网络化随机系统的控制和滤波

武俊丽 著

HEUP 哈爾濱工程大學出版社

网络化随机系统的控制和滤波

武俊丽　著

HEUP 哈爾濱工程大学出版社

内 容 简 介

随机因素普遍存在于实际的动态系统中，虽然在很多情况下可以忽略其影响，把系统近似地当作确定性系统处理，但是当要提高系统的分析设计精度时，把动态系统如实地当作随机系统来研究是十分必要的。本书主要围绕着两类随机系统：一类随机系统中含有多个采样频率，随机交替出现且假设发生的概率已知；另外一类是经典的伊藤随机系统。考虑到网络通信受限，将其与这两类随机系统统一到一个框架下，建立了这些复杂系统的数学模型。利用 Lyapunov 稳定性理论，从连续和离散两个领域研究了网络化随机系统的稳定性、H_∞ 性能和 H_∞ 滤波问题。在此基础上，基于线性矩阵不等式技术，设计了状态反馈控制器、基于观测器的输出反馈控制器、鲁棒模型预测控制器和 H_∞ 滤波器。

本书可作为高等院校控制理论及其相关领域的研究生教材或参考书，也可作为相关科研人员的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

网络化随机系统的控制和滤波/武俊丽著. —哈尔滨：哈尔滨工程大学出版社，2016.8
ISBN 978-7-5661-1359-7

Ⅰ.①网… Ⅱ.①武… Ⅲ.①自动控制-研究 Ⅳ.①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 202480 号

选题策划：田 婧
责任编辑：雷 霞
封面设计：恒润设计

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传　　真 0451-82519699
经　　销 新华书店
印　　刷 哈尔滨工业大学印刷厂
开　　本 787mm×1 092mm 1/16
印　　张 10
字　　数 250 千字
版　　次 2016 年 8 月第 1 版
印　　次 2016 年 8 月第 1 次印刷
定　　价 39.80 元
http://www.hrbeupress.com
E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前　言

近半个世纪以来，对随机系统的控制与滤波问题的研究一直是现代控制理论的重要课题。根据动态系统中不同的随机变量，得到了不同的随机系统模型。比较经典的随机系统有伊藤随机微分方程和 Markov 切换系统。目前，网络化控制系统在实际工程中的应用日益普遍，这是因为网络化控制系统具有资源共享、远程控制、成本低等优势，能够满足控制系统模块化，实现先进控制、分散控制和集成诊断。当考虑到网络化系统中存在随机延时、随机丢包或测量丢失等现象时，也相应地建立了网络化随机系统的模型。当前，对网络化随机系统的稳定性分析及综合问题的研究都是针对系统状态可测的，对状态不可测的系统分析与综合是目前系统科学与控制科学研究的热点问题之一。

此外，随着计算机技术的发展和数字信号处理理论的逐步成熟，计算机技术为随机系统理论的实现提供了非常有效的手段，能够实现其复杂的算法。计算机控制系统中普遍采用的周期采样是理想化的采样方法，然而对于某些实际动态系统，当采用随机采样策略时，可以降低采样频率、减小数据冗余和计算量，从而使对系统的控制成为可能，如相阵雷达监视和目标跟踪系统。因此，对随机采样的研究，不仅具有重要的理论价值，也具有非常重要的实际意义。

针对现代工业系统越来越具有多变量、非线性、不确定性和时变性等特性，这使传统的 PID 控制方式受到挑战。模型预测控制对模型精度的要求不高，具有多样的预测模型、时变的滚动优化、在线校正的鲁棒性和方便的处理输入输出约束。这些优点决定了该方法能够有效地用于具有复杂过程系统的控制。

本书主要围绕着两类随机系统：一类随机系统中含有多个采样频率，随机交替出现且假设发生的概率已知；另外一类是经典的伊藤随机系统。考虑到网络通信受限，将其与这两类随机系统统一到一个框架下，建立了这些复杂系统的数学模型。利用 Lyapunov 稳定性理论，从连续和离散两个领域研究了网络化随机系统的稳定性、H_∞ 性能和 H_∞ 滤波问题。在此基础上，基于线性矩阵不等式技术，设计了状态反馈控制器、基于观测器的输出反馈控制器、鲁棒模型预测控制器和 H_∞ 滤波器。

本书主要总结了作者近年来的一些研究工作，得到了国家自然科学基金（61203052）和黑龙江省自然科学基金（QC2015072）的资助，在此表示衷心的感谢！作者对哈尔滨工业大学高会军教授、澳大利亚阿德莱德大学 Peng Shi 教授和挪威阿哥德大学 Hamid Reza Karimi 教授所给予的帮助深表谢意。此外，作者还要感谢佳木斯大学李建辉讲师和郭海玲硕士、哈尔滨工业大学卫作龙博士和渤海大学殷立志硕士，他们参与了本书实验仿真等方面的工作。

