

TURING

图灵新知

Professor Stewart's Hoard of Mathematical Treasures



[英] 伊恩·斯图尔特◎著 张云◎译

数学万花筒2

(修订版)



中国工信出版集团



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

TURING

图灵新知

Professor Stewart's Hoard of Mathematical Treasures



[英] 伊恩·斯图尔特◎著 张云◎译

数学万花筒2

(修订版)

人民邮电出版社

北京

图书在版编目 (C I P) 数据

数学万花筒. 2 / (英) 伊恩·斯图尔特著 ; 张云译.
— 修订本. — 北京 : 人民邮电出版社, 2017. 4
(图灵新知)
ISBN 978-7-115-44984-9

I. ①数… II. ①伊… ②张… III. ①数学—普及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第036602号

内 容 提 要

本书是《数学万花筒(修订版)》、《数学万花筒3: 夏尔摩斯探案集》的姊妹篇。在保持一贯的大杂烩风格, 收集大量有趣的数学游戏、谜题、故事和八卦之外, 伊恩·斯图尔特教授还记录下了海盗红胡子船长和考古学家科罗拉多·史密斯的寻宝冒险。同样地, 本书最后给出了那些有已知答案的问题的解答, 以及相关话题的更多信息。本书适合各种程度的数学爱好者阅读。修订版对2012年版的译文进行了全面整理提升。

◆ 著 [英] 伊恩·斯图尔特
译 张 云
责任编辑 楼伟珊
责任印制 彭志环

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京丰台区成寿寺路11号
邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
北京艺辉印刷有限公司印刷

◆ 开本: 880×1230 1/32
印张: 10.25
字数: 307千字 2017年4月第2版
印数: 6 501 - 11 500册 2017年4月北京第1次印刷

著作权合同登记号 图字: 01-2011-0740号

定价: 39.00元

读者服务热线: (010)51095186转600 印装质量热线: (010)81055316

反盗版热线: (010)81055315

广告经营许可证: 京东工商广字第 8052 号

目 录

下一个抽屉·····	1	胡杜尼的骰子·····	30
计算器趣题 1·····	6	可形变多面体·····	30
上下颠倒的年份·····	6	但六角手风琴呢? ·····	32
不幸的莉拉沃蒂·····	7	风箱猜想·····	33
十六根火柴·····	8	数字立方·····	35
被吞食的大象·····	8	对数学家吸引力不大·····	35
幻圆·····	9	鸵鸟蛋的表面积是多少? ·····	37
挪车棋·····	9	将 ORDER 变成 CHAOS·····	40
数字把戏·····	10	大数·····	41
算盘的奥秘·····	12	溺水的数学家·····	45
红胡子的宝藏·····	15	数学家和海盗·····	45
变脸六边形·····	16	毛球定理·····	48
等号是谁发明的? ·····	18	正放和倒放的茶杯·····	50
星剪旗·····	19	密码·····	52
巴比伦计数法·····	19	当 $2+2=0$ 时·····	55
幻六边·····	23	可以公开的密码·····	58
科拉茨-叙拉古-乌拉姆问题·····	24	日历魔术·····	61
珠宝匠的困境·····	27	数学家和猫·····	62
谢默斯所不知道的·····	27	十一法则·····	64
为什么吐司落地时总是抹料的		成倍的数字·····	65
一面着地·····	28	共同知识·····	65
抹料的猫悖论·····	29	腌洋葱谜题·····	68
林肯的狗·····	30	猜牌·····	69

现在用一整副牌	70	计算器趣题 2	114
万圣节=圣诞节	70	哪个大?	114
埃及分数	70	无穷级数	115
关于埃及分数的一个古怪事实	74	非同寻常的证明	117
贪婪算法	75	科罗拉多·史密斯 2: 太阳 神殿	119
如何搬一张桌子	77	为什么我不能像做分数乘法 那样做分数加法?	121
用长方形拼成正方形	78	剧情反转	122
拜伦论牛顿	78	资源整合	124
宝藏就在标×处	78	自我复制瓷砖	124
反物质究竟是什么?	80	钻环面的空子	126
如何看到里面的东西	85	卡塔兰猜想	127
数学家论数学	89	平方根符号的起源	129
维特根斯坦的羊	91	熊出没注意	130
比萨盒斜塔	91	火腿三明治定理	130
派达哥拉斯招牌果馅派	95	暴躁气星上的板球	133
方片框	96	他的眼里只有数	134
倒水问题	97	多出的一块	135
亚历山大的长角曲面	98	另一个椰子	136
完全数、盈数、亏数以及 亲和数	99	芝诺做了什么?	137
射箭练习	101	五枚银币	142
科罗拉多·史密斯: 失落的 草席	102	天空中的圆周率	143
月有阴晴圆缺	104	狗的蹊跷表现	145
证明的技巧	106	数学要难	145
转念一想	107	一个四色定理	147
杜德尼如何钻劳埃德的空子	108	混沌之蛇	147
钻水管的空子	109	概率是多少?	148
天体共振	110	极简数学史	149

