

統計即是化繁為簡、掌握過去、預測未來的智勝之學

統計學 新增 600 題



Statistics 600 Q & A

程大器 編著

智勝
BEST-WISE

統計學 Statistics 新增 600 題 600 Q & A

程大器 編著

智勝文化

統計學新增 600 題

Statistics 600 Q & A

國家圖書館出版品預行編目資料

統計學新增 600 題 = Statistics 600 Q & A /

程大器編著. — 六版. — 臺北市：智勝文

化, 2004[民 93]

面；公分

ISBN 957-729-409-X (平裝)

1. 統計學 — 問題集

510.22

93001828

作 者/程大器

發行人/紀秋鳳

出版/智勝文化事業有限公司

地 址/台北市 100 館前路 26 號 6 樓

電 話/(02)2388-6368

傳 真/(02)2388-0877

郵 撥/16957009 智勝文化事業有限公司

登記證/局版臺業字第 5177 號

總經銷/知識達圖書發行有限公司

傳 真/(02)2312-2288

出版日期/2004 年 3 月六版

定 價/620 元

ISBN 957-729-409-X



Statistics 600 Q & A

by Cherng Dah Chih

Copyright 2004 by Cherng Dah Chih

Published by BestWise Co., Ltd.

智勝網址: www.bestwise.com.tw

本書之文字、圖形、設計均係著作權所有，若有抄襲、模仿、冒用情事，依法追究。
如有缺頁、破損、裝訂錯誤，請寄回本公司調換。

六版序

有鑑於統計考題及統計論述之範圍愈來愈廣，連帶使得考試命題的範圍及題型也愈趨靈活，因此乃有大幅修訂此書之動機，欲使本書所包含之內容更趨嚴謹，且讓讀者在課後練習時更能體會及發現思考上之死角，進而提升讀者在升學考試上之競爭能力。六版增修之題型，主要在於增加大量的英文題型及高等統計學中部分較深入之題型，並將原有較簡單且重複性較高之題型刪除，增加一些觀念性的題目，以及較為簡單的數理統計部分之題型，以便因應日益困難之考試題型，使讀者在面對多變之考題時更能得心應手。由於六版乃為全新排版，不僅內容更新多且重新打字，因此筆者在力求詳盡完備之時，難免有疏漏或謬誤之處，尚祈讀者及先進不吝指正。

最後，感謝助教莞婷及智勝文化事業所有同仁之支持與協助，使本書無論在編排及版面設計上，皆能引人入勝，更期盼藉由此設計，能使讀者有更良好的學習效果。

智勝文化 2024.2.1

Contents

目錄

STATISTICS 6000 Q&A

Part 1	敘述統計	
	題 1-17	1
Part 2	簡單機率	
	題 18-60	21
Part 3	機率分配	
	題 61-114	63
Part 4	常見機率分配	
	題 115-196	129
Part 5	抽樣分配	
	題 197-264	213
Part 6	估計	
	題 265-339	277
Part 7	假設檢定	
	題 340-402	357
Part 8	變異數分析	
	題 403-436	429

Part 9	迴歸分析	
	題 437-528	485
Part 10	無母數分析	
	題 529-584	607
Part 11	決策分析、時間數列與指數	
	題 585-603	681
	附錄	709

Part 1

敘述統計

Statistics 600 Q&A.....●

Text 1

The following data are the ages of a sample of employees from a government department:

42	53	61	20	28
48	47	42	38	39
33	27	36	40	44
44	35	35	64	52
31	43	56	23	46

- (1) Construct a stem and leaf display for the ages.
- (2) Find the median, the lower quartile, and the 60th percentile of the ages.
- (3) Compute the mean and variance of the sample data.
- (4) Compute the range of the data.

●.....ANS.....

- (1) 可將十位數視為莖 (stem)，而個位數視為葉 (leaf)，即

stem	leaf
2	0 8 7 3
3	8 9 3 6 5 5 1
4	2 8 7 2 0 4 4 3 6
5	3 2 6
6	1 4

(2) ① $\therefore \frac{n+1}{2} = \frac{25+1}{2} = 13$ ，故中位數為 $M_e = X_{(13)} = 42$

② $\therefore \frac{n+1}{4} = \frac{25+1}{4} = 6.5$ ，故第一個四分位數為

$$Q_1 = X_{(6)} + 0.5(X_{(7)} - X_{(6)}) = 33 + 0.5(35 - 33) = 34$$

③ $\therefore \frac{60(n+1)}{100} = \frac{60(25+1)}{100} = 15.6$ ，故 60 百分位數為

$$P_{60} = X_{(15)} + 0.6(X_{(16)} - X_{(15)}) = 43 + 0.6(44 - 43) = 43.6$$

$$(3) \textcircled{1} \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{1027}{25} = 41.08$$

$$\textcircled{2} \because \sum_{i=1}^n X_i = 1027, \sum_{i=1}^n X_i^2 = 45147$$

$$\therefore S^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2}{n} \right] = \frac{1}{25-1} \left[45147 - \frac{(1027)^2}{25} \right] \doteq 123.243$$

$$(4) R = X_{(n)} - X_{(1)} = 64 - 20 = 44$$

Text 2

A fund manager reported that his previous performance of past three years are respective 35%, -55%, 86%, the average performance is 22%, which is better than the 20% of the market. Do you agree with his assertion? Explain.