由于作者水平有限，书中存在的缺点和不足之处，恳请读者批评指正。

著者

2016 年 4 月

主要符号表

LMI	线性矩阵不等式(Linear Matrix Inequality)
NCSs	网络控制系统(Networked Control Systems)
MPC	模型预测控制(Model Predictive Control)
$\mathbb{R}^n$	n 维实 Euclidean 空间
$\mathbb{R}^{m\times n}$	$m\times n$ 矩阵集合
$\mathscr{L}_2[0,\infty)$	在$[0,\infty)$上平方可积向量函数空间
$\vert\cdot\vert$	Euclidean 范数
$\Vert\cdot\Vert_2$	$\mathscr{L}_2$范数
$\mathrm{Prob}\{x\}$	x 的概率
$\mathrm{Prob}\{x\vert y\}$	条件 y 下 x 的概率
$\mathbb{E}\{x\}$	x 的数学期望
$\mathbb{E}\{x\vert y\}$	条件 y 下 x 的数学期望
$\mathrm{diag}\{A_1,A_2,\cdots,A_n\}$	由 $A_1,A_2,\cdots,A_n$组成的块对角矩阵
$\mathrm{trace}(\boldsymbol{A})$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的迹
$\mathrm{rank}(\boldsymbol{A})$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩
$\lambda_{\min}(\boldsymbol{A})$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的最小特征值
$\lambda_{\max}(\boldsymbol{A})$	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的最大特征值
$\mathrm{sym}\{\boldsymbol{A}\}$	$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$
$\boldsymbol{I}$	单位阵
$\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}$	矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的转置
$\boldsymbol{X}^{-1}$	矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的逆
$\boldsymbol{X}>0(\geqslant 0)$	对称正定(半正定)矩阵
矩阵中的 *	对应块的转置,如$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}\\ * & \boldsymbol{C}\end{bmatrix}$中的 * 表示 $\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}$
$\triangleq$	定义为

目　　录

第1章　绪　　论

1.1　概　　述

随机因素普遍存在于实际的动态系统[1,2]中,例如用于描述过程控制的温度[3]和压力变量,除了受排气阀开度影响外,还会受到环境温度和外界气流等随机因素的影响;又如在经济管理系统中,商品需求、服务申请和产品的供销等都是影响经济决策的随机因素。在很多情况下可以忽略这些随机因素,把系统当作确定性系统来处理。确定性系统是指系统输入信号、模型的参数和系统的响应都是确定性的系统。相对于确定性系统,随机系统则是指含有内部随机参数、外部随机干扰或随机观测噪声等随机变量的系统,随机系统属于不确定性系统。但是当要提高系统的分析设计精度时,把动态系统当作随机系统来研究是十分必要的。例如在多管火箭炮发射系统中[4],影响其射弹散布大的主要原因是存在火箭推力的变化、燃气流对火箭炮的冲击力和外界阵风等随机因素。因此提高其射击密集度的一个主要途径是考虑随机因素的影响,需要建立随机动力学模型。

同时,随着数字计算机的发展和数字信号处理理论的逐步成熟,数字系统已被广泛地应用于国民经济、国防建设和科学实验等各个领域。与模拟系统相比,数字系统具有精度高、稳定性好等一系列优点。因此,越来越多的设计者采用了计算机作为数字控制器来实现复杂的算法,计算机控制已成为自动化领域的一项核心技术。计算机技术的发展为随机系统理论的实现提供了非常有效的手段,例如卡尔曼-布西滤波理论是在数字机下完成递推计算,从而解决了滤波与预测问题,因而卡尔曼滤波理论成为现代控制理论的基础。由此可见,随机系统理论的发展和采样控制(计算机控制)的发展是密不可分的。

在计算机控制系统中普遍采用的周期采样方法是理想化的采样方法,然而对于某些实际动态系统,当采用随机采样的策略时,可以利用现有的资源实现系统的设计要求。如随机采样应用于运动规划[5,6]方面,通过降低采样频率,从而减小数据冗余,减少计算量,使运动规化问题的解决成为可能。在相阵雷达监视和目标跟踪系统中[7]应用自适应变采样策略,能有效地利用雷达资源:当恒速运动目标的位置不用随时更正时,在保证跟踪的条件下,采用较低的采样率;对于有加速度的目标而言,则采用较高的采样率,可以实现对目标的精确跟踪。因此,对随机采样的研究,不仅具有重要的理论价值,也具有非常重要的实际意义。