史上最短数学笑话	153	海盗之道	189
全球变暖大骗局?	153	侧线避车	190
猜牌 2	160	请明确您的意思	191
无限循环小数 $0.999\dots$ 等于 多少?	160	平方数、数列和数字之和	191
已死量的幽灵	162	希尔伯特的暗杀名单	192
发财行业	164	应关闭哪家医院?	196
莱奥纳尔多的难题	164	如何将一个球面的里面翻到 外面	197
同余数	165	火柴智力题	202
心不在焉的人	167	一根绳子走进一个酒吧	202
填数游戏	168	切蛋糕	203
我会躲开袋鼠吗?	168	圆周率符号的起源	203
克莱因瓶	169	镜子大厅	204
统计数字	173	木星-特洛伊群小行星	205
用棍子做乘法	174	滑动硬币	207
太阳照常升起	177	怎样才能赢	208
数学家和猫 2	178	无限猴子定理	209
有界质数幻方	179	猴子与进化论	210
格林-陶哲轩定理	179	欧几里得谜题	212
波塞利耶连杆机构	181	通用推荐信	212
π 的更好的近似值	182	路径游戏	213
仅限微积分熟手	184	填数游戏: 威力加强版	214
雅典娜神像	185	魔法手帕	215
计算器趣题 3	185	对称性速成	216
补齐幻方	186	算 100 点: 修订版	219
外观数列	186	质数的一种无穷性	220
非数学家论数学	187	用分数算 100 点	221
欧拉猜想	188	哦, 难怪如此	222
第一百万位数字	189	生命、递归以及一切的一切	222

不成立, 不曾提出, 未被证明	224	避开邻居	244
证明 $2+2=4$	224	改变研究方向	244
甜甜圈	225	飞轮不动	245
接吻数	225	点的放置问题	246
翻身陀螺	228	平面国的国际象棋	247
何时结非结?	228	无限大乐透	248
阶乘符号的起源	230	经过的客轮	248
朱尼珀格林游戏	230	最大的数是 42	249
数学元笑话	235	数学未来史	250
超越第四维	236	曝光解答	253
斯莱德的辫子	243		

下一个抽屉……

数学家是将咖啡变成定理的机器。

——保罗·埃尔德什

在我十四岁时，我开始搜集有趣的数学谜题和故事。到现在我已坚持了五十多年，所搜集的内容也早已多到一个笔记本装不下。所以当有出版社建议我出一本数学大杂烩时，我完全不用担心内容的匮乏。所以就有了上一本书：《数学万花筒》。

该书于2008年出版，而到了年末圣诞将近时，它的销量直往上蹿。等到节礼日，它已上升到一份知名的全国性畅销书排行榜的第十六位。而到次年一月份末，它达到了最高的第六位。一本数学书竟与斯蒂芬妮·梅尔、巴拉克·奥巴马、杰米·奥利弗和保罗·麦肯纳等人的作品并驾齐驱。

当然，这完全出乎大家的意料：大家通常认为没有那么多人会对数学感兴趣。要么是我的亲戚买了很多很多本，要么就是常规的观点需要重新加以审视。所以当我收到出版社发来的电子邮件，询问是否可能出本续集时，我心想：“我那一夜成名的文件柜里还塞满一众好东西，为什么不呢？”这样它们中的一些得以离开黑暗的抽屉，重见天日，结集成为你手上的这本《数学万花筒2》。

