

高等学校教材

大学物理 简明教程（下册）

主编 李国臣 李淑青

高等教育出版社

高等学校教材

大学物理 简明教程（下册）

Daxue Wuli Jianming Jiaocheng

主 编 李国臣 李淑青
副主编 任全年 景银兰

内容提要

本书根据《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010年版)编写而成,内容简明,重点突出,分为上、下两册,共14章。上册包括力学、振动与波动、热力学基础,下册包括电磁学、光学、量子物理简介。

本书为应用型工科院校而编写,全书突出应用并与生活及生产实践紧密结合。在每章的习题中提供了物理知识应用题,旨在学以致用,知行合一。

本书适合112课时的教学,也可用于少课时教学,可作为工科类本科院校非物理类专业的教材。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理简明教程.下册 / 李国臣,李淑青主编

.--北京:高等教育出版社,2016.4

ISBN 978-7-04-044244-1

I. ①大… II. ①李… ②李… III. ①物理学-高等学校-教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 271607 号

策划编辑 张海雁
插图绘制 杜晓丹

责任编辑 张海雁
责任校对 吕红颖

封面设计 赵阳
责任印制 刘思涵

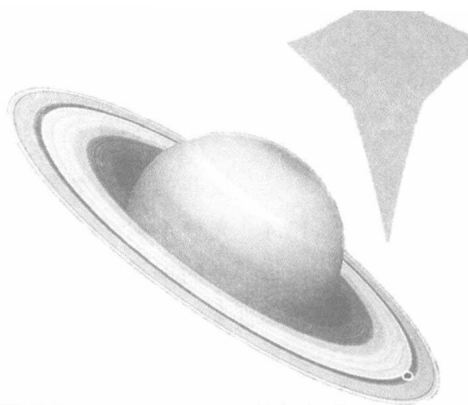
版式设计 马云

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印 刷 山东省高唐印刷有限责任公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 12.25
字 数 290千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
版 次 2016年4月第1版
印 次 2016年4月第1次印刷
定 价 22.60元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 44244-00

目 录



第 8 章 静电场 1

- 8.1 电荷 库仑定律 3
- 8.2 电场 电场强度 6
- 8.3 电场强度通量 高斯定理 11
- 8.4 静电场的环路定理 电势 15
- 本章小结 21
- 习题 22

第 9 章 静电场中导体和电介质 29

- 9.1 静电场中的导体 31
- 9.2 静电场中的电介质 35
- 9.3 电容 电容器 40
- 9.4 静电场的能量 43
- 本章小结 46
- 习题 46

第 10 章 恒定磁场 53

- * 10.1 恒定电流 电动势 55
- 10.2 磁场 磁感应强度 57
- 10.3 毕奥-萨伐尔定律及其应用 59
- 10.4 磁场中的高斯定理 63
- 10.5 安培环路定理及其应用 65
- 10.6 带电粒子在磁场中的运动 69
- 10.7 磁场对电流的作用 73
- 10.8 磁介质中的高斯定理和安培环路定理 76

本章小结 80

习题 81

第 11 章 电磁感应与电磁场 89

- 11.1 电磁感应定律 91
- 11.2 动生电动势与感生电动势 94
- 11.3 自感 互感 100
- 11.4 磁场的能量 104
- 11.5 麦克斯韦电磁场理论 106
- 本章小结 110
- 习题 111

第 12 章 光的干涉 117

- * 12.1 几何光学重要定律 119
- 12.2 相干光 光程 123
- 12.3 杨氏双缝干涉 125
- 12.4 光的薄膜干涉 128
- 12.5 牛顿环干涉和迈克耳孙干涉 131
- 本章小结 134
- 习题 134

第 13 章 光的衍射与偏振 139

- 13.1 衍射现象 惠更斯-菲涅耳原理 141
- 13.2 单缝的夫琅禾费衍射 142
- 13.3 圆孔的夫琅禾费衍射 光学

II 目录

仪器的分辨本领	145	14.3 康普顿效应	169
13.4 光栅衍射	147	14.4 氢原子的玻尔理论	171
13.5 光的偏振	150	14.5 德布罗意波 实物粒子 的二象性	177
本章小结	155	14.6 不确定关系	180
习题	156	本章小结	182
第 14 章 量子物理简介	161	习题	185
14.1 黑体辐射 普朗克能量子 假设	163	习题参考答案	188
14.2 光电效应 光的波粒二象性 ...	165	参考文献	189

第8章 静电场

人们对电荷的认识最早是从摩擦起电现象和雷电现象开始的,例如中国古书上曾有“虎珀拾芥”的记载;又如雷雨天站在野外的人头发有时会竖起来.实验指出,橡胶棒和毛皮摩擦或玻璃棒和丝绸摩擦后对轻微物体都有吸引作用,这种现象称为带电现象,或者说带有了电荷.进一步实验发现,橡胶棒和玻璃棒所带的电荷属于不同种类,美国物理学家富兰克林首先以正电荷、负电荷的名称来区分这两种电荷.进一步发现,自然界中只存在这两种电荷,同种电荷相互排斥,异种电荷相互吸引.

