工业和信息化高等职业教育“十二五”规划教材立项项目

高等职业院校通识教育“十二五”规划教材

实用
工程数学

丛政义 朱如红 ◎ 主编

勾丽杰 ◎ 主审

Shiyong Gongcheng Shuxue

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

工业和信息化高等职业教育“十二五”规划教材立项项目
高等职业院校通识教育“十二五”规划教材

实用 工程数学

丛政义 朱如红 ◎ 主编
勾丽杰 ◎ 主审

人 民 邮 电 出 版 社
北 京

图书在版编目（CIP）数据

实用工程数学 / 丛政义，朱如红主编. -- 北京 : 人民邮电出版社，2013.9
工业和信息化高等职业教育“十二五”规划教材立项项目
ISBN 978-7-115-32496-2

Ⅰ. ①实… Ⅱ. ①丛… ②朱… Ⅲ. ①工程数学－高等职业教育－教材 Ⅳ. ①TB11

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第182309号

内 容 提 要

本书是作者在多年数学教学实践的基础上，并结合当前教学改革的需要，从一个新的角度编写而成。力图使读者学以致用和学用结合，也为读者将来的学习、工作与发展奠定一定的数学基础。

全书分上下两篇，共六章。上篇为线性代数部分，内容有矩阵的概念与线性方程组的解、矩阵的运算、行列式与克拉默法则。下篇为概率论与数理统计部分，内容有随机事件及其概率、一维随机变量、数理统计初步。书中每节后附有一定量的习题及参考答案，以供读者学习和查阅之用。为增加读者的学习兴趣，本书后面附有一些曾为线性代数以及概率与数理统计学做出重要贡献的数学家的小传。

本书是一本面向高职高专工科类学生的普适性基础教材，也可以作为相关教师的教学参考书。

◆ 主　　编　丛政义　朱如红
　主　　审　勾丽杰
　责任编辑　马小霞
　执行编辑　王志广
　责任印制　张佳莹　杨林杰

◆ 人民邮电出版社出版发行　　北京市崇文区夕照寺街 14 号
　邮编　100061　　电子邮件　315@ptpress.com.cn
　网址　http://www.ptpress.com.cn
　北京隆昌伟业印刷有限公司印刷

◆ 开本：787×1092　1/16
　印张：12.5　　2013 年 9 月第 1 版
　字数：292 千字　　2013 年 9 月北京第 1 次印刷

定价：28.00 元

读者服务热线：(010)67170985　印装质量热线：(010)67129223
反盗版热线：(010)67171154

前言

在现代科学技术中，工程数学的主要原理和基本方法被越来越广泛地应用其中。在大型的数学计算方面，应用数学软件成功地将线性代数中的矩阵运算应用到所有的数学运算中。概率论与数理统计的应用，也已融入到了现代生活与科学技术中的方方面面，以至于当今世界的科学与技术的进步都离不开它。

这本《实用工程数学》教材的编写是根据教育部最新制定的《高职高专教育高等数学课程的基本要求》，本着以提高高职高专教育教学质量，培养高素质应用型人才为目标的宗旨，以具有针对性、实用性、知识性和简洁性为原则，并在多年教学改革探索的基础上而进行的。

为适应新形势对高等职业技术应用型人才培养的要求，我们在重新编写《实用工程数学》时，努力从现实生活中挖掘数学概念形成的案例，尽量用通俗易懂的语言阐述数学的概念及内涵，在习题的选配上也尽量明了易懂，不出繁难题。

这本《实用工程数学》共分为两个部分，上篇为线性代数，下篇为概率论与数理统计。它适合高职院校工科专业的学生使用，同时也可作为成人高校的通用教材，或作为有关人员学习的参考书。

本书编写大纲、特色论证、整体规划，统稿由丛政义教授负责。全书由丛政义教授、朱如红副教授任主编，第 1、2、3、4 章由丛政义教授执笔，第 5、6 章由朱如红副教授执笔。主审为勾丽杰副教授。