这是一本你去荒岛时可以携带上的书。像上一本书一样，你可以从任意一处开始阅读。事实上，即使把这两本书掺杂在一起，你仍然可以

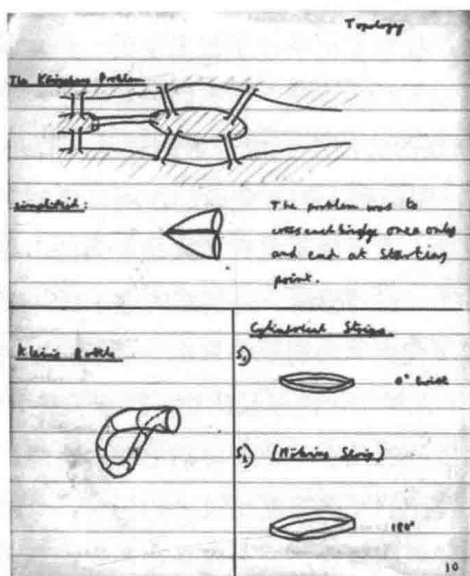
从任意一处开始阅读。大杂烩，正如我之前所说，就该五花八门。它不需要遵循什么确定的逻辑顺序。实际上，它也不应该惧怕缺乏逻辑。如果我打算把一个表明猴子有多大可能性随机打出莎士比亚全集的计算夹在一个讲述斯堪的纳维亚各国王通过掷骰子决定某座岛屿归属的故事与一道据称由欧几里得发明的谜题之间，那又有何不可呢？

我们现在生活在一个越来越难找到大块时间通过漫长复杂的论证或讨论来系统思考或学习的世界。诚然，这仍是获得新知的最佳方式——我并不贬低这种方法。当条件允许时，我甚至自己也会试着这样做。但当这种学术化的方法不可行时，还存在另一种替代方法，而它只需时不时地抽出几分钟时间。显然，有很多人发现这种方式很对胃口，所以这次我又故技重施。正如一位电台书评人曾对《数学万花筒》评论的（我愿意相信他是出于好意）：“我觉得它是一本理想的厕所书。”现如今，埃夫丽尔和我实际上已经不再留书在厕所里供客人阅读，因为我们不希望在凌晨一点钟砰砰敲开厕所门，把发现《战争与和平》出人意料吸引人的客人拽出来。而我们自己也希望避免在厕所乐而忘起。

但那位书评人说得没错。就像上一本书，本书属于适合在火车、飞机或海滩上看的一类书。在节礼日观看体育节目和肥皂剧的空隙，你也可以把它拿出来随便翻翻，或者选取任何你感兴趣的部分。

本书旨在给你带来欢乐，而不是要让你用功费力。这不是一次考试，其中没有国家统一课程，也没有空要填。你不需要做好充分准备。直接拿起来读就是了。

有些内容确实可以构成一个连贯的序列，所以我把它们安排到了一起，并且有时前面的内容会为后面的内容作些铺垫。所以如果你碰到一些用语未加解释的情况，那很可能是我在之前的话题中已经讨论过它们。除非我认为它们无须解释，或者我忘了。你可以迅速浏览一下前面的话题，看看有没有相关的解释。如果幸运的话，你甚至还可能找到它们。



我的第一个数学笔记本中的一页

当我翻检文件柜的抽屉，搜寻适合本书的新内容时，我还是在心里把它们归了归类：谜题、游戏、流行语、幽默段子、常见问题、轶事、背景信息、笑话、奇闻、道听途说、悖论、民间传说、秘闻，如此等等。谜题还有许多子类别（传统谜题、逻辑谜题、几何谜题、代数谜题等），并且上述类别多有重叠。我确实曾想过为各话题标上符号，告诉你它们各属哪一类，但那样的话，符号会太多。不过，少许标记可能还是会有帮助。

谜题很容易与其他大部分类别区别开来，因为它们的末尾均有“详解参见第某某页”的字样。有一些谜题会比其他的稍难，但没有一个是特别难的。参考答案往往值得一读，哪怕你没有思考过问题。当然，如果你尝试过解决问题，而不论你多快就放弃了，你会对答案有更好的理解。有些谜题被放置在一个更长的故事中，但这并不意味着谜题会很难，而只是说明我喜欢讲故事。

几乎所有话题，任何还记得在学校里学的一点数学知识，并仍保留对数学的一点兴趣的人都能读懂。常见问题解释了我们在学校里学的一些东西。为什么分数的加法不能像分数的乘法那样做？无限循环小数 $0.9999\dots$ 等于几？这些问题人们常会问起，所以这似乎是个好机会解释一下它们背后的思想。这可能不是你预期想看到的，在一个例子中甚至也不是我预期想写的，但要感谢一封偶然的电子邮件改变了我的想法。