静电现象在现代生活中应用到了各个方面,诸如静电除尘器、静电分离机(提纯工业原料)、静电感应卸料器、静电复



印印刷技术、静电喷涂、静电纺纱、静电植绒;在高新技术领域也得到一些应用,主要有静电火箭发动机、静电轴承、电陀螺仪(又称电浮陀螺)、静电透镜等。

一般来说,运动带电体会同时激发电场和磁场。相对于观察者静止的带电体在其周围只激发电场,而无磁场,这个电场称为静电场。静电场概念是研究电磁学的基础,是本章讨论的内容。

本章的主要内容有:静电场的基本定律——库仑定律,静电场的基本定理——高斯定理和环路定理,描述静电场的两个基本物理量——电场强度和电势。

8.1 电荷 库仑定律

物体所带电荷的多少称为电荷量,用符号 Q 或 q 表示.在国际单位制中,电荷量的单位名称是库仑,符号为 C.正电荷的电荷量取正值,负电荷的电荷量取负值.同种电荷互相排斥,异种电荷互相吸引.图 8-1-1 所示的验电器就是一种检测电荷的仪器.验电器的外壳上绝缘地安装着一根金属杆,杆的上端有一金属球,下端有一对悬挂着的金属箔.因为“同种电荷互相排斥”,所以金属箔如果带电,就会张开;且所带的电荷量越多,张角就会越大.

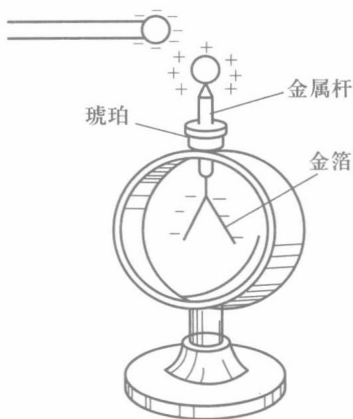


图 8-1-1 验电器

一、电荷的量子化

1897 年英国物理学家汤姆孙发现了电子.1913 年,密立根用油滴法验证了微小粒子所带的电荷量是不连续的,只能是某个元电荷 e 的整数倍,这就是说粒子的电荷是量子化的.迄今所知,电子电荷是自然界存在的最小负电荷,质子电荷是最小正电荷,它们的量值就是元电荷的量值 e ,2010 年的推荐值为

$$e = 1.602\,176\,565 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (8.1.1)$$

式中,C(库仑)是电荷量的单位.

这种只能取分立的、不连续量值且电荷量总是元电荷的整数倍的性质,称为**电荷的量子化**.电荷量子化是自然界的一个基本规律.

尽管在 1964 年美国的盖尔曼和兹维格提出了夸克模型,并认为质子和中子等强子都是由分别具有 $\pm\frac{1}{3}e$ 和 $\pm\frac{2}{3}e$ 电荷量的夸克组成的,但是这并不破坏电荷量子化规律.况且,由于夸克禁闭,迄今还没有在实验上发现处于自由状态的夸克.

由于电子的电荷量很小,而一般的带电现象中电荷量的变化都涉及大量电子的迁移,在宏观上我们近似认为电荷量是连续变化的.需要阐明某些宏观现象的微观本质时,才要从电荷的量子性出发.

二、电荷守恒定律

大量实验表明:在一个孤立系统当中,无论发生怎样的物理过程,系统内的正负电荷代数和保持不变,这就是**电荷守恒定律**.系统内电荷不会创生也不会消失,只能从一个物体转移到另一个物体上,或从物体的一部分转移到另一部分.摩擦起电、接触起电、感应起电等起电方法的本质都相同,它的根本原因与物体的电结构有关,是由物体电荷的迁移和重新分配

引起的.而当带有等量异种电荷的物体相互接触时,表现为对外的电效应相互抵消,好像不带电一样,这种现象称为**电的中和现象**.

带电粒子的电荷量与其运动状态无关,即在不同的参考系中测量同一带电粒子的电荷量结果均相同.电荷的这一特性称为**电荷的相对论不变性**.

