高等学校物理实验教学示范中心系列教材

大学物理实验

◎主　编　周留柱　孟祥省
◎副主编　张来斌　李晓明　马任德

3

高等教育出版社

高等学校物理实验教

大学物理实验

Daxue Wuli Shiyan

◎主　编 周留柱 孟祥省

◎副主编 张来斌 李晓明 马任德

◎编　委 董艳锋 韩　伟 姜淑蓉

李冬梅 李士玲 李晓明

马任德 孟祥省 杨秀芹

张来斌 周留柱 郑萌萌

高等教育出版社·北京

内容简介

本书是在编者多年使用的《大学物理实验》基础上，根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》(2010年版)，结合山东省普通高等学校实验教学示范中心建设标准编写而成。本书内容涵盖了力学、热学、光学和电磁学等四个领域的47个实验项目，重点突出了综合性和设计性实验项目。全书共分四章，第一、第二章为基本实验知识和实验基本技能训练，其余两章为开放性自选实验。

本书可作为理工科相关专业的大学物理实验课程教材，也可供广大物理学爱好者及科研、工程技术、实验人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/周留柱，孟祥省主编.--北京：高等教育出版社，2016.8

ISBN 978-7-04-045900-5

Ⅰ.①大… Ⅱ.①周… ②孟… Ⅲ.①物理学-实验-高等学校-教材 Ⅳ.①O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第156287号

策划编辑 缪可可　责任编辑 缪可可　封面设计 张申申　版式设计 童　丹
插图绘制 杜晓丹　责任校对 吕红颖　责任印制 赵义民

出版发行 高等教育出版社
社　　址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印　　刷 北京七色印务有限公司
开　　本 787mm×1092mm 1/16
印　　张 12.75
字　　数 240千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网　　址 http://www.hep.edu.cn
　　　　 http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.hepmall.com.cn
　　　　 http://www.hepmall.com
　　　　 http://www.hepmall.cn
版　　次 2016年8月第1版
印　　次 2016年8月第1次印刷
定　　价 24.00元

物 料 号 45900-00

前　言

本书是根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》(2010 年版),在山东大学出版社出版的《大学普通物理实验》(2001 年,孟祥省、李冬梅主编)和科学出版社出版的《大学物理实验》(2012 年,孟祥省、高铁军和张山彪主编)的基础上,考虑到近年来实验仪器和项目的更新,教学内容、要求和方法的变化,结合山东省普通高等学校实验教学示范中心课程建设多年来的实践经验编写而成。本书可作为理工科相关专业的大学物理实验课程教材,也可供广大物理学爱好者及科研、工程技术、实验人员参考。

大学物理实验是对大学生进行科学实验基础训练的一门独立的必修课,它在培养大学生实践能力和巩固专业知识方面有着其他课程不可替代的作用。本书在内容编排上体现了山东省普通高等学校物理实验教学示范中心按层次化(基础性、综合提高性、设计研究性和创新性)设置实验教学内容与课程的原则,内容涵盖了力学、热学、光学、电磁学的 47 个大学物理实验项目。全书分为 4 章:第 1 章"误差理论、不确定度及数据处理方法",介绍误差的基本知识和处理实验数据的一些基本方法,这是从事科学实验和科学研究所必须掌握的基础知识;第 2 章"基础性实验",主要介绍基本实验仪器的使用、基本物理量的测量、常用的物理实验方法与误差分析等,目的是让学生掌握实验的基本操作技能和数据处理方法;第 3 章"综合提高性实验"是指实验内容涉及本课程的综合知识或与本课程相关课程知识的实验,目的是对学生的实验技能进行综合训练,提高其综合分析问题的能力;第 4 章"设计研究性实验"是指给定实验目的、实验要求和实验条件,由学生自行设计实验方案并加以实现的实验,目的是充分调动学生的学习主动性和积极性,提高学生的思维和创造能力。

本书编者的分工如下:误差理论、不确定度及数据处理方法由张来斌和郑萌萌执笔,力学实验由韩伟、姜素蓉和张来斌执笔,热学实验由董艳锋、韩伟和姜素蓉执笔,光学实验由杨秀芹、马任德和郑萌萌执笔,电磁学实验由李晓明、李冬梅和孟祥省执笔,设计研究性实验由董艳锋和周留柱执笔,附录部分由李士玲整理。全书最后由主编和副主编统稿、定稿。

在编写过程中,我们参考借鉴了北京大学、清华大学、中国科学技术大学、复旦大学、华东理工大学、上海交通大学、山东大学和华东师范大学等高校的有关教材和经验,甚至引用了某些内容,在此深表谢意!本书的编写与出版得到了曲阜师范大学各级领导的关怀和支持,在此一并感谢!