然而，我们在学校里学到的数学只是一项大得多的人类活动的一小部分，而后者纵贯了人类文化的漫长历史，横跨了整个星球的广袤疆域。数学对于影响我们生活的几乎一切（移动电话、医药、气候变化等）都不可或缺，并且它现在的发展速度比过去的任何一个时期都要快。但数学的大多数影响都发生在幕后，这很容易让人意识不到它们。因此，在本书中，我用了更多一些的篇幅介绍数学那些奇怪或不常见的应用，既有在日常生活中的，也有在前沿科学中的。相应地，留给纯数学难题的篇幅则要更少一些，主要是因为我在《数学万花筒》中已经涵盖了其中几个重要的问题。

这些应用涉及从求鸵鸟蛋的表面积到求解大爆炸后不久物质多于反物质的难题，不一而足。我还收录了一些数学史话题，比如巴比伦数字、算盘和埃及分数等。数学的历史可追溯到至少五千年前，而在遥远过去作出的发现在今天仍起着重要作用，因为数学是一门建基于过去成果的学科。

有些内容要比其他的篇幅更长，它们涉及一些你可能在新闻上看到过的重要话题，比如第四维、对称性或者将球面外翻。这些内容不一定都超出了学校里所学数学的范围，但一般来说，它们考虑的方向完全不同。这些话题涉及的数学要比我们大多数人意识到的多得多。我还不时在参考答案中添加了一些有关技术细节的注释。这些细节是我觉得有必要加以说明的，或者容易被忽视的。另外必要时，我也给出了对《数学

万花筒》的相互参照。

偶尔你可能会碰到一个看起来很复杂的公式——尽管大部分这样的公式已被我放到书后面的注释中。如果你痛恨公式，你大可跳过这些部分。公式放在那里是为了让你看看它们长什么样子，而不是因为你需要记住它们以通过考试。有些人确实喜欢公式——它们可以非常之美，尽管不可否认，发现和欣赏这种美需要训练。但我还是不希望避重就轻，忽略关键细节；我个人觉得这很令人生厌，就像有些电视节目大谈某个新发现多么激动人心，却实际上没有告诉观众任何干货。

尽管本书的内容安排很随机，但最好的阅读方式很可能还是最显而易见的方武：从头读至尾。这样，你不会最终发现读了同一个地方六遍，却忽略了某些有趣得多的东西。不过当你意识到自己打开了一个错误的“抽屉”时，你还是应该当机立断，跳到下一部分内容。

当然，这不是唯一可能的阅读方式。在我职业生涯的大部分时间里，我读数学书都是先从后往前快速浏览，直到发现一些看上去有趣的内容，然后再继续往前翻，直到找到那部分内容所用的技术用语的定义，然后才按通常的从前往后的方式阅读，一探究竟。

这种方式适合我。你可能会更喜欢传统的方式。

伊恩·斯图尔特

2009年4月于英国考文垂

计算器趣题 1

拿出计算器，计算以下算式：

$$(8 \times 8) + 13$$

$$(8 \times 88) + 13$$

$$(8 \times 888) + 13$$

$$(8 \times 8888) + 13$$

$$(8 \times 88888) + 13$$

$$(8 \times 888888) + 13$$

$$(8 \times 8888888) + 13$$

$$(8 \times 88888888) + 13$$

详解参见第254页。

上下颠倒的年份

有一些数字上下颠倒时看上去是一样的：0, 1, 8。还有两个数字，其中一个颠倒就成了另一个：6, 9。其余的几个数字，2, 3, 4, 5和7，则上下颠倒时根本不像数字。所以1691年上下颠倒后，看上去跟原来的一样。

过去的哪一年是离现在最近且上下颠倒后看上去一样的年份？

未来的哪一年是下一个上下颠倒后看上去一样的年份？

详解参见第254页。

不幸的莉拉沃蒂



莉拉沃蒂

婆什迦罗（又称婆什迦罗二世）是位伟大的古印度数学家，生于1114年。他其实是位天文学家：在古印度文化中，数学作为一种技术，主要为天文学服务。数学出现在天文学文献中，还不是一门独立的学科。婆什迦罗的著名著作之一是《莉拉沃蒂》（*Lilavati*）。关于它还有一个故事。

根据阿克巴大帝的宫廷诗人费济的记载，莉拉沃蒂是婆什迦罗的女儿。她到了适婚年龄，所以婆什迦罗专门为她占卜星卦来确定婚礼的吉日。（到了文艺复兴时期，许多数学家便以占卜星卦为营生。）婆什迦罗（显然个性有点张扬）想到了一个好主意，可以使他的预测看上去更激动人心。他在一只茶杯底部打了个孔，让它漂浮在一个水碗里，并通过巧妙设计，使得杯子在吉日到来之时正好沉下去。