ANS

一般在計算關於平均成長率、變動率或百分比資料時，以幾何平均數較適合，因此以算術平均數

$$\bar{X} = \frac{35\% + (-55\%) + 86\%}{3} = 22\%$$

來表示其平均報酬率是不適合的，應該以幾何平均數

$$G = \sqrt[3]{(1+0.35)(1-0.55)(1+0.86)} - 1 \doteq 0.0416$$

來表示較適合，因此，此基金經理人平均報酬率為 4.16%。

Text 3

中華職棒聯盟在最近之職棒球季中，宣稱觀賞該聯盟職棒比賽之每場平均人數為 8000 人，而其標準差為 800 人，試利用謝比雪夫定理回答下列之問題：

- (1) 求出一觀賞職棒人數之區間，其中至少包含有 75% 以上的比賽場次。
- (2) 求出一觀賞職棒人數之區間，其中至少包含有 $\frac{8}{9}$ 以上的比賽場次。
- (3) 該聯盟宣稱至少有 90% 以上之比賽，其觀眾人數介於 4800 人與 11200 人之間，根據上述資料，中華聯盟的話成立嗎？

●.....ANS.....

- (1) $\because \bar{X} = 8000, S = 800$ ，由謝比雪夫定理知

$$\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \times 100\% = 75\% \quad \therefore k = 2$$

故此區間為 $(\bar{X} - kS, \bar{X} + kS)$

$$\Rightarrow (8000 - 2 \times 800, 8000 + 2 \times 800) \Rightarrow (6400, 9600)$$

- (2) $\because 1 - \frac{1}{k^2} = \frac{8}{9} \quad \therefore k = 3$

故由謝比雪夫定理可知所求之區間為

$$(8000 - 3 \times 800, 8000 + 3 \times 800) \Rightarrow (5600, 10400)$$

- (3) $\because$ 區間 $(4800, 11200)$ 可寫為

$$\Rightarrow (8000 - 4 \times 800, 8000 + 4 \times 800)$$

故知 $k = 4$ ，且由謝比雪夫定理知，在區間 $(4800, 11200)$ 之比例至少為

$$\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \times 100\% = 93.75\%$$

因此聯盟之宣稱可成立。

Text 4

甲生在班上某學期的三次段考成績及班上 60 人的平均成績和變異數分別如下表：

段考	甲生	平均成績	變異數
一	75	80	16
二	65	70	25
三	45	55	9

試問：

- (1) 甲生在班上三次成績中，哪一次表現較突出？
- (2) 班上三次考試中，哪一次考試離散程度較小？
- (3) 在第二次考試中，請分別以經驗法則及謝比雪夫不等式判斷有多少人的成績介於區間 (60, 80) 之間？

●.....ANS.....

- (1) 要瞭解甲生在班上三次成績哪一次較突出，必須以標準化分數瞭解其每次考試成績之相對位置，即

$$Z_1 = \frac{75 - 80}{4} = -1.25$$

$$Z_2 = \frac{65 - 70}{5} = -1$$

$$Z_3 = \frac{45 - 55}{3} = -3.3333$$

$\therefore Z_2 > Z_1 > Z_3$ ，故甲生在第二次考試中較突出。

- (2) 要比較三次考試之離散程度必須以變異係數作比較，因

$$CV_1 = \frac{4}{80} \times 100\% = 5\%$$

$$CV_2 = \frac{5}{70} \times 100\% = 7.14\%$$

$$CV_3 = \frac{3}{55} \times 100\% = 5.45\%$$

故知 CV_1 最小，亦即第一次考試其離散程度較小。

- (3) $\therefore \mu = 70, \sigma = 5$

$$\text{又 } (60, 80) = (70 - 2 \times 5, 70 + 2 \times 5) = (\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$$

① 若以經驗法則知約有 95% 考生成績會在此區間內，亦即約有 57 人。

② 若以謝比雪夫不等式知至少有 $\frac{3}{4}$ 考生成績會在此區間內，亦即至少有 45 人成績在區間 (60, 80) 內。

Text 5

若從統計系 A、B、C 三班中，抽取 60 位同學，發現期末考試中成績最高分為 96，最低分為 36，試問：

(1) 此 60 人中成績最大可能標準差為多少？

(2) 此 60 人中成績最小可能標準差為多少？

●.....ANS.....