另外,近三十年来,随着通信技术和网络技术的快速发展,以及工业控制对象和系统功能的扩充,网络化控制系统在实际工程中的应用日益普遍[8],例如自动化立体仓库网络控制系统[9]、对列车运行信息的远程监控[10]和飞行器网络控制系统[11]。网络化控制系统(NCSs)是将传感器、控制器和执行器等部件通过实时网络形成闭环的反馈控制系统,如分布式控制系统、现场总线控制系统和工业以太网。资源共享、远程控制、成本低、维护方便和易扩展是网络控制系统的优势。因此网络控制系统能够满足控制系统模块化、便捷维护和低成本等需要,实现先进控制、分散控制和集成诊断。

然而,对复杂随机系统的网络化控制和滤波的要求,这对控制理论提出了新的要求,因此本书将讨论网络化随机系统的控制和滤波问题。

1.2 随机采样系统的主要研究方法

采样控制系统的主要特征是既含有连续信号,也含有离散信号,这也是系统分析和设计的难点。这决定了采样控制系统的数学模型、分析和设计方法必然与常规的纯连续和纯离散系统不同。

1.2.1 采样系统研究的主要方法

在图 1.1 所示的古典控制的单回路采样控制系统中,系统输出 $c(t)$ 是连续时间信号,如温度、压力和位移,通过测量元件将其转换成便于处理的物理量,如电压、电流和电脉冲。给定的输入信号和测量元件输出的差 $e(t)$ 是模拟信号,采样开关将这些模拟信号转换为数字信号 $e^*(t)$。虚线表示离散信号,实线表示连续信号,本书中的其他结构框图与此相同。将连续时间信号经过采样开关转换成数字信号,这个转换过程称作采样。计算机把采样后得到的信号作为一个数列,并用控制算法加以处理,进而产生一个新的输出信号 $u^*(t)$,再经采样开关和保持器转换成模拟信号 $u_h(t)$,作为控制信号送给被控对象。

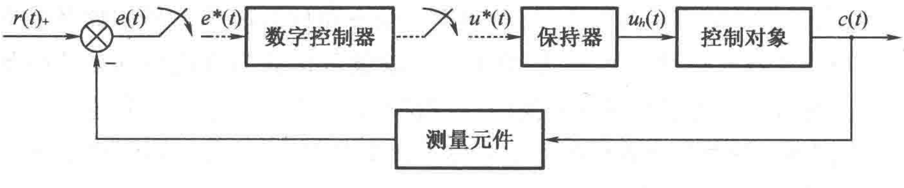

图 1.1 采样控制系统简图

对于上述的单回路采样控制系统,在已知控制对象和性能指标的要求下,设计数字控制器主要有两种常规的方法[12,13]。

1. 连续化(模拟化)设计技术

模拟化设计方法是假定采样频率足够高,忽略采样器和保持器的影响,将数字控制系统完全按连续系统处理的设计方法。为使讨论的问题更接近真实情况,有时把采样器和零

阶保持器看成一个延时环节，平均延时时间为 $T/2$（T 为采样周期）。当确定了合适的校正装置后，再采用相应的设计准则，例如双线性变化方法，将连续校正装置离散化为数字控制器。这种设计方法，采样周期需要采用较小的值，才能复现原系统性能。

2. 离散化设计技术

离散化设计法是首先把带有保持器的连续对象组成的连续部分离散化，整个系统成为完全离散化的系统，然后按照对控制系统的性能指标要求，构造闭环 Z 传递函数的数字控制器，如有限拍控制系统设计。连续对象的离散化过程与采样周期 T 有关，当 T 减小时，其零点向不稳定方向发展。

上述方法对于单输入－单输出的古典控制系统是适用的，能满足系统的性能指标要求。

然而，现代采样控制理论是以状态空间为基础，可以分析多输入多输出、非线性和时变系统，这是与经典单输入单输出的采样系统不同的。现代的标准采样控制系统如图 1.2 所示[14]。图中 G 为连续的被控对象，控制器 K_c 为离散系统，根据反馈信号是系统状态还是系统输出，可以相应地构造状态反馈控制器和输出反馈控制器。w 为外部输入信号，包括参考指令、扰动及测量噪声等，z 为测量输出信号，y 为控制器的输入信号，u 为控制输入，u_d，y_d 为离散信号。

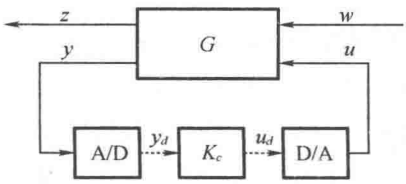

图 1.2 标准的采样控制系统

现代采样控制系统的控制器设计[15]，早期采用离散化的方法，即先对连续对象离散化，然后设计控制器。线性定常连续系统的状态方程的离散化，就是将线性定常连续系统的状态方程，即

$$\dot{x}(t) = \boldsymbol{A}x(t) + \boldsymbol{B}u(t) \tag{1-1}$$

变成如下形式的线性定常离散系统的状态方程，即

$$x(k+1) = \boldsymbol{G}x(k) + \boldsymbol{H}u(k) \tag{1-2}$$

其中，$\boldsymbol{G} = \mathrm{e}^{AT}$；$\boldsymbol{H} = \int_0^T \mathrm{e}^{At}B\mathrm{d}t$；$T$ 为采样周期。另外，当采样周期较小的时候，在满足精度的前提下，可以使用近似的离散化方程方法，那么式（1－2）中的系统系数为 $\boldsymbol{G} = \boldsymbol{I} + T\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{H} = T\boldsymbol{B}$。上述离散化方法不能考虑采样周期之间系统的行为，这在考虑系统的连续摄动、连续扰动、信号抑制等方面反映出其不足。