由于水平和条件所限,书中难免有不妥或疏漏之处,望读者批评指正。

编　者

2015 年 11 月

目 录

第1章 误差理论、不确定度及数据处理方法

本章主要介绍测量误差及不确定度的基本概念、不确定的估算方法以及实验数据处理的基本方法，这些知识不仅贯穿于每个物理实验中，而且适用于所有其他的科学实验，是从事科学研究所必须了解和掌握的.

1.1 测量与误差

1.1.1 测量与分类

物理学是一门实验科学，物理实验就是在人为的条件下，观测探索物质的运动形态、性质以及各相关量之间的规律性的实践验证活动.在一定的条件下，任何物理量都具有某一客观真实的数据.物理实验包括两个方面的内容，即定性观察物理现象和定量测量物理量的大小.

所谓测量就是将待测量与规定为基本单位的物理量进行比较，其倍数即为待测量的大小，其单位就是与之进行比较的基本单位.测量结果应包括数值、单位和对测量结果精确程度的评价.

例如，测得某一段导线的电阻为 $R=(910.3\pm0.4)\ \Omega$，则表示基本单位为 Ω（欧姆），而导线的电阻为基本单位的 910.3 倍（数值），相应不确定度为 0.4 Ω，该测量结果的含义：R 的真值有相当大（例如 95%）的可能（概率）位于区间（909.9 Ω，910.7 Ω）之内.因此，我们在给出某一待测量的结果时，必须同时给出数值、单位及结果精确程度的评价（误差或者不确定度）.对没有给出误差（或者不确定度）的测量结果可以说是毫无意义的，因为人们不知道其在多大程度上是可信的.

实际的测量过程一般要借助于测量仪器，测量仪器是基本单位的实物体现，是用以直接或间接测出被测对象量值的器具，如米尺、天平、秒表、温度计、电流表、光度计等.

（1）直接测量和间接测量.直接测量就是将待测量与测量仪器直接比较，得出被测量量值的测量.例如，用米尺测量长度、用天平测量质量等.但在物理实验中，还有一些物理量不能直接从仪器上测得，而是通过对某些相关物理量的直接测量，再根据相应的函数公式计算出被测量的大小，这种测量称为间接测量.例如用流体静力称衡法测不规则固体的密度实验中，避开了不易测量的体积 V，将其转换成容易测准的质量和已知纯净水的密

度，由公式$\rho=\frac{m\rho_0}{m-m_0}$计算出室温条件下不规则固体的密度$\rho$的过程就是间接测量，式中$m$和$m_0$是不规则固体在室温空气中及全浸入纯净水中称衡时相应的天平砝码质量，ρ_0是已知纯净水的密度.

（2）单次测量和多次测量.单次测量是指对待测量测量了一次.多次测量则是指在相同的测量条件下对待测量测量次数较多，一般多于5次.为使测量结果准确，减小随机误差，一般要进行多次测量.当对测量精度要求不高时（如体检称体重、测身高）或者条件限制无法进行多次测量时可进行单次测量.

（3）等精度测量和不等精度测量.等精度测量指对某一物理量在相同条件下（同一实验者、同一实验仪器、同一实验方法和同一实验环境）进行多次重复时，测量结果有所不同，但人们认为每次测量的精确程度是相同的，这种具有同样精确程度的测量称为等精度测量.不等精度测量指在多次重复测量时，只要上述实验条件之一发生变化，这种测量就是不等精度测量.一般情况下，具体实验中的多次测量都是指等精度测量.

1.1.2 误差及其分类

实验中所测量的物理量，均有不依人的意志与客观环境而转移的真实大小，这个真实大小就称为被测量的真值.测量的理想结果是求出被测量的真值，但实际上又很难准确测得它，因为测量原理与方法的不完善、环境条件的影响及测量者感官能力的限制，测量仪器只能精确到一定程度，所得测量值和真值总存在一定的差异，这种测量值与真值之差称为测量结果的绝对误差，简称误差.即

$$\Delta x(\text{绝对误差})=x(\text{测量值})-x'(\text{真值})$$

绝对误差反映了测量值偏离真值的大小和方向，由于被测量的真值不可知，绝对误差也不可知，使用时，常用被测量的公认值或理论值代替真值.由于任何测量都不可避免地存在误差，所以对每个测量结果都应该给出测量值和误差两部分.