三、库仑定律与叠加原理

带电体之间的相互作用是十分复杂的,人们对它的认识长期停留在定性的阶段.两个静止电荷之间的相互作用力叫做**静电力**.实验表明,两个带电体之间的静电力不仅与两者所带的电荷量有关,还与它们的相对位置、电荷分布及周围介质的性质有关.在这里,我们只讨论真空中静止的点电荷之间的相互作用力.所谓的**点电荷**是法国科学家库仑于 1785 年首先提出的理想模型,指的是当带电体的几何线度远小于带电体之间的距离时,带电体的大小、形状以及电荷在带电体上的分布对它们之间的静电力影响非常小,可以忽略不计,这种带电体就可以看成点电荷.带电体被简化成点电荷后,可以用一个几何点标记它的位置.点电荷是一个相对的概念,至于带电体的线度比涉及的距离小多少时才能被当做点电荷,这还要依据问题所要求的精度而定.在宏观意义上谈论电子、质子等带电粒子时,完全可以把它们视为点电荷.

法国物理学家库仑用扭秤实验研究了两个点电荷之间的相互作用力的规律.1785 年他发表了实验结论,就是**库仑定律**,内容为:真空中两个静止的点电荷之间的相互作用力 F 的大小与两个电荷所带的电荷量成正比,与它们之间的距离 r 的二次方成反比,作用力 F 的方向沿它们的连线方向,同种电荷相斥,异种电荷相吸.如图 8-1-2 所示,电荷 q_1 受到电荷 q_2 的作用力为

$$\boldsymbol{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \boldsymbol{e}_r \quad (8.1.2)$$

式中, q_1 、 q_2 分别表示两个点电荷的电荷量(带有正、负号); r 为两电荷之间的距离; $\boldsymbol{e}_r$ 表示一单位矢量,由施力物体指向受力物体; k 为比例常量,其值取决于式中各物理量所选取的单位.

在国际单位制中,电荷量的单位是库仑(C),长度的单位是米(m),力的单位是牛顿(N),实验测定比例常量 k 的数值为

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (8.1.3)$$

式中,常量 ϵ_0 叫做**真空电容率**,又称**真空介电常量**,2010 年的推荐值为

$$\epsilon_0 = 8.854\,187\,817 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \quad (8.1.4)$$

于是,库仑定律的形式可以写成

$$\boldsymbol{F}_{21} = -\boldsymbol{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \boldsymbol{e}_r \quad (8.1.5)$$

式中,引入 4π 因子的做法,称为单位制的有理化.库仑定律是一个实验定律,经过精密仪器测定,在小到 10^{-17} m 、大到 10^7 m 的范围内都是精确成立的.点电荷放在空气中时,其相互作用的电场力和真空中的相差极小,库仑定律对空气中的点电荷也是成立的.

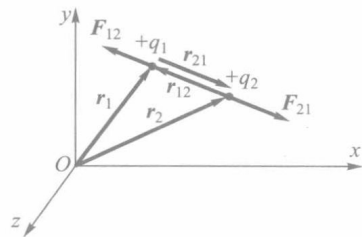


图 8-1-2 库仑定律

库仑定律只讨论了两个静止的点电荷间的相互作用力,当两个以上的静止电荷之间相互作用时,就必须补充另一个实验事实:两个点电荷之间的作用力并不因第三个电荷的存在而有所改变。

若有 n 个点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 组成的电荷系,以 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 分别表示它们单独存在时对另一电荷 q 的作用力,则由电场力的叠加性可知, q 受到的总的电场力应为

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_i}{r_i^2} \mathbf{e}_{ri} \quad (8.1.6)$$

式中,在所有电荷都静止的情况下, $\mathbf{F}_i$ 都可以用库仑定律进行计算,这称为**电场力的叠加原理**。

电荷连续分布的带电体对点电荷 q_0 的作用力也可以根据库仑定律和叠加原理进行求解。将带电体分割成无限多个电荷元 dq , 每一个电荷元都可以看成一个点电荷,这样根据库仑定律可以求出电荷元对点电荷 q_0 的电场力 $d\mathbf{F}$ 。再根据叠加原理,带电体对点电荷 q_0 的作用力等于所有电荷元对 q_0 的作用力的矢量和。因此,点电荷 q_0 受到的静电场力为

$$\mathbf{F} = \int d\mathbf{F} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq \cdot q_0}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (8.1.7)$$

上式的积分范围是整个带电体。需要指出:叠加原理是由实验事实总结出来的,可能有一些涉及极小距离或极强作用的情况,叠加原理就不再成立。库仑定律和叠加原理是关于静电电荷相互作用的两个基本的实验定律,原则上应用它们可以解决静电场中的全部问题。

例 8-1 氢原子中电子和质子的距离为 $r = 0.529 \times 10^{-10} \text{ m}$ 。试计算在基态下,氢原子内电子和质子之间的静电力和万有引力为多大? 引力常量为 $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ 。