当考虑对现代采样控制系统的性能分析（如 H_2 性能和 H_∞ 性能）时，主要采用下列三种方法：

(1)提升技术(Lifting Technique)[16-19]

从20世纪90年代开始,提升技术成了研究现代采样控制系统的主要分析和设计工具。相对于离散化方法,提升技术能考虑到采样时刻之间的性能。提升技术主要是针对线性时不变系统(LTI),进行系统的H_∞性能分析,将采样系统的H_∞控制问题转化成相等有限维离散的H_∞控制问题。但是提升技术计算复杂,并且当系统有不确定采样时间或者不确定系统矩阵时,该方法就不起作用了。

(2)混杂系统方法[20-23]

这是一种更直接的方法,系统的动态模型由连续和离散的两个模型组成,将系统的性能分析转化为求两个相互跳变的 Riccati 方程的可行解问题,可以得到稳定性的充分必要条件。然而,Riccati 方法有一些局限性:①目前求 Riccati 型矩阵方程的方法大多为迭代方法,这些方法的收敛性得不到保证;②在应用 Riccati 方法进行分析时,往往需要设计者事先确定一些待定参数,这些参数的选择不但直接影响结论的好坏,而且还会影响问题的可行解。多数情况下需要人为地确定这些参数,无疑给分析和综合结果引入了很大的保守性[24]。为了克服带有跳变的微分方程不等式求解困难的问题,Hu 等[22]提出了 LMI 的方法去解决该问题,但是得到的 LMI 与采样周期无关,结果保守性较大。

(3)输入延时方法[25-29]

最近,Fridman 等[27]提出了输入延时的方法解决采样系统的鲁棒镇定性问题。对于线性系统(1-1),在数字控制器作用下,带有零阶保持器,则控制输入$u(t)=u_d(t_k)$,u_d表示离散控制器信号。利用输入延时方法,将数字控制器转变成如下所示的时滞系统:

$$u(t)=u_d(t_k)=u_d(t-\tau(t)),\quad t_k\leqslant t<t_{k+1} \tag{1-3}$$

其中$\tau(t)=t-t_k$,$\tau(t)$是小于一个采样周期的时变延时,且是分段线性的。因此,闭环系统(1-1)就转变成如下具有时变有界延时的连续系统:

$$\dot{x}(t)=\boldsymbol{A}x(t)+\boldsymbol{B}u_d(t-\tau(t)),\quad t_k\leqslant t<t_{k+1} \tag{1-4}$$

该方法的缺点是在转变的过程中引入了时变延时项,使采样系统转变成带有时变延时的连续系统。

1.2.2 随机系统研究的主要方法

随机系统的模型主要由随机微分方程和随机状态方程来描述。建立随机系统模型时,其动态系统本身的模型和确定性系统模型相同,主要是系统中的随机因素要用数学表达式进行合理的描述。随机系统和确定性系统理论一样,主要研究数学模型的建立问题[30]、系统的性能分析问题[31]和系统的状态估计问题[32]等。动态系统中的随机变量不同,所得到的随机系统模型是不同的。比较经典的随机系统有伊藤随机微分方程[33-39]和 Markov 切换系统[40-45]。最近,实际动态系统越来越复杂化和网络化,系统中存在随机延时[46,47]、随机丢包[48,49]或测量丢失[50-52]等现象,因此对这类随机系统的研究也相继成为热点。

1. 随机系统的数学模型

下面列举三个随机系统的数学模型：

(1)伊藤随机微分方程的数学模型

如下所示：

$$dx(t)=f(t,x(t),x(t-h))dt+g(t,x(t),x(t-h))dw(t) \tag{1-5}$$

其中 $x(t)\in\mathbb{R}^n$ 为状态变量；$f(t,x(t),x(t-h))$ 和 $g(t,x(t),x(t-h))$ 是 $t,x(t),x(t-h)$ 的函数；$w(t)$ 为零均值的维纳过程，满足 $\mathbb{E}\{d\omega(t)\}=0,\mathbb{E}\{d\omega(t)^2\}=dt$。

(2)Markovian 跳跃系统的数学模型[53]