为了提高编写质量，在本书的编写过程中，编者查阅和借鉴了大量的优秀的数学教材和数学文献。由于水平所限，加之教学改革中的许多问题还没有很好地解决，本书的不当之处在所难免，恳请读者批评指正，以便今后进一步修改完善。谨此，向广大同仁表示衷心的感谢。

希望读者在学完本书后能有所收获。如能激发读者对相关知识的兴趣，增强学习信心，提高科学素养，这便是我们的初衷。

编者

2013 年 6 月

目录

上篇　线性代数

下篇　概率论与数理统计

上篇

线性代数

第 1 章

矩阵的概念与线性方程组的解

矩阵的概念及其运算在线性代数中占有相当重要的地位.它在线性方程组的求解及理论研讨中、在工种技术的计算中、在社会经济规划领域中,都有着广泛的应用.

本章学习要求

一、理解矩阵的概念,认识各种不同形式的矩阵,知道哪些数学内容是可以用矩阵表示的.

二、理解矩阵的初等行变换与线性方程组的加减消元法之间的对应关系,理解线性方程组的保留方程组与矩阵的秩的关系.

三、会用矩阵的初等行变换求矩阵的阶梯形矩阵及最简阶梯形矩阵.

1.1 矩阵的概念

1.1.1 概念的引入及矩阵的表示方法

首先考察下面的实际例子.

案例 1 一个城市中有 A、B、C、D 四个企业,都在生产甲、乙、丙三种不同的产品,如表 1-1 所示.

表 1-1

产量 \ 企业 / 产品	A	B	C	D
甲	22	53	55	45
乙	21	78	80	50
丙	80	70	60	66

将上述表格中的实际意义抽去,可以用下面的一个矩形数表来表示.

$$\begin{pmatrix} 22 & 53 & 55 & 45 \\ 21 & 78 & 80 & 50 \\ 80 & 70 & 60 & 66 \end{pmatrix}$$

再看下面的两个四元线性方程组.

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$$

和

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 2 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 3 \end{cases}$$

再将上面的意义去除,第一个方程可表示为

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & -4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

第二个方程可表示为

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & -4 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

定义 1.1 将 $m \times n$ 个数排成一个有 m 行 n 列的矩形数表,并以圆括号或方括号括之:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \tag{1.1}$$

称其为**m 行 n 列矩阵**,简称**$m \times n$ 型矩阵**. 这 $m \times n$ 个数叫作矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的**元素(或简称为元)**,a_{ij} 表示矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的第 i 行第 j 列元素(前下标表示这个元素所在的行数,后下标表示这个元素所在的列数). 元素都是实数的矩阵称为**实矩阵**,元素中含有复数的矩阵称为**复矩阵**. 如无特别声明,今后所讨论的矩阵都是实矩阵.

(1.1)式可简记为 $\boldsymbol{A} = (a_{ij})_{m \times n}$ 或 $\boldsymbol{A} = (a_{ij})$.

矩阵

$$B = \left(\begin{array}{cccc:c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array}\right) \tag{1.2}$$

可称为矩阵(1.1)的**增广矩阵**. (1.1)与(1.2)这两个矩阵的前 n 列都相同,(1.2)是在(1.1)的基础上增加了一列.

在此做一个规定:如果有两个同型矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和矩阵 $\boldsymbol{B}$,当矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的所有元素都对

应相等时,称**矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与矩阵 $\boldsymbol{B}$ 相等**,记为 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$.

1.1.2 几种特殊的矩阵

(1) 对于矩阵 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$,当 $m=n$ 时,称其为 **n 阶方阵**,即

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

(2) 仅有一行的矩阵 $\boldsymbol{A}=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$,称为**行矩阵**,亦称为**行向量**(亦可记为 $\boldsymbol{a}$).

