作	166
第五节 “解三角形” 实习作业	179
第二部分 小结	185
参考文献	186
后 记	189

绪 论

新一轮课程改革给学校的各个方面带来了冲击，一方面，广大教师非常认同新课程提出的理念，另一方面，随着新课程在各个学科实施的深入，特别是进入课堂教学层面，教师又面临很多困惑与问题。在调研中发现，合作学习作为新课程倡导的重要学习方式，逐渐被广大教师认识和运用。在数学课堂上的确也出现了一些变化，很多教师在教学中尝试组织合作学习，有的教室座位排列出现了多种形式，有的建立了“互帮互学”小组，有的在课堂中间经常穿插讨论与交流，有的还把合作学习与其他新的教学模式相结合。应该说，这些变化是令人欣慰的，合作学习已从理念走进了课堂，在课堂实践中不断探索。同时，在看到积极性的一面时，也发现数学合作学习在实施过程中还存在相当多的问题，只有正视这些问题，才能更有效地实施合作学习。

一、小组活动流于形式且缺乏实质性合作

在一些学校调研、听课过程中发现，在数学新课程中开展合作学习时，以下现象比较普遍：

(1) 许多教师以为，只要改变学生座位，将课桌椅摆成一定的合作学习形式（如马蹄形、丁字形、波浪形等）就是合作学习。

(2) 不管数学内容的难易，也不管有无合作学习的必要，便盲目、勉强合作，似乎不让学生合作，就没有贯彻新数学课程的理念。

(3) 合作草草了事，学生还没得出结果便终止合作。场面热闹，学习效果一般。

(4) 为了完成上课进度，教师不是给学生耐心地指导，而是不断地催促学生，整个课堂叫学生紧张得喘不过气来，手忙脚乱。

这是在一节小学数学课上看到的场景：教师一声令下，“下面我们开始合作学习”。立刻，下面一片叽叽喳喳声，说得很热闹，此时的教

师便在过道里随意走动,由于问题简单,有些学生已很快得到了结果,无所事事,教师却视而不见,还在等待学生的“合作”;有些学生正讨论的兴起,还不到几分钟,教师也不管他们合作学习是否已完成,是否取得共识,便戛然终止。学生的汇报和展示往往也是虎头蛇尾,对个别学生“非常规”的回答,有些教师要么不予理睬,要么不予正面的解释,自己便迫不及待地开始讲解。像这样的合作学习更多的的是一个形式,有时是为合作而合作,与教师讲授没多大区别。而加上这个环节,只是想说明,自己在运用新课程倡导的合作学习。在这种热热闹闹的“合作”下面,学生没有有效的互动、积极的交流,合作讨论也没结果,学习效果并不理想。

在数学合作学习中,分组是组织形式,与具体数学内容结合才是关键。在具体实施过程中,教师首先要分析学习内容,看是否真正需要合作学习。如果运用合作学习确实有助于本部分数学内容的学习,有助于学生合作技能的发展,那么就要精心设计,这样的合作学习就会有效。其次,还要分析学生是否具备合作学习的一些条件,如组内的互赖、合作技能、自评能力怎么样。最后,还要考虑自己准备是否充分。当学生对学习任务不清楚、没有良好的合作技能,教师不观察、不指导情况下,学生即使是在小组中,也可能是“各自为政”。在单独解决问题后,便以为完成了任务,不是与同学交流各自的做法或结果,而是开始互相谈论一些与学习无关的事情,甚至互相打闹。即便是为培养学生的合作意识、合作精神和社交技能,也应在学习数学知识的过程中进行,决不可为了所谓合作技能的提高而忽略了数学知识的学习和掌握,使得数学学习没有结果,这就偏离了数学合作学习的宗旨,应尽可能地避免。

合作学习一个非常关键的因素就是要求学生之间积极互动,通过合作与交流,面对面地促进数学知识的学习,这种合作才是真实的,有实质意义。即小组有共同的数学学习任务,相互依赖地去学习数学知识,解决数学问题。有些问题太简单,根本没有合作的必要,学生很容易就掌握了,却还让学生多次合作,这只能是浪费时间,学生只好勉强应付。实际上,这时的合作、讨论早已偏离了主题,反而给闲