如下所示：

$$\dot{x}(t)=\boldsymbol{A}(r(t))x(t)+\boldsymbol{B}(r(t))u(t) \tag{1-6}$$

其中 $x(t)\in\mathbb{R}^n$ 为状态变量；$u(t)\in\mathbb{R}^p$ 为控制输入；随机参数 $r(t)$ 表示概率空间上的一个连续 Markov 过程，在有限集合 $N=\{1,\cdots,n\}$ 内取值，系统模式间切换由 $r(t)$ 决定。其状态转移概率矩阵为

$$\text{Prob}\{r(t+\Delta)=j\,|\,r(t)=i\}=\begin{cases}\pi_{ij}\Delta+o(\Delta), & i\neq j\\ 1+\pi_{ii}\Delta+o(\Delta), & i=j\end{cases}$$

其中 $\Delta>0,\lim_{\Delta>0}(o(\Delta)/\Delta)=0,\pi_{ij}\geqslant 0$ 代表从 t 时刻到 $t+\Delta$ 时刻，模态 i 跳变到模态 j 的概率；且对于所有 $i\in L$，$\pi_{ii}=-\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\pi_{ij}$。

(3)考虑测量丢失的网络控制系统的模型[50]

假设信息的丢失是以 Bernoulli 概率形式发生的，建立的新模型如下：

$$x(k+1)=(\boldsymbol{A}+\Delta\boldsymbol{A})x(k)$$
$$y(k)=\gamma(k)\boldsymbol{C}x(k)+v(k)$$

其中 $y(k)$ 为测量输出，随机变量 $\gamma(k)$ 服从 Bernoulli 分布：

$$\text{Prob}\{\gamma(k)=1\}=\mathbb{E}\{\gamma(k)\}=\bar{\gamma}$$
$$\text{Prob}\{\gamma(k)=0\}=1-\bar{\gamma}$$

定义 $e(k)=x(k)-\hat{x}(k)$，$\hat{x}(k)$ 为状态估计，得到如下误差估计方程：

$$e(k+1)=(\boldsymbol{A}+\Delta\boldsymbol{A}-\boldsymbol{G}-(\gamma(k)-\bar{\gamma})\boldsymbol{KC})x(k)+(\boldsymbol{G}-\bar{\gamma}\boldsymbol{KC})e(k)+\omega(k)-\boldsymbol{K}v(k) \tag{1-7}$$

2. 随机系统的分析方法

在随机系统模型的基础上，利用 Lyapunov 稳定性理论分析随机系统的稳定性。人们主要利用 Riccati 方程[54,55]和线性矩阵不等式这两种方法来构造 Lyapunov - Krasovskii 泛函，然后获得系统稳定性条件。Riccati 方程方法在前面已经介绍过，处理比较复杂。LMI 技术[56]可以将系统和控制中的很多问题转化为一个线性矩阵不等式(组)的可行性问题，或者转化为一个受矩阵不等式(组)约束的凸优化问题。1995 年，MathWork 公司在 MATLAB 中推出了求解线性矩阵不等式问题的 LMI 工具箱[57]，从而使人们能够更加方便和有效地处

理、求解线性矩阵不等式问题,进一步推动了 LMI 方法在系统和控制领域的应用。线性矩阵不等式处理方法可以克服 Riccati 方程处理方法中存在的许多不足。在线性矩阵不等式框架中研究不确定系统的鲁棒分析和综合问题时,所需要预先选择的参数要明显少于 Riccati 方程方法。线性矩阵不等式方法给出了问题解的一个凸约束条件,它一方面可以应用求解凸优化问题的有效方法来进行求解;另一方面,当求解这些凸约束条件时,所得到的可行解不是唯一的,而是一组满足要求的可行解。因而可以对这一组解做进一步优化,这一点在多目标鲁棒分析及综合问题中具有明显的优越性[24]。但是 LMI 技术的本质是将控制问题转化为线性矩阵不等式的求解,如果 LMI 有可行解,则系统一定稳定,但是如果没有可行解,也不表示系统不稳定,因此 LMI 得到的是充分条件,稳定性结果具有一定的保守性。

对随机系统进行稳定性分析时,由于方程中含有随机项,因此构造含有 $\dot{x}(t)$ 项的 Lyapunov 泛函是没有意义的。但是从随机系统模型(1-5)~(1-7)可以看出,随机系统方程是在确定性方程中,考虑了描述不确定性因素的某些随机过程。如果把这些随机过程用其数学期望所代替,随机系统方程则转为确定性系统方程。因此对随机系统的稳定性分析,在很多方面都利用了确定性系统分析的已有结果[58]。本书利用输入延时的方法对采样系统进行处理,将采样系统转变成了带有时滞的连续系统,因此本书主要借鉴时滞名义系统的研究方法。现在在时滞系统中,一个公认的研究结果是时滞相关(考虑时滞大小)的稳定条件的保守性要比时滞无关(不考虑时滞大小)的稳定条件的保守性小。因此对系统(1-5)可以构造如下的 Lyapunov 泛函:

$$V(t)=x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}x(t)+\int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}x(s)\mathrm{d}s+\int_{-h}^{0}\int_{t+\theta}^{t}f^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}f(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta+\int_{-h}^{0}\int_{t+\theta}^{t}g^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}g(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta \tag{1-8}$$