(1) 將所有 n 位成績分兩類，即 $\frac{n}{2}$ 個成績皆視為最低分 36， $\frac{n}{2}$ 個成績視為最高分 96，則知此時變異數為最大，又平均數為

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{30 \times 36 + 30 \times 96}{60} = 66$$

故此時最大變異數為

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} = \frac{30(36 - 66)^2 + 30(96 - 66)^2}{60 - 1} \doteq 915.254$$

亦即最大標準差可能為 $S = \sqrt{915.254} \doteq 30.253$

(2) 將所有 n 個人成績中之其中一人視為 96，另一人視為 36，而其餘 $n - 2$ 位皆視為中間成績，則知此時變異數為最小，又平均數為

$$\bar{X} = \frac{96 + 58 \times 66 + 36}{60} = 66$$

故最小變異數為

$$S^2 = \frac{(96 - 66)^2 + 58(66 - 66)^2 + (36 - 66)^2}{60 - 1} = 30.508$$

亦即最小標準差可能為 $S = \sqrt{30.508} \doteq 5.523$

Text 6

試根據下列之次數分配表求：(1)算術平均數 $\bar{X}$ ；(2)中位數 M_e ；(3)以 King's、Czuber、Pearson 法則求眾數。

組界	0.5 ~ 1.5	1.5 ~ 2.5	2.5 ~ 3.5	3.5 ~ 4.5	4.5 ~ 5.5	5.5 ~ 6.5	6.5 ~ 7.5
次數	14	36	24	12	8	4	2

●.....ANS.....

依題意知

組 界	組次數 (f_i)	組中點 (m_i)	累積次數 (F_i)
0.5 ~ 1.5	14	1	14
1.5 ~ 2.5	36	2	50
2.5 ~ 3.5	24	3	74
3.5 ~ 4.5	12	4	86
4.5 ~ 5.5	8	5	94
5.5 ~ 6.5	4	6	98
6.5 ~ 7.5	2	7	100
合 計	100		

$$\begin{aligned}
 (1) \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^k f_i m_i}{n} \\
 &= \frac{14 \times 1 + 36 \times 2 + 24 \times 3 + 12 \times 4 + 8 \times 5 + 4 \times 6 + 2 \times 7}{100} = 2.84
 \end{aligned}$$

(2) 中位數為

$$\begin{aligned}
 M_e &= \ell + \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \times c \\
 &= 1.5 + \frac{50 - 14}{36} \times 1 = 2.5
 \end{aligned}$$

(3) ① King's 法則

$$M_o = \ell + \frac{f_{+1}}{f_{-1} + f_{+1}} \times c = 1.5 + \frac{24}{14 + 24} \times 1 = 2.132$$

② Czuber 法則

$$M_o = \ell + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times c = 1.5 + \frac{(36 - 14)}{(36 - 14) + (36 - 24)} \times 1 = 2.147$$

③ Pearson 法則

$$M_o = \bar{X} - 3(\bar{X} - M_e) = 2.84 - 3 \times (2.84 - 2.5) = 1.82$$

Text 7

某信託公司最近 6 件房屋抵押貸款之利率樣本資料如下：

12.5 13.2 11.2 13 12 12.5

試利用上述之資料，計算：(1)算術平均數；(2)中位數；(3)眾數；(4)變異數；(5)變異係數。

●-----ANS-----

(1)算術平均數為

$$\bar{X} = \frac{12.5 + 13.2 + 11.2 + 13 + 12 + 12.5}{6} = \frac{74.4}{6} = 12.4$$

(2)將資料由小至大排列為

11.2 12 12.5 12.5 13 13.2

$\because n = 6$ 為偶數，故知中位數為

$$M_e = \frac{X_{(3)} + X_{(4)}}{2} = \frac{12.5 + 12.5}{2} = 12.5$$

(3)在上述 6 個資料中出現次數最多者為 12.5，故知眾數

$$M_o = 12.5$$

(4) $\because \sum_{i=1}^n X_i^2 = 925.18$ ， $\bar{X} = 12.4$

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} = \frac{1}{n - 1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right] \\ &= \frac{1}{5} [925.18 - 6(12.4)^2] = 0.524 \end{aligned}$$

(5)變異係數為

$$CV = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\% = \frac{\sqrt{0.524}}{12.4} \times 100\% = 5.84\%$$

Text 8

某校商學院學生中抽取 51 人，其統計學考試成績之平均數為 62 分，標準差為 3 分，後因有某位同學考試作弊，且成績為 70 分，此分數必須取消。試問剔除該名作弊者後，所剩下 50 人之平均數及標準差為

若干？

●.....ANS.....