解:按库仑定律计算,电子和质子之间的静电力为

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = 8.99 \times 10^9 \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(0.529 \times 10^{-10})^2} \text{ N} = 8.22 \times 10^{-8} \text{ N}$$

电子的质量 $m_e = 9.109 \ 382 \ 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$, 质子的质量 $m_p = 1.672 \ 621 \ 8 \times 10^{-27} \text{ kg}$, 电子和质子之间的万有引力为

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{9.11 \times 10^{-31} \times 1.67 \times 10^{-27}}{(0.529 \times 10^{-10})^2} \text{ N} = 3.63 \times 10^{-47} \text{ N}$$

由此得静电力与万有引力的比值为

$$\frac{F_e}{F_g} = 2.26 \times 10^{39}$$

可见在原子内,电子和质子之间的静电力远比万有引力大,因此在处理电子和质子之间的相互作用时,只需考虑静电力,万有引力可以略去不计,而在原子结合成分子,原子或分子组成液体或固体时,它们的结合力本质上属于电力。

例 8-2 设原子核中的两个质子相距 $4.0 \times 10^{-15} \text{ m}$, 求两个质子之间的静电力。

解:两个质子之间的静电力是斥力,它的大小按库仑定律计算为

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(4.0 \times 10^{-15})^2} \text{ N} = 14 \text{ N}$$

可见,在原子核内质子间的斥力是很大的,质子之所以能结合在一起,组成原子核,是由于核内除了这种斥力外还存在着远比斥力强的引力——核力的缘故。

上述两例说明:原子核的结合力远大于原子的结合力,原子的结合力又远大于相同粒子相隔同样距离的万有引力.

8.2 电场 电场强度

一、电场

我们把相互接触的物体之间的相互作用力叫做接触力或**近距作用**.其特点是,作用力通过弹性介质逐步传递,从而需要一定的传递时间.而库仑定律表明,真空中相隔一定距离的两电荷之间也可以发生相互作用.那么,这种相互作用力传递需要中间媒介吗?是什么媒介呢?一种观点认为是不需要媒介的,从而电荷相互作用力的传递不需要时间,称为**超距作用**.另一种观点认为需要中间媒介,这种作用力的传递是需要一定时间的,属于**近距作用**.

近代科学实验证明“超距作用”的观点是错误的.任何带电体周围的空间都存在一种特殊的物质,这种物质称为**电场**,电荷之间的相互作用力就是通过电场这种媒介来传递的,可以表示为

$$\text{电荷} \longleftrightarrow \text{电场} \longleftrightarrow \text{电荷}$$

电场对电荷的作用力称为**电场力**.电场力的传递是需要时间的,传递速度约为 $3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.近代物理学已经肯定了场的观点,并证明了电磁场的存在.电磁场与实物一样具有质量、能量、动量等物质的基本属性,不同的是,各种场可以共同占据同一几何空间而实物不具有这种特性.相对于观察者静止的电荷在其周围空间激发的电场称为**静电场**,它的特点是电场的分布不随时间变化.

二、电场强度

为了研究电场的性质,我们在带电体 Q 激发的电场中放入一个试探电荷 q_0 ,通过测量电场中不同位置对它的作用力而得到电场的性质.为了保证测量结果的准确性,试探电荷必须满足两个条件:① 带电量足够小,放入后不会影响原来的电场分布;② 线度充分小,以保证能反映电场中某一点的性质.

实验表明,对于电场中的任何一点来说,试探电荷所受的力 F 与它的电荷量 q_0 的比值是一个确定的常矢量,与试探电荷的大小、正负无关,只与该场点的位置有关.我们把这个比值作为描述电场的量,称为**电场强度**,简称**场强**,用 E 来表示.即电场中某一点的电场强度 E 的大小,等于单位试探电荷在该点所受到的电场力的大小,其方向与正的试探电荷的受力方向相同.

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (8.2.1)$$

在国际单位制中,电场强度的单位为 $\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$ 或 $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$.应当注意的是:

(1) 电场强度是矢量,既有大小又有方向, E 的方向与正的试探电荷所受的电场力的方向一致.

(2) 电场强度的大小和方向仅由电场本身决定,与试探电荷无关.

(3) 电场中每一点都有一个确定的场强,不同点的场强一般不同.如果场中各点场强的大小和方向都相同,这种场称为匀强电场或均匀电场.

三、电场强度的叠加原理

由库仑定律及电场强度的定义式,可求得真空中点电荷周围的电场强度

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (8.2.2)$$

由电场力的叠加原理可知,电场强度也具有可叠加性.即空间某点的电场强度等于每一个点电荷单独存在时在该点分别产生的场强的矢量和,这称为**电场强度叠加原理**.这是电场的基本性质之一,利用这一原理可以计算任意带电体的场强,因为任意带电体都可以看成是许多点电荷的集合.