在上述 Lyapunov 函数中存在二次型双积分项,因此得到的稳定性分析结果是时滞相关的,可以降低结果的保守性。在推导 Lyapunov 泛函对时间 t 的导数时,两边取数学期望,那么系统中的随机项部分就不含随机变量了。同时双积分项变成单积分项,处理单积分项时,为了进一步降低保守性,可以利用以下确定性系统的分析方法:

(1)基于模型变换结合交叉项界定的方法

传统的方法是利用模型变换结合交叉项界定方法来处理单积分项。模型变换的目的是让系统方程中产生积分项,对交叉项的界定可以抵消单积分项,从而获得时滞相关条件[59]。Fridman 等[60]归纳了四种模型变换方法,Gu[61]指出,模型变换Ⅰ和Ⅱ将导致变换后的系统产生新的动态而与原系统不等价。随着 Park 不等式[62]和 Moon 不等式[63]的提出,对交叉项有了新的界定方法,产生了模型变换Ⅲ,由这个模型变换得到的新系统是和原系统等价的,这样就大大地克服了模型变换Ⅰ和Ⅱ带来的保守性。然而对交叉项的界定不可避免地会产生保守性。

(2)基于 Jensen 不等式的方法

Jensen 不等式也是一种得到时滞依赖的稳定性条件的有效方法。该方法没有使用模型

变换,从而得到了较低的保守性,即下述引理:

引理 1.1[64]

对于任何正定常数矩阵 $\boldsymbol{M}\in\mathbb{R}^{n\times n}$,标量 r_1 和 r_2 且满足 $r_1<r_2$,以及向量函数 $\dot{x}(\cdot)$:$[r_1,r_2]\to\mathbb{R}^n$,如果下面的积分存在,则有

$$-(r_2-r_1)\int_{r_1}^{r_2}x^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{M}x(s)\mathrm{d}s\leqslant-\left(\int_{r_1}^{r_2}x(s)\mathrm{d}s\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\left(\int_{r_1}^{r_2}x(s)\mathrm{d}s\right)$$

利用上述引理可以进行对积分项的处理,从而去掉积分项,该方法得到了广泛的应用[65-68]。

(3)基于自由权矩阵的方法

自由权矩阵方法是根据牛顿-莱布尼兹公式:

$$x(t)-x(t-h)-\int_{t-h}^{t}f(s)\mathrm{d}s-\int_{t-h}^{t}g(s)\mathrm{d}\omega(s)=0$$

那么,对于合适的维数的矩阵 $\boldsymbol{N}^T=(\boldsymbol{N}_1^T\quad \boldsymbol{N}_2^T)$,有下式成立:

$$2\xi^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{N}\left(x(t)-x(t-h)-\int_{t-h}^{t}f(s)\mathrm{d}s-\int_{t-h}^{t}g(s)\mathrm{d}\omega(s)\right)=0 \tag{1-9}$$

其中 $\xi^{\mathrm{T}}=(x^{\mathrm{T}}(t)\quad x^{\mathrm{T}}(t-h))$ 和 $\xi^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{N}=x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{N}_1+x^{\mathrm{T}}(t-h)\boldsymbol{N}_2$。将上式的左边加入到 Lypaunov 泛函沿着系统的随机微分中,由于 $\boldsymbol{N}_1$ 和 $\boldsymbol{N}_2$ 是自由的,并且,其最优值可以通过 LMI 的解来获得,这样就可以克服采用固定权矩阵带来的保守性。自由权矩阵方法最早是由何勇等[69-71]提出来的,用来获得时滞相关的稳定性条件,避免了模型变换,从而降低了结果的保守性。自由权矩阵方法已经广泛地应用于对时滞系统的稳定性分析[72-74],有效地降低了稳定性结果的保守性。

最近提出的时滞分割方法[75-77],结合自由权矩阵方法或 Jensen 不等式的方法,能够进一步降低结果的保守性。时滞分割是对系统中的常时滞 h 进行 r 次分割,r 为分割的数目,r 的大小与时滞的上界和结果的保守性有关,构造如下新的 Lyapunov - Krasovskii 函数:

$$V(t)=x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}x(t)+\int_{t-h/r}^{t}\gamma^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}\gamma(s)\mathrm{d}s+\int_{-h/r}^{0}\int_{t+\theta}^{t}f^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}f(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta+\int_{-h/r}^{0}\int_{t+\theta}^{t}g^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}g(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta \tag{1-10}$$