绝对误差虽然可以表示某一测量结果的优劣，但在比较不同测量结果时则不适用，需要用相对误差表示.相对误差的定义为

$$E_r(\text{相对误差})=\frac{\Delta x(\text{绝对误差})}{x'(\text{测量最佳值})}\times 100\%$$

测量最佳值指对同一物理量在相同条件进行多次测量结果的算术平均值.

相对误差较绝对误差能够较好地评价测量结果的优劣.例如，测量两个物体的长度时，得到

$$l_1=(100\pm0.5)\,\text{mm},\quad l_2=(1.00\pm0.02)\,\text{mm}$$

如果单从绝对误差大小来看，$\Delta l_1>\Delta l_2$；若从误差所占各自测量结果的比重来看，前者为 0.5%，后者为 2%，说明前者的测量质量高.所以，在评价比较不同的测量结果时，引入相对误差是必要的.

根据误差的性质和特点，可将误差分为两类，即系统误差与偶然误差.

1. 系统误差

在同一条件下对同一物理量进行多次测量时，误差的符号和绝对值保持不变或按某种规律变化，该误差称为系统误差.系统误差的特点是具有确定的规律性：总是使结果偏大或偏小或者呈周期性变化.多次测量取平均值不能消除系统误差，只能通过方法、理论、仪器等方面的改进与修正来实现.

系统误差产生的原因主要有以下几个方面：

（1）理论（方法）误差.这是由于实验方法或理论不完善导致的误差.如实验中忽略的摩擦、空气阻力、散热、电表的内阻等引起的误差都属于这一类.

（2）仪器误差.这是由所用仪器或装置本身不完善或调整不当而产生的误差.主要表现有示值误差、零值误差、调整误差及回程误差等.

（3）环境误差.这是由外界环境（温度、湿度、光照、电磁场等）的影响而产生的误差.

（4）人身误差.这是由于实验者的不良习惯与偏向引入的误差.

从上述系统误差产生的原因，可知测量者不能依靠在相同条件下进行多次测量来消除和发现它.但在实验中应尽可能进行系统误差的修正和处理.按对系统误差掌握的程度，常将其分为已定系统误差和未定系统误差两类.已定系统误差是指采用一定的方法，可以对误差的数据和符号能确定的系统误差.未定系统误差是指不知道误差的大小和符号，仅仅知道误差的可能范围（或称误差限）.对于已定系统误差，可对测量值进行修正.设已知测量某量的已定系统误差为 Δx，则修正值为 $c_x=-\Delta x$，修正后的测量值为

$$x'(\text{实际值})=x(\text{示值})+c_x(\text{修正值})$$

对不能消除的未定系统误差，应设法估计其大小，但寻找系统误差并估计其大小，没有普遍规律可循，在很大程度上依赖于实验者的经验与素养.

2. 随机误差（偶然误差）

在相同条件下，对某一物理量进行多次测量，各测量值之间总存在差异，且变化不定，在消除系统误差后仍然如此，这种绝对值和符号随机变化的误差称为随机误差（或称偶然误差）.产生随机误差的原因很多，而且各种偶然因素对实验的影响一般都很小，大都是混合出现的.它的主要来源有两个方面：一是实验者本人感觉器官分辨能力的限制；二是测量过程中，实

验条件和环境因素的微小的无规则的起伏变化.

在大量的观测数据中,随机误差服从一定的统计分布规律,如图 1-1-1 所示为正态分布曲线,其横坐标是测量值,纵坐标是每单位 x 出现的概率,或称为概率密度.特点如下:

(1) 单峰性:绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大.

(2) 对称性:绝对值相等的正负误差出现的概率相等.

(3) 有界性:超过一定大小范围的误差出现的概率为零.

(4) 抵偿性:测量值误差的算术平均值随测量次数的增加而趋于零.