聊提供了一个良好的环境。长期下去,只能导致学生对这种学习方式的厌倦。这样不仅浪费了学生的时间,而且对学生数学思维的养成是极其不利的。

小组是合作学习的基本形式,但如果仅仅以为围坐在一起就是合作学习,把分小组形式与合作学习划等号,而没有真正的合作,那将是对合作学习最大的误解,只能使合作学习流于形式。

二、个体责任扩散且“搭车”现象时有发生

在组织数学合作学习时,很多教师只关注小组活动的结果,并不在乎小组活动的过程。这就导致一些自觉性差的学生如“南郭先生”搭上小组的车逃避学习责任,个别“小学霸”代替整个小组完成学习任务,主导课堂。

在这种“小学霸”主导、不自觉者“搭车”的合作学习下,极易容易掩盖学生的思维困惑和学习困难。学生的数学能力、思维非但没有发展,还无意中剥夺了学生自主学习、自我感悟、独立探究的机会。如果那些自觉性差的学生经常游离于小组活动之外,那么这种学生参与上的不平衡,将导致严重的两级分化。如果这样,就与教师希望通过合作学习,让优秀的学生带动或帮助学困生进步的初衷截然相反。

在许多课堂的合作学习小组中,我们常常会观察到这样的现象:有个别学生在认真完成教师布置的学习任务,有的学生在小组中无所事事,或者干着与学习活动无关的事。从访谈发现,与原来讲授式相比,这些学生很喜欢合作学习,但参与的积极性不高。因为他们知道,只要小组中有一个人完成学习任务,他就可以代表整个小组顺利过关。在这种情况下,即使小组中只有一个人认真完成任务,其他组员不参与也没关系。对这些不参与的学生来说,在独立完成学习任务时不认真就很容易暴露,而在小组的掩护下,他们反倒可以安全地逃避学习责任。^① 如果教师在教学中只关注到每个小组中的

^① 曾琦. 合作学习的基本要素 [J]. 教育学报, 2000 (6): 7—12.

“小学霸”，那很容易被这几个闪亮的“光环”所误导，以为大家都学得不错。逐渐地，那些反应慢、积极性不高的学生就可能被教师遗忘，导致在小组中不思考、不参与。没有每一个个体的认真思考和积极参与的合作学习犹如无源之水，也与合作学习倡导的多向互动、人人进步的理念格格不入。

合作学习的特点决定了它与传统的学习方式的不同之处，就在于强调小组整体。这时，教师把关注的目光更多地投向了小组，给予个体的就相对少一些，而个体责任更多地要靠小组集体的力量去约束。当教师把学习任务分给小组后，也使得相当多的学生感到自己没有多少责任。这种个体责任的相对扩散，必然导致学习可能变成组内个别别人的事情，尤其对那些养成习惯差的学生有了可乘之机，想顺便“搭车”，蒙混过关。学生参与上的不平衡若不被重视，就会使学生的分化更加严重，使那些学习基础不好、不积极参与的学生感到自卑，甚至被教师遗忘，整个课堂成为几个“小学霸”的天下，而他们也会因为长期代替大家去完成小组任务而怨声载道，逐渐使得合作学习无法长久维持。

三、学生社交技能欠缺且合作效率低下

合作学习的一个基本假设是学生坐在一起，自然能顺利而有效地展开合作。在一些课堂我们看到，在合作学习开展之前，许多教师并未对学生在组内应如何有效地与别人展开合作和一些常用的社交技能进行指导或训练，以为这与数学学习和教学没有多少关系。

在一节小学数学课上。教师让学生利用桌面上的物体（牙膏盒，茶叶罐，乒乓球等）两人合作拼物体。教师话音刚落，学生一窝蜂似地混抢桌上的物体。有些学生抢了一堆，抢到的也不同旁边人合作，而是一个人开始摆弄。有人喊叫自己拼出了一辆坦克，还有的学生连一个拼的物体都没有。再看看，有人正拿乒乓球在地上弹来弹去，有人在桌面上滚茶叶罐，整个课堂好不热闹。像这样，学生没有良好的合作习惯和合作技能，教师若没有对合作学习提出一些具体要求，其学习效果可想而知。