若有 n 个点电荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ 组成的电荷系,以 $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \dots, \mathbf{E}_n$ 分别表示它们单独存在时在空间中某点 P 处的电场强度,则由电场强度叠加原理可知, P 处总电场强度为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_k = \sum_{i=1}^k \mathbf{E}_i \quad (8.2.3)$$

带电体上的电荷是连续分布的情况,就设想将带电体分割成许多微小的电荷元 dq ,每一电荷元都可看成是点电荷,根据场强叠加原理,带电体产生的电场强度为

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \mathbf{e}_r = \int_V \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho_e dV}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (8.2.4)$$

上式为矢量积分式, $\int_V$ 表示对整个带电体进行体积分.由于 $\mathbf{E}$ 是矢量,在具体计算时,必须先将矢量积分分解为沿某坐标轴方向的分量式,然后对每个分量积分,最后得到合场强.

例 8-3 通常把两个大小相等符号相反的点电荷 $+q$ 和 $-q$ 所组成的点电荷系称为**电偶极子**.从负电荷到正电荷的径矢 $\mathbf{l}$ 称为电偶极子的臂.电荷量 q 和臂的乘积 $q\mathbf{l} = \mathbf{p}$ 称为**电偶极矩**,简称**电矩**.试计算电偶极子延长线上和中垂线上任一点的场强(图 8-2-1).

解:(1) 电偶极子延长线上的场强

如图所示,在臂的延长线上任取一点 P ,它到电偶极子中点 O 的距离为 r ,则点电荷 $+q$ 和 $-q$ 在 P 点的场强的大小分别为

$$E_{P+} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2}, \quad E_{P-} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}$$

两者方向相反,因此总场强的大小为

$$E_P = E_{P+} - E_{P-} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2pr}{\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2}$$

当 $r \gg l$ 时, $\left(r^2 - \frac{l^2}{4}\right)^2 \approx r^4$, 有

$$E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3} \quad \text{或} \quad E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3}$$

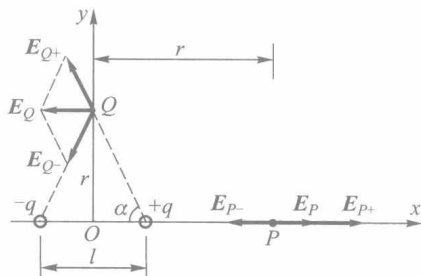


图 8-2-1 例 8-3 图

场强 E_p 的方向和电偶极矩 p 的方向一致.

(2) 电偶极子中垂线上的场强

设电偶极子中点 O 到中垂线上任一点 Q 的距离为 r , 则点电荷 $+q$ 和 $-q$ 到 Q 点的距离都是 $\sqrt{r^2 + l^2/4}$, 它们在 Q 点产生的场强的方向不同, 但大小相等, 即

$$E_{Q+} = E_{Q-} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + l^2/4}$$

因此, Q 点的总场强的大小为

$$E_Q = E_{Q+} \cos \alpha + E_{Q-} \cos \alpha$$

式中, α 角是电偶极子臂与电荷到 Q 点的连线的夹角, $\cos \alpha = \frac{l/2}{\sqrt{r^2 + l^2/4}}$. 故总场强的大小为

$$E_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{\sqrt{(r^2 + l^2/4)^3}}$$

当 $r \gg l$ 时, 有

$$E_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3} \quad \text{或} \quad E_Q = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

场强 E_Q 与电偶极矩 p 的方向相反.

上述结果表明: 电偶极子在远处的场强取决于 q 和 l 的乘积, 即电偶极矩 p . 如果 q 增大一倍而 l 减为一半, 电偶极子在远处产生的场强不变. 同时, 电偶极子在远处产生的场强与距离 r 的三次方成反比, 它比点电荷的场强随 r 递减的速度快得多.

例 8-4 设有一均匀带电直线, 长度为 L , 总电荷量为 q , 线外一点 P 离直线的垂直距离为 d , P 点和直线两端的连线与直线之间的夹角分别为 θ_1 和 θ_2 (图 8-2-2), 求 P 点的电场强度.