其中 $\gamma(t)^{\mathrm{T}}=[x^{\mathrm{T}}(t)\quad x^{\mathrm{T}}(t-h/r)\quad x^{\mathrm{T}}(t-2h/r)\quad\cdots\quad x^{\mathrm{T}}(t-(r-1)h/r)]$。随着分割整数 r 的增大,时滞上界值也会增大,稳定性分析结果的保守性会进一步降低。

1.3 网络化系统的预测控制研究方法

随着生产过程向大型、连续和强化方向发展,对产品和过程被控变量要求越来越多。这些工业生产装置的复杂化发展引起了生产过程的多变量、非线性、不确定性和时变性等特性。因此,这使传统的 PID 控制方式受到挑战。模型预测控制(MPC)对模型精度的要求不高,具有多样的预测模型、时变的滚动优化、在线校正的鲁棒性和方便的处理输入输出约

束等优点。这些优点决定了该方法能够有效地用于具有复杂过程的控制,如具有非线性、大滞后、耦合性和输入约束等特点的锅炉汽包水位控制。因此,越来越多的设计者采用了模型预测控制来实现对复杂过程系统的各个部分的控制,模型预测控制已成为系统与控制领域非常重要的研究问题之一。NCSs 的主要特性是控制器和控制对象间的信息传递是由通信网络来实现,这也是系统分析和设计的难点。这决定了 NCSs 的数学模型、分析和设计方法必然和常规的点对点通信模式的系统不同。

1.3.1 网络控制系统的主要建模方法

在图 1.3 所示的网络化控制系统中,u 是系统的控制输入;ω 是系统的干扰输入;x 是系统的状态变量;y 是系统的控制输出。计算机把传感器测量后得到的信号作为一个数列,通过网络送给控制器,用控制算法加以处理,进而产生一个新的输出信号,再经网络和执行器转换成模拟信号 u,作为控制信号送给控制对象。

在网络传输过程中,网络诱导延时、数据包丢失、量化误差和时变采样等问题是不可避免的。下面将对上述问题进行分析。

1. 网络诱导延时

网络中的延时一般包括传感器到控制器延时 τ_k^{sc}、控制器到执行器之间的延时 τ_k^{ca} 和控制器计算延时 τ_k^{c}。控制器的计算速度很快,可以把计算延时忽略。研究表明,网络延时主要体现为通道延时,这是因为节点失效或网络拥塞时,数据在网络传输通道上需要等待的时间。当控制器是事件驱动时,通常可以将 τ_k^{sc} 和 τ_k^{ca} 合在一起考虑,即网络延时 $\tau_k=\tau_k^{sc}+\tau_k^{ca}$。对多闭环网络控制系统而言,延时通常是随机或时变未知的。因此,在网络控制系统的研究中,假设延时是时变、未知、有界是比较合理的。考虑网络诱导延时时,闭环系统就转变成时滞系统。

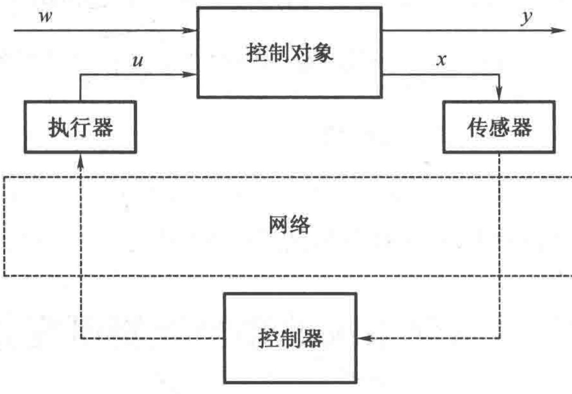

图 1.3 网络化控制系统简图

2. 数据包丢包

当节点失效或网络拥塞时,网络中就会出现数据包丢失的现象,简称丢包。

对丢包的数学描述主要用随机变量来描述。用随机变量伯努利分布描述丢包现象的模型，当丢包发生时，用“0”描述；没有丢包发生时，用“1”描述。此时，该网络化系统转变成随机系统。

3. 量化误差

在网络控制系统中，数据都要经过量化才能通过网络传输。为了获得更好的系统控制性能，必须考虑量化误差的影响。经常使用的量化器有静态量化器和动态量化器。静态量化器的量化层数固定且无记忆。动态量化器具有记忆性，是由一个范围可调节的动态参数和一个静态量化器构成。