$\therefore \bar{X} = 62$ ， $n = 51$ ，故知 $\sum_{i=1}^n X_i = n\bar{X} = 3162$

因此剩下 50 人之平均數為

$$\bar{X}^* = \frac{3162 - 70}{50} = 61.84 \text{ (分)}$$

又 $S = 3$ (分)，即 $S^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right] = 9$

$\therefore \frac{1}{51-1} \left[\sum_{i=1}^n X_i^2 - 51(62)^2 \right] = 9$ ，即可知 $\sum_{i=1}^n X_i^2 = 196494$

故新的變異數為

$$S_*^2 = \frac{1}{49} [196494 - (70)^2 - 50(61.84)^2] = 7.8514$$

亦即 $S_* = \sqrt{7.8514} \div 2.802$

Text 9

自品牌觀察 40 個電池之壽命分配如下：

組別	組 界	組次數	組中點
1	1.45 ~ 1.95	2	1.7
2	1.95 ~ 2.45	1	2.2
3	2.45 ~ 2.95	4	2.7
4	2.95 ~ 3.45	15	3.2
5	3.45 ~ 3.95	10	3.7
6	3.95 ~ 4.45	5	4.2
7	4.45 ~ 4.95	3	4.7
合計		40	

試求：(1)算術平均數；(2)中位數；(3) Q_3 ；(4)偏態係數；(5)峰態係數。

●.....ANS.....

組 界	組次數 (f_i)	組中點 (m_i)	累積次數 (F_i)
1.45 ~ 1.95	2	1.7	2
1.95 ~ 2.45	1	2.2	3
2.45 ~ 2.95	4	2.7	7
2.95 ~ 3.45	15	3.2	22
3.45 ~ 3.95	10	3.7	32
3.95 ~ 4.45	5	4.2	37
4.45 ~ 4.95	3	4.7	40
合 計	40		

$$\begin{aligned}
 (1) \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^k f_i m_i}{n} \\
 &= \frac{2 \times 1.7 + 1 \times 2.2 + 4 \times 2.7 + 15 \times 3.2 + 10 \times 3.7 + 5 \times 4.2 + 3 \times 4.7}{40} \\
 &= \frac{136.5}{40} = 3.4125
 \end{aligned}$$

$$(2) \because F_{i-1} < \frac{n}{2} < F_i, \text{ 即 } 7 < \frac{40}{2} < 22, \text{ 故中位數為}$$

$$M_e = \ell + \frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \times c = 2.95 + \frac{20 - 7}{15} \times 0.5 = 3.3833$$

$$(3) \because F_{i-1} < \frac{Mn}{100} < F_i, \text{ 即 } 22 < \frac{75 \times 40}{100} < 32, \text{ 故第三個四分位數為}$$

$$\begin{aligned}
 Q_3 &= \ell + \frac{\frac{Mn}{100} - F_{i-1}}{f_i} \times c \\
 &= 3.45 + \frac{\frac{75 \times 40}{100} - 22}{10} \times 0.5 = 3.85
 \end{aligned}$$

$$(4) \because m'_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i m_i = \frac{136.5}{40} = 3.4125$$

$$m'_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i m_i^2 = \frac{484.75}{40} = 12.11875$$

$$m'_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i m_i^3 = \frac{1779.165}{40} = 44.479125$$

$$m'_4 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i m_i^4 = \frac{6719.4835}{40} = 167.9871$$

$$\text{又 } m_2 = m'_2 - (m'_1)^2 = 12.11875 - (3.4125)^2 = 0.4736$$

$$\begin{aligned} m_3 &= m'_3 - 3m'_2 m'_1 + 2(m'_1)^3 \\ &= 44.479125 - 3(12.11875)(3.4125) + 2(3.4125)^3 = -0.1084 \end{aligned}$$

$$\therefore \beta_1 = \frac{m_3}{(\sqrt{m_2})^3} = \frac{-0.1084}{(\sqrt{0.4736})^3} = -0.3326$$

$$\begin{aligned} (5) \text{ 又 } m_4 &= m'_4 - 4m'_3 m'_1 + 6m'_2 (m'_1)^2 - 3(m'_1)^4 \\ &= 167.9871 - 4(44.479125)(3.4125) + 6(12.11875)(3.4125)^2 - 3(3.4125)^4 \\ &= 0.7665 \end{aligned}$$

$$\therefore \beta_2 = \frac{m_4}{m_2^2} = \frac{0.7665}{(\sqrt{0.4736})^4} = 3.4173$$

Text 10

從班上同學中抽取一組同學，其統計成績分別如下：

25 14 10 12 18

今若想要利用這些資料轉換成一筆新資料，使其平均成績成為 70 分，標準差成為 5 分，則新資料為何？

●.....ANS.....

∴ 原始資料之平均數及標準差分別如下，即

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{25 + 14 + 10 + 12 + 18}{5} = 15.8$$

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2}{n-1}}$$