(3) 仅有一列的矩阵 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$,称为**列矩阵**,亦称为**列向量**(亦可记为 $\boldsymbol{b}$).

(4) 仅有一行一列的矩阵 $\boldsymbol{A}$,规定 $\boldsymbol{A}=(a_{11})=a_{11}$.

(5) 元素都是零的矩阵称为**零矩阵**,记作 $\boldsymbol{O}$. 注意,不同型的零矩阵是不相等的.

(6) 如果 n 阶方阵除主对角线(从矩阵的左上角 a_{11} 到右下角 a_{nn} 作一条直线,称为方阵的主对角线)上的元素外的元素都为零,则称该矩阵为 **n 阶对角阵**,即

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_n \end{pmatrix}$$

对角阵也记作 $\boldsymbol{A}=\mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n)$.

(7) 如果 n 阶对角方阵的元素 $\lambda_1=\lambda_2=\cdots=\lambda_n=1$,则称该矩阵为 **$n$ 阶单位阵**,记作 $\boldsymbol{E}$.

(8) 如果 n 阶方阵 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})$ 中的元素总有 $a_{ij}=a_{ji}$,则称 $\boldsymbol{A}$ 为 **n 阶对称方阵**.

一个 $m\times n$ 型矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

可以用 m 个行向量(矩阵)$\boldsymbol{a}_i=(a_{i1},a_{i2},\cdots,a_{in})(i=1,2,\cdots,m)$表示为

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{a}_1 \\ \boldsymbol{a}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{a}_m \end{pmatrix}$$

也可以用 n 个列向量(矩阵)$\boldsymbol{b}_j=\begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix}(j=1,2,\cdots,n)$表示为

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}=(\boldsymbol{b}_1 \quad \boldsymbol{b}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{b}_n)$$

习题 1.1

1. 某百货公司有下属四个商场 A_1,A_2,A_3,A_4. 某一周的销售情况如表 1-2 所示(单位：万元).

表 1-2

利润 星期 / 商场	一	二	三	四	五	六	日
A_1	1.4	1.9	2.0	1.7	1.6	1.8	2.1
A_2	1.7	1.6	1.8	1.5	1.3	1.7	2.2
A_3	1.2	1.3	1.5	1.3	1.2	1.0	1.1
A_4	1.1	1.0	1.2	1.0	0.9	1.2	1.4

试用矩阵表示这个表.

2. 求下列矩阵方程中的未知数.

(1) 设 $\begin{pmatrix} x & y \\ 1 & x+y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & z \end{pmatrix}$,求 x,y,z;

(2) 设 $\begin{pmatrix} x & y \\ 2 & x-y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & z \end{pmatrix}$,求 x,y,z.

3. 求下列矩阵方程中的未知数.

(1) 设 $\begin{pmatrix} 1 & 2x & y \\ 2 & z & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} t & x^2 & x-y \\ 2 & x+t & 1 \end{pmatrix}$,求 x,y,z,t;

(2) 设 $\begin{pmatrix} 2 & x & y \\ 3 & z & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} w & x^2 & x-y \\ 3 & x+w & 0 \end{pmatrix}$,求 x,y,z,w.

4. 求下列矩阵方程中的未知数.

(1) 设 $\boldsymbol{A}$ 为对称方阵,且 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & x+y & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ x & 2 & 1 \end{pmatrix}$,求 x,y;

(2) 设 $\boldsymbol{A}$ 为对称方阵,且 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ x+y & 3 & 6 \\ x & 6 & 0 \end{pmatrix}$,求 x,y.

1.2 矩阵的加法与数乘矩阵

先看下面的一个案例.

案例 2 有四个学生甲、乙、丙、丁，将他们的语文、数学、外语的成绩列成表，如表 1-3 所示.