当考虑上述网络通信问题，且控制对象是连续时域系统时，该网络化系统实质上就是一个采样系统。因此对于基于状态空间的多输入多输出网络化控制系统，离散时间系统在控制精度、抗干扰能力和可集成化等诸方面，有着连续系统无法比拟的优越性。在网络控制系统中，由于控制器本身是离散的，因此常将被控对象在采样时刻进行精确的离散化。当假设控制对象是离散系统时，该网络化系统将在离散时间系统框架下进行稳定性分析和控制器设计。

1.3.2　模型预测控制的主要研究方法

1. 模型预测控制的基本原理

预测控制是一种基于模型的计算机控制方法，因此它是基于离散控制系统的。预测控制不但利用当前的和过去的偏差值，而且用预测模型来预估过程未来的偏差值，以滚动确定当前的最优输入策略。其基本原理如下[78]：

(1)预测模型

预测控制是一种基于模型的控制算法，这一模型称为预测模型。预测模型的功能是根据对象的历史信息和未来输入预测未来输出。这里只强调模型的功能，而不强调其结构形式。因此，状态方程、传递函数这类传统的模型都可以作为预测模型。

(2)滚动窗口优化

在预测控制中，是以选定的性能指标的最优来确定控制作用的，比如，控制的结果往往是使对象的输出值与某一期望值的方差为最小，从而保证恒值调节或跟踪控制的精确度。然而，与传统意义下的离散最优控制不同的是，预测控制的优化是一种有限时段的滚动优化。在每一个采样时刻，优化性能指标只涉及从该时刻起未来有限的时间，到下一个采样时刻，这一优化时段同时向前推移。因此，预测控制不使用一个对全局相同的优化性能指标，而是在每一个时刻有一个相对于该时刻的优化性能指标，不同时刻优化性能指标的相对形式是相同的，但其绝对形式，即所包含的时间区域是不同的。因此，在预测控制中，优化不是一次离线进行的，而是反复在线进行的。

(3)反馈校正

由于模型的不准确，即对象结构与参数的时变，也由于外界环境的变化，使得按预测模

型给出的预测值与对象实际输出值之间不可避免地出现偏差，并按一定的加权修正方式对基于模型的预测值进行校正，使之更加逼近期望值，从而保证控制的高质量。

2. 模型预测控制的研究方法

对于模型预测控制问题，国内外学者主要采用三种方法来加以研究。

(1)采用有限脉冲响应模型，如动态矩阵控制。这种方法计算量减少，鲁棒性较强，适用于渐近稳定的线性过程。

(2)基于输入输出模型，广义预测控制。它的预测模型采用 CARMIA(离散受控自回归滚动平均模型)，克服了响应模型不能描述不稳定过程和难以在线辨识的缺点。广义预测保持最小方差自校正控制器的模型预测，在优化中引入了多步预测的思想，抗负载扰动、随机噪声、时延变化等能力显著提高，具有许多可以改变的各种控制性能的调整参数。它不但能用于开环稳定的最小相位系统，而且可用于非最小相位系统、不稳定系统和变时滞、变结构系统。它在模型失配情况下仍能获得良好的控制性能。

(3)基于状态空间模型，这类方法可以进行状态反馈和状态变量约束等。线性矩阵不等式(LMI)的广泛应用，使得解决控制问题已获得大量研究。本书采用的是基于 LMI 的鲁棒模型预测控制。

1.4 随机不确定采样系统的控制与分析的研究现状

1.4.1 随机系统的研究现状

随机系统的控制与滤波的发展是与随机过程理论的发展密切相关的，随机过程理论的发展为其提供了理论基础。随机过程理论产生于 20 世纪初期，最初在布朗运动、电话信息量和电子管的微粒效应噪声等问题的研究中取得了成果。科尔莫戈罗夫(A. N. Kolmogorov)1931 年发表的《概率论中的分析方法》，奠定了随机过程的数学理论基础。维纳(N. Wiener)[79]和科尔莫戈罗夫发展起来的滤波和预测理论，使从信号加噪声的观测中抽取有用信号成为可能，这是随机控制理论的一个重要基础，有重大理论价值。但由于维纳－科尔莫戈罗夫理论需要求解一种难于求解的积分方程(维纳－霍甫夫方程)，所以未能得到广泛应用。

伊藤清(K. Itô)发表了《论随机微分方程》一文，随后，其对随机微分方程的研究受到了广泛重视，并渗透到很多领域。

对随机系统的控制和滤波研究的一个重大突破是卡尔曼(R. E. Kalman)在文献[80]中提出的用一个状态方程和一个测量方程来完整地描述线性动态系统，并在最小均方误差准则下给出了滤波的递推算法。卡尔曼等在文献[81]中把滤波方法推广到连续系统中，得到了著名的“Kalman－Busy 滤波理论”。这一理论克服了维纳滤波理论的上述缺点，将滤波理论推到了一个新的阶段，也是现代控制理论的一个重要基础，大大推动了现代控制理论的