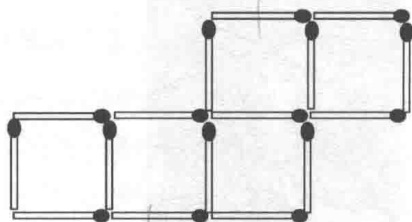
不幸的是，性急的莉拉沃蒂时常俯身在碗上方，盼着杯子往下沉。结果她衣服上的一颗珍珠掉到杯子里，堵住了那个孔。所以杯子一直没有沉下去，可怜的莉拉沃蒂也始终无法结婚。

为了安慰女儿，婆什迦罗为她写了一本数学书。

谢谢你，父亲！

十六根火柴

十六根火柴拼成五个大小相同的正方形。



五个正方形

要求只移动两根火柴，使得正方形数目减为四个。所有火柴都必须用上，并且每根火柴都应该是其中一个正方形的一部分。

详解参见第254页。

被吞食的大象

大象总是穿粉红色裤子。

所有吃蜂蜜的动物都会吹风笛。

任何容易被吞食的动物都吃蜂蜜。

穿粉红色裤子的动物都不会吹风笛。

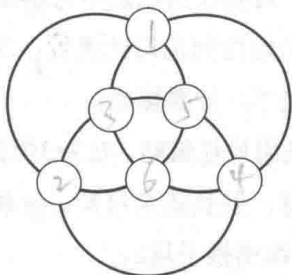
因此，大象容易被吞食。

这一推理过程是否正确？

详解参见第254页。

幻圆

下图中有三个大圆，每个大圆与其他两个大圆相交于四个小圆。将数1, 2, 3, 4, 5, 6填进小圆中，使每个大圆上的数加起来都等于14。

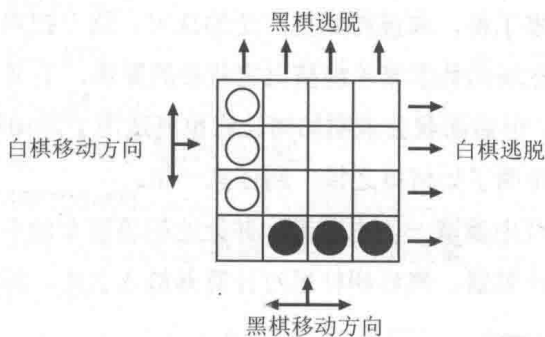


使每个大圆上的数之和等于14

详解参见第256页。

挪车棋

这是一个规则简单却相当好玩的数学游戏，甚至在一个小的棋盘上也是如此。它由制谜专家和作家科林·沃特发明。下图为4×4棋盘的一个例子。



4×4棋盘上的挪车棋

玩家轮流将一枚棋子向前、向左或向右移动一格，如图中“黑棋移动方向”和“白棋移动方向”的箭头所示。如果一枚棋子被对手的棋子挡住或者抵达棋盘边缘，则它就不能移动了，除非它抵达的是相对另一侧的边缘，这时这枚棋子可以逃脱。玩家必须总是留给对手至少一步合法移动可走，否则算输。最先让自己的所有棋子逃脱的玩家获胜。

在更大的棋盘上，初始排列也与此类似，即左下角的那一格留空，最左边一列摆白棋，最底下一行摆黑棋。

沃特证明了，如果采用最佳策略，在 3×3 棋盘上，先手的玩家总是能获胜，但对于更大的棋盘，胜负还未可知。一种不错的玩法是，在普通的 8×8 国际象棋棋盘上用跳棋棋子玩。

正方形棋盘似乎是个很自然的选择，而在长方形棋盘上，拥有棋子较少的玩家不得不将棋子移动得更远，所以在长方形棋盘上游戏似乎也能玩。不过据我所知，还没有人考虑长方形棋盘的情况。

数字把戏

这个把戏是我从伟大的胡杜尼那里学来的。这位魔术师至今仍名不见经传，但他本事了得，本该得到更广泛的认可。这个把戏非常适合在聚会上玩，只有在场的数学家才能猜出它背后的原理。^{*}它是专为在2009年使用而设计的，但后面我会说明如何让它也能适用于2010年，而第256页的详解进一步说明了如何将之推广到任意一年。

胡杜尼从观众中邀请一位志愿者，并让他的美丽女助手格鲁佩丽娜递给志愿者一个计算器。然后胡杜尼对计算器故弄玄虚，称这原本只是

^{*} 不像大家普遍认为的，数学家确实会参加聚会。