表 1-3

	平时成绩			测验成绩			期末考试成绩		
	语文	数学	外语	语文	数学	外语	语文	数学	外语
甲	8	6	9	6	7	9	80	90	95
乙	9	7	8	9	8	7	85	85	80
丙	7	6	7	7	7	8	80	95	75
丁	6	7	8	7	6	7	70	60	75

以上平时成绩与测验成绩加在一起，再把期末考试成绩的 80%加在一起就成为学生的期末成绩.

以上的表格可以表示成三个矩阵：

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}8&6&9\\9&7&8\\7&6&7\\6&7&8\end{pmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}6&7&9\\9&8&7\\7&7&8\\7&6&7\end{pmatrix},\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}80&90&95\\85&85&80\\80&95&75\\70&60&75\end{pmatrix}$$

显然，这四个学生各科的总成绩，应该是将前两个矩阵的数字对应相加，再对应地加上第三个矩阵里边每个数字的 80%，即

$$\begin{pmatrix}8&6&9\\9&7&8\\7&6&7\\6&7&8\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&7&9\\9&8&7\\7&7&8\\7&6&7\end{pmatrix}+80\%\begin{pmatrix}80&90&95\\85&85&80\\80&95&75\\70&60&75\end{pmatrix}$$

于是就有了下面的矩阵的加法与数乘运算.

1.2.1 矩阵的加法

定义 1.2 设有两个同型矩阵 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{m\times n}$ 与 $\boldsymbol{B}=(b_{ij})_{m\times n}$，则称 $(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$ 为**矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的和**，记为 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$，即

$$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}.$$

1.2.2 数乘矩阵与矩阵的减法

定义 1.3 称 $(\lambda a_{ij})_{m\times n}(\lambda\in\mathbf{R})$ 为**数 λ 与矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的乘积**(或称为**数乘矩阵**)，记为 $\lambda\boldsymbol{A}$ 或 $\boldsymbol{A}\lambda$，即

$$\lambda\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}\lambda=(\lambda a_{ij})_{m\times n}.$$

特别地，当 $\lambda=-1$ 时，$\lambda\boldsymbol{A}=-\boldsymbol{A}$，称为 $\boldsymbol{A}$ 的**负矩阵**，此时称 $\boldsymbol{A}+(-\boldsymbol{B})=(a_{ij}-b_{ij})_{m\times n}$ 为**矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的差**，记为 $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$.

由此，同型矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的加法与减法可以合写成 $\boldsymbol{A}\pm\boldsymbol{B}=(a_{ij}\pm b_{ij})_{m\times n}$.

1.2.3 矩阵的加法与数乘矩阵的算律

容易验证，矩阵的和与矩阵的数乘运算满足如下的运算规律(其中 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$ 为同型矩阵，

λ、μ 为实数).

(1) $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}+\boldsymbol{A}$

(2) $\boldsymbol{A}+(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C})=(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})+\boldsymbol{C}$

(3) $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{O}=\boldsymbol{A}$

(4) $\boldsymbol{A}+(-\boldsymbol{A})=\boldsymbol{A}-\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$

(5) $1\cdot\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}$

(6) $\lambda(\mu\boldsymbol{A})=(\lambda\mu)\boldsymbol{A}$

(7) $\lambda(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})=\lambda\boldsymbol{A}+\lambda\boldsymbol{B}$

(8) $(\lambda+\mu)\boldsymbol{A}=\lambda\boldsymbol{A}+\mu\boldsymbol{A}$

数学上,把具有加法与数乘运算且满足如上 8 条运算规律的数学运算称为**线性运算**.

【例 1.1】 计算案例 2 的结果.