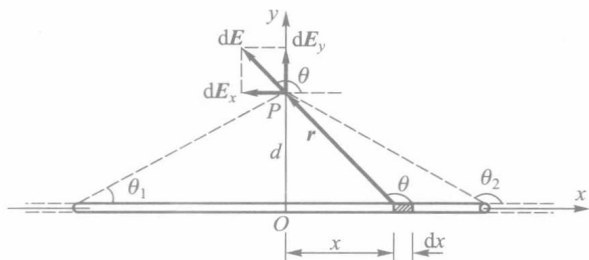


图 8-2-2 例 8-4 图

解: 我们取 P 点到直线的垂足 O 为原点, 取坐标轴 Ox 沿带电直线, Oy 通过 P 点, 如图 8-2-2 所示. 设直线上每单位长度所带的电荷量为 λ (电荷线密度), 即 $\lambda = \frac{q}{L}$, 则离原点为 x 处的电荷元 $dq = \lambda dx$ 在 P 点处产生的场强为

$$dE = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r}$$

式中, $\mathbf{r}$ 是从 dx 指向 P 点的径矢, 其大小 $r = \sqrt{x^2 + d^2}$. 设 dE 与 x 轴正方向之间的夹角为 θ , 则 dE 沿 x 轴和 y 轴的两个分量分别为

$$dE_x = -dE \cos(\pi - \theta) = dE \cos \theta, \quad dE_y = dE \sin(\pi - \theta) = dE \sin \theta$$

显然 $dE_z = 0, E_z = 0$, 故未画出. 由图可知

$$x = d \tan \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) = -d \cot \theta, \quad dx = d \csc^2 \theta d\theta$$

$$r^2 = x^2 + d^2 = d^2 \csc^2 \theta$$

所以

$$dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \cos \theta d\theta, \quad dE_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \sin \theta d\theta$$

将这两式积分得

$$E_x = \int dE_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \sin \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

其矢量式为

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{i} + E_y \mathbf{j} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \mathbf{i} + \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \mathbf{j}$$

场强的大小为

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

其方向可用 $\mathbf{E}$ 与 x 轴的夹角 θ 表示

$$\theta = \arctan \frac{E_y}{E_x}$$

如果这一均匀带电直线是无限长的,亦即 $\theta_1 \rightarrow 0, \theta_2 \rightarrow \pi$, 那么 $\mathbf{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d} \mathbf{j}$.

上式表明,无限长带电直导线附近某点的场强 $\mathbf{E}$ 与该点离带电直线的距离 d 成反比, $\mathbf{E}$ 的方向垂直于直线.若 λ 为正, $\mathbf{E}$ 沿 y 轴的正方向;若 λ 为负, $\mathbf{E}$ 沿 y 轴的负方向.以上结果对有限长的细直线来说,在靠近直线中部附近的区域 ($d \ll L$) 也近似成立.

例 8-5 一半径为 R 的圆环,均匀带有电荷量 q ,试计算圆环轴线上与环心相距为 x 的 P 点处的场强(图 8-2-3).

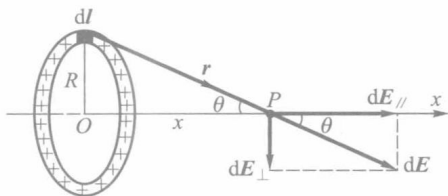


图 8-2-3 例 8-5 图

解: 如图所示,在圆环上任取一线元长度为 dl ,则该线元所带的电荷量为

$$dq = \frac{q}{2\pi R} dl = \lambda dl$$

元电荷 dq 在 P 点激发的场强 $d\mathbf{E}$ 为

$$d\mathbf{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q dl}{2\pi R r^3} \mathbf{r}$$

式中, $\mathbf{r}$ 是从 dl 指向 P 点的径矢,其大小为 $r = \sqrt{x^2 + R^2}$. 由于圆环上各电荷元在 P 点产生的场强 $d\mathbf{E}$ 的方向各不相同,为此把 $d\mathbf{E}$ 分解为平行于 x 轴的分量 $dE_{\parallel}$ 和垂直于 x 轴的分量 $dE_{\perp}$.

根据对称性,各电荷元的场强在垂直于 x 轴方向上的分矢量 $d\mathbf{E}_\perp$ 相互抵消,所以 P 点的合场强是平行于 x 轴的那些分矢量 $d\mathbf{E}_\parallel$ 的总和,即

$$\mathbf{E} = \int dE \cos \theta \mathbf{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2\pi R} \frac{\cos \theta}{r^2} \oint dl \mathbf{i} = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{(x^2+R^2)^3}} \mathbf{i}$$

若 $q>0$, $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{i}$ 同向;若 $q<0$, $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{i}$ 反向.在 P 点的对称侧 ($x<0$) $q>0$ 时, $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{i}$ 反向; $q<0$ 时, $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{i}$ 同向.当 $x \gg R$, 即 P 点远离圆环时, $\sqrt{(x^2+R^2)^3} \approx x^3$, 即 $x \approx r$, 则上式可近似地写作

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{i}$$

亦即在远离环心处的场强与环上电荷全部集中在环心处的一个点电荷所产生的场强相同.