一个组除了有极个别组织能力、合作技能较强的学生外,大多数学生由于社交技能欠缺,不知道该如何与别人合作。当别人在说一个问题时,他没有倾听的习惯;对别人的想法不知道该如何有礼有节地评论或发问;自己也不知道该如何发表自己的观点;如何补充,更不知该如何归纳总结出本组的想法与思路;遇到较复杂的问题,不知道该如何把任务切块分工,最后把每个人的成果让大家分享。与本组同学合作交流尚且如此困难,与别组的同学进行交流,难度就更大了。社交技能的欠缺,很大程度上制约了合作学习有效而顺利的开展。

四、教师对自己角色转变认识不清且指导作用没有跟上

数学新课程的实施,教师起着核心作用。教师观念的更新,自身素质的提高,直接与合作学习的实效性密切相关。合作学习除强调“生生互动”外,对“师生互动”提出了更高的要求。在学生合作学习时,教师要认真观察每组的学习情况,随时等待学生的咨询,并与他们一道合作解决问题。当看到有些组的合作出现问题或停滞时,教师要及时给予指导和促进,让每个组都能进行有效的合作学习。可是,有些教师仅把合作学习当作传统讲授教学的一个点缀,不用时感到没有体现新课程的理念,用时也随心所欲,准备不充分。在数学新课程实施中,有些教师对自己在组织合作学习时应扮演什么样的角色认识不清。具体表现在:

(1) 对合作学习的价值没有真正从内心接受,即使组织学生合作学习,也是表面应付。

(2) 组织者、引导者、合作者的作用发挥不佳,往往越位,在学生没有主动探究之前,过早给予铺垫,过早给出问题的解答。

(3) 群体合作意识不强,无法达成专业之间的合作与互助。

(4) 不能根据学生实际和教学内容恰当地提出问题,对所学内容是否真正需要合作学习没有深入思考。

(5) 不能准确把握合作学习时间,达不到应有的讨论效果。

(6) 重复不变的讨论形式和人员分工,降低了学生参与讨论的积

极性，使有的合作讨论完全失去意义。^①

五、大班额分组困难且课堂过于喧哗混乱

由于客观原因，我国中小学班额都比较大，人数在 60 左右的班级比较普遍，这就给教师的分组教学带来相当大的难度。若以 6 人为一组，也要 10 组左右，这给教师对小组的全面监控带来了难度。从课堂观察看，当小组很多时，有的小组在课堂中的活动就会超出教师的组织和调控范围，这些小组合作不当或合作的破裂不能及时得到教师的指导和帮助；个别学生在合作中显露出抵制情绪和封闭倾向，教师很难时常对其给予关注，从而使这部分学生感受不到合作的乐趣，无法养成合作学习的习惯；有些组完成任务后无所事事，有些组仍在争吵中没有进展。这种课堂上的混乱局面，使得教师常常不得不终止合作学习，先维持纪律，再来组织学习。如在听完一节观摩课后，对学生访谈时发现，教师为了保证上课的“效果”，只让一部分学生到观摩的教室参与小组合作学习，另一部分同学留在原来的教室。这种做法显然与合作学习追求人人进步的精神背道而驰，若长期这样，势必会引起一些家长和学生的不满。

六、评价体系没有跟上且小组合作名存实亡

合作学习强调以小组团体评价为主的评价体系，只有在这种评价下，才能不断增强合作学习小组的凝聚力，在相互依赖中促进合作，使每个组员向共同的目标迈进。然而，许多教师尽管在开展合作学习，但仍沿用传统的针对个人的评价模式，这必然削弱合作学习强调小组团体的特征，使得合作学习被淡化，流于形式。另外，即便有对小组的评价，教师也更多的强调学习结果，对于学生合作意识、合作技能、合作过程的评价则很少。正是不健全的评价体系，常常导致有的小组合作学习名存实亡，教学实效性不强。

^① 吕世虎，等．西北地区基础教育新课程实验跟踪研究 [M]．北京：中国人事出版社，2002：358—359．

第一部分

数学合作学习的理论

合作学习是新课程新倡导的重要学习方式之一，教师唯有掌握了合作学习的有关理论，才能准确理解合作学习的精神实质，在教学实践中有效组织合作学习。本部分首先对合作学习的内涵及特点进行解析，并从建构主义出发，探讨数学合作学习的价值，同时，重点对适合合作学习的数学内容特征进行分析，以便教师能根据实际教学内容，选择恰当的教学方式。其次，结合对一些学校的跟踪调研和课堂观察，在数学合作学习的组织与实施方面，总结了几种常见的组建小组的方法，提出数学合作学习有效实施的策略和评价方法。