解
$$\begin{pmatrix}8&6&9\\9&7&8\\7&6&7\\6&7&8\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}6&7&9\\9&8&7\\7&7&8\\7&6&7\end{pmatrix}+80\%\begin{pmatrix}80&90&95\\85&85&80\\80&95&75\\70&60&75\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}8+6&6+7&9+9\\9+9&7+8&8+7\\7+7&6+7&7+8\\6+7&7+6&8+7\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}80\times0.8&90\times0.8&95\times0.8\\85\times0.8&85\times0.8&80\times0.8\\80\times0.8&95\times0.8&75\times0.8\\70\times0.8&60\times0.8&75\times0.8\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}14&13&18\\18&15&15\\14&13&15\\13&13&15\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}64&72&76\\68&68&64\\64&76&60\\56&48&60\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}78&85&94\\86&83&79\\78&89&75\\69&61&75\end{pmatrix}.$$

【例 1.2】 设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&2\\-1&4\\1&3\end{pmatrix}$,$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}-2&1\\3&-2\\4&1\end{pmatrix}$,且 $3\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}$,求 $\boldsymbol{X}$.

分析:事实上只需将 $3\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}$ 按普通的方程解出 $\boldsymbol{X}$,再将 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 代入其中即可.

解 由 $3\boldsymbol{A}+2\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}$ 得
$$\boldsymbol{X}=\frac{1}{2}(\boldsymbol{B}-3\boldsymbol{A})=\frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix}-2&1\\3&-2\\4&1\end{pmatrix}-3\begin{pmatrix}1&2\\-1&4\\1&3\end{pmatrix}\right]$$
$$=\frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix}-2&1\\3&-2\\4&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3&6\\-3&12\\3&9\end{pmatrix}\right]$$
$$=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-5&-5\\6&-14\\1&-8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{5}{2}&-\frac{5}{2}\\3&-7\\\frac{1}{2}&-4\end{pmatrix}.$$

习题 1.2

1. 设$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ -3 & 1 & 5\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}5 & 3 & 0\\ 2 & -7 & -1\end{pmatrix}$，求 $A+B$，$A-B$，$A+2B$.

2. 设$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 2 & 1\\ 1 & 2 & 3 & 4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}4 & 3 & 2 & 1\\ -2 & 1 & -2 & 1\\ 0 & -1 & 0 & -1\end{pmatrix}$，若 $3(A+X)-2(B-X)=O$，求 X.

3. 设$\begin{pmatrix}x & y\\ 3 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}y & 2x\\ w & z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 2 & 4\end{pmatrix}$，求 x,y,z,w.

4. 设$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 4 & 3 & -1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 2\\ 3 & 1 & 4\end{pmatrix}$.

(1) 若 $A+X-2B=O$，求矩阵 X；

(2) 若 $2(A-Y)=3B+4Y$，求矩阵 Y.

1.3 线性方程组的加减消元法与矩阵的初等行变换

1.3.1 线性方程组的加减消元法

求线性方程组的解是在中学里学过的重要数学方法.

【例 1.3】 解下列线性方程组：

$$\begin{cases}2x_1-4x_2+2x_3-3x_4-3x_5=0\\ 2x_1-4x_2+8x_3+2x_5=0\\ x_1-2x_2+2x_3-x_4+x_5=0\\ 3x_1-6x_2-6x_4+4x_5=0\end{cases}$$

分析：这是一个五元线性方程组，可以运用在中学里学过的加减消元法来化简这个方程组.

解 将方程组的第一个方程与第三个方程交换位置，方程组的解不会改变，得

$$\begin{cases}x_1-2x_2+2x_3-x_4+x_5=0\\ 2x_1-4x_2+8x_3+2x_5=0\\ 2x_1-4x_2+2x_3-3x_4-3x_5=0\\ 3x_1-6x_2-6x_4+4x_5=0\end{cases}$$

将第一个方程两边乘-2后加到第二个方程和第三个方程上，再将第一个方程乘-3后加到第四个方程上，这样也不改变方程组的解，得

$$\begin{cases}x_1-2x_2+2x_3-x_4+x_5=0\\ 4x_3+2x_4=0\\ -2x_3-x_4-5x_5=0\\ -6x_3-3x_4+x_5=0\end{cases}$$