例 8-6 求均匀带电圆盘轴线上的场强分布, 设圆盘半径为 R , 电荷面密度为 σ_e .

解: 将圆盘看成是由半径不同的一系列圆环组成的, 如图 8-2-4 所示, 利用例 8-5 的结论, 设一半径为 r 、宽度为 dr 的圆环, 其所带电荷量为 $dq = \sigma_e \cdot 2\pi r dr$, 它在轴线上离圆心为 x 处产生的场强为

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dq}{\sqrt{(x^2+r^2)^3}} \mathbf{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{\sqrt{(x^2+r^2)^3}} \sigma_e 2\pi r dr \mathbf{i}$$

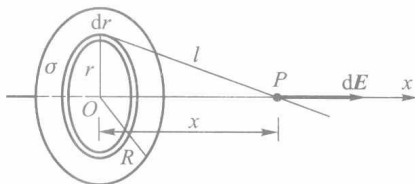


图 8-2-4 例 8-6 图

半径不同的圆环, 在 P 点产生的场强方向均相同, 即圆盘轴线上的场强分布为

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} 2\pi x \int_0^R \frac{\sigma_e r dr}{\sqrt{(x^2+r^2)^3}} \mathbf{i} = \frac{\sigma_e}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+R^2/x^2}} \right] \mathbf{i}$$

即

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma_e}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2-R^2}} \right] \mathbf{i}$$

场强 E 的方向与圆盘相垂直, 其指向则视 σ_e 的正负而定, $\sigma_e > 0$, E 与 $\mathbf{i}$ 同向; $\sigma_e < 0$, E 与 $\mathbf{i}$ 反向. 若 P 点在盘的左侧, 并取 x 轴的正方向恒由 O 点指向场点, 亦得同样的结果.

当 $x \gg R$ 时,

$$\frac{1}{\sqrt{1+R^2/x^2}} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{x^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{R^2}{x^2} \right)^2 - \dots \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{x^2}$$

简化为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\pi R^2 \sigma_e}{x^2} \mathbf{i} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2} \mathbf{i}$$

这时可以近似地把圆盘看成是点电荷; 而当 $x \ll R$ 时,

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma_e}{2\epsilon_0} \lim_{\frac{R}{x} \rightarrow \infty} \left[1 - \frac{x}{\sqrt{1+R^2}} \right] \mathbf{i} = \frac{\sigma_e}{2\epsilon_0} \lim_{\frac{R}{x} \rightarrow \infty} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+R^2/x^2}} \right] \mathbf{i} = \frac{\sigma_e}{2\epsilon_0} \mathbf{i}$$

这时可把圆盘近似地看成无限大均匀带电平面.

8.3 电场强度通量 高斯定理

一、电场线 电场强度通量

带电体周围的电场分布比较复杂,为了形象直观地表示场强分布,我们可以用许多有方向的曲线来描述电场,称为**电场线**.为了使电场线既能显示空间各处的电场强度大小,又能显示各点电场强度的方向,在绘制电场线时作如下的规定:① 电场线上每一点的切线方向都与该点处的电场强度方向一致;② 在任一场点处,通过垂直于电场强度 E 的单位面积的电场线条数,等于该点处电场强度 E 的大小.

电场线上任意一点切线的方向表示该点电场强度的方向,电场线较密的地方场强较大,电场线较稀疏的地方场强较小,所以电场线能反映电场场强的分布情况.需要说明的是,电场线只是为了描述电场的分布而引入的一簇曲线,不是实际存在的曲线,也不是电荷在电场中运动的轨迹.

图 8-3-1 中可以看出电场线的一些基本特性:

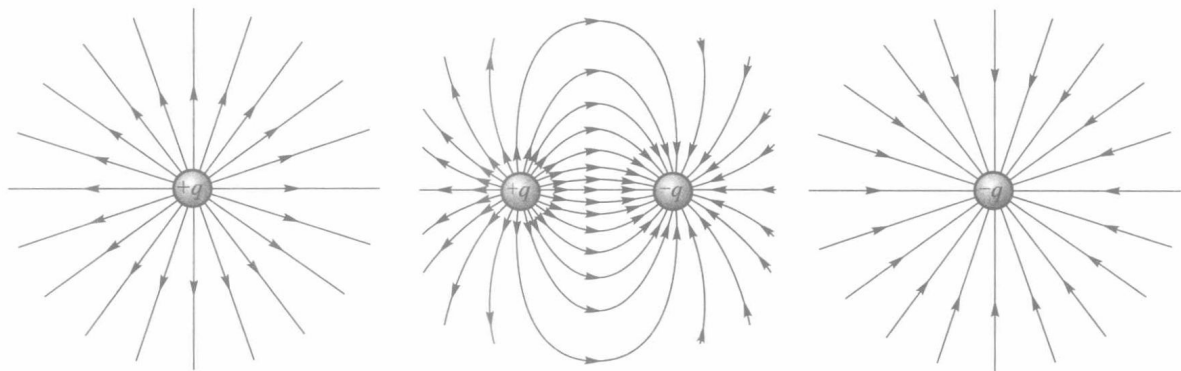


图 8-3-1 电场线的分布

(1) 电场线总是始于正电荷(或无限远),终于负电荷(或无限远),在没有电荷的地不会中断.

(2) 两条电场线在无电荷处不相交.

(3) 电场线不形成闭合曲线.

(4) 电场线越密集的地方,电场强度越大;越稀疏的地方,电场强度越小.

下面我们引入通量的概念,通过电场中某一面的电场线的条数就表示通过这个面的**电场强度通量**,用符号 Φ_e 表示.先考虑通过电场中一微小面元 dS 的电场强度通量 $d\Phi_e$.如图 8-3-2 所示,先作面元垂直于电场方向的投影 $dS_{\perp}$.很明显,通过面元 dS 和

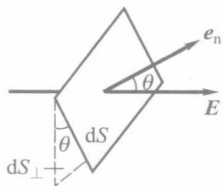


图 8-3-2 电场强度通量

$dS_{\perp}$ 的电场线条数是一样的, 且 $dS_{\perp} = dS \cos \theta$. 根据电场线的定义, 面元处电场强度的大小 E 应等于该处通过面元 $dS_{\perp}$ 上单位面积的电场线条数, 也就是说通过面元 dS 的电场强度通量为

$$d\Phi_e = E dS_{\perp} = E dS \cos \theta = E_n dS \quad (8.3.1)$$

为了同时表示出电场线是从面的那一侧穿过的, 我们规定垂直于面元 dS 的某一方向为面元的法线方向, 并用单位矢量 $\mathbf{e}_n$ 表示. 这时的面元就用矢量面元 $d\mathbf{S}$ 表示. 由图看出, $d\mathbf{S}$ 和 $dS_{\perp}$ 两面积之间的夹角与 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{e}_n$ 之间的夹角是相等的. 由标量积的定义得

$$d\Phi_e = E \cos \theta dS = E_n dS = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (8.3.2)$$

求通过任意曲面 S 的电场强度通量, 可将曲面 S 分割成许多的小面元 dS . 先计算通过每一面元的电场强度通量, 然后将它们都相加, 用数学式表示就是

$$\Phi_e = \int_S E \cos \theta dS = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (8.3.3)$$

值得注意的是, 积分结果是有正负的, 也就是说电场强度通量是有正负的. 电场强度通量为正代表穿出曲面, 为负代表穿入曲面. 这是一个面积分, 积分范围是整个曲面 S . 如果曲面 S 是一个封闭的面, 电场强度通量可表示为

$$\Phi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (8.3.4)$$

积分符号“ $\oint_S$ ”就表示对封闭曲面的积分.

我们规定曲面方向的选取方法为: 对于不闭合曲面, 面上各处法向单位矢量的正方向可以任意取向面的一侧; 对于闭合曲面, 一般自内向外的方向为各处面元法向的正方向.

例 8-7 点电荷在球形封闭面的圆心处, 求通过该面的电场强度通量 (图 8-3-3).

解: 点电荷在封闭面上的电场强度为

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

球面上某一面元 dS 的电场强度通量为

$$d\Phi_e = E \cos 0^\circ dS = \frac{q dS}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

通过该球面的电场强度通量为

$$\Phi_e = \oint_S \frac{q dS}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

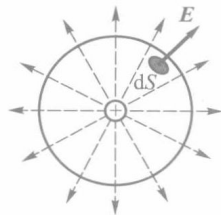


图 8-3-3 例 8-7 图

例 8-8 点电荷在任意形状的封闭面内, 如图 8-3-4 所示, 求通过该面的电场强度通量.

解: 通过球面 S 的电场线也必通过任意曲面 S' , 即它们的通量相等, 为 q/ϵ_0 .

所以通过该曲面的电场强度通量为

$$\Phi_e = \oint_{S'} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}' = \frac{q}{\epsilon_0}$$

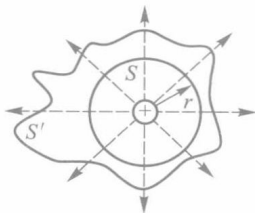


图 8-3-4 例 8-8 图