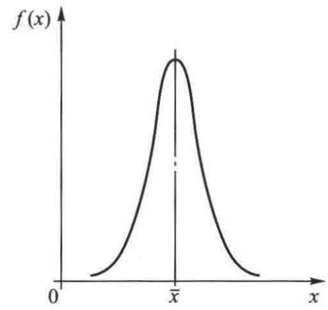

图 1-1-1 正态分布曲线

根据随机误差的特点,可采用多次重复测量求平均值来减小随机误差,这就是多次测量结果的算术平均值被称为测量最佳值的原因;另外,还可以根据随机误差服从的统计分布规律,对随机误差的大小及测量结果的可靠性作出合理的评价.

3. 精度

误差反映了测量结果与真值的差异,差异小,俗称精度高,差异大,俗称精度低.根据误差的种类,可将精度细分为如下几种:

(1) 准确度:表示测量结果中系统误差大小的程度.

(2) 精密度:表示测量结果中随机误差大小的程度.

(3) 精确度:是测量结果中系统误差与随机误差的综合,表示测量结果与真值的一致程度.准确度、精密度和精确度三者的含义如图 1-1-2 所示.

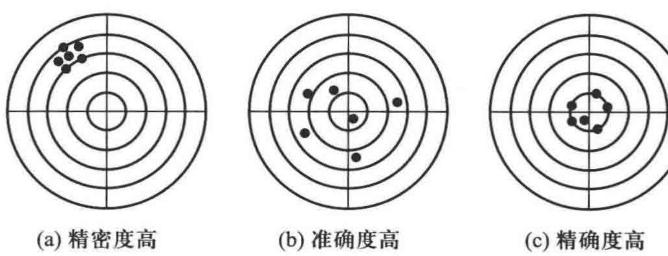

图 1-1-2 测量结果精确度示意图

图(a)表示精密度很高,但准确度低,即随机误差较小,但有较大的系统误差.图(b)表示准确度高,但精密度低,即系统误差较小,但随机误差较大.图(c)表示精密度和准确度均较好,即精确度高,说明随机误差和系统

误差均较小.因此,在评价测量结果时,原则上应指出精确度的大小,即同时反映其系统误差和偶然误差的大小.

1.1.3　误差的估算方法及误差传递

1. 单次直接测量结果的误差估算

对于单次测量,由于误差的来源很多,各个实验又有各自的特点,所以难以用统一标准.目前一般按照如下两个约定:① 当测量的随机误差较小时,通常取仪器的最小分度值为极限误差;② 当测量的随机误差较大时,选取仪器的最小分度值的几倍为极限误差.一般是取最小分度值为极限误差 $\Delta_{\max}$,所以单次直接测量结果的误差可估计为

$$\Delta=\frac{1}{3}\Delta_{\max} \tag{1-1-1}$$

2. 多次测量平均值的误差

为了减小各次随机误差的影响,在可能的情况下总是采用多次测量,将各次的测量值的算术平均值作为测量结果.如 $x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots,x_n$ 为对物理量 X 所进行的 n 次测量,则最后结果为

$$\overline{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{1-1-2}$$

设每一次测量值与算术平均值的差值为 $x_1-\overline{x}=\Delta_1,x_2-\overline{x}=\Delta_2,\cdots,x_n-\overline{x}=\Delta_n$,在普通物理实验中,通常采用算术平均误差作为绝对误差范围:

$$\Delta x=\frac{1}{n}(|\Delta_1|+|\Delta_2|+\cdots+|\Delta_n|) \tag{1-1-3}$$

它表示对物理量 X 做任意一次测量,测量误差出现在 $-\Delta x$ 到 $+\Delta x$ 之间的概率为 58%.有了绝对误差,相应相对误差可以求出:

$$E_{\mathrm{r}}=\frac{\Delta x}{\overline{x}}\times 100\% \tag{1-1-4}$$

当多次测量所得到的误差小于仪器误差时,常取仪器误差作为测量结果的误差.前述计算结果仅考虑了系统误差,没有涉及偶然因素的影响,是不科学不合理的.那么如何对随机误差的大小及测量列的可靠性作出合理的评价,目前有多种方法,除上述相对误差、极限误差、精度等,还采用统计学中的标准误差来评价.当测量次数 n 无限多时,各测量值 x_i 的误差 $\Delta_i=x_i-x'$ 平方平均值的平方根(x'为真值),称作标准误差,用 S 表示,即:

$$S=\sqrt{\frac{\Delta_1^2+\Delta_2^2+\ldots.+\Delta_n^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta_i^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-x')^2}{n}} \tag{1-1-5}$$

由于真值一般是不可知的，常用算术平均值 $\bar{x}$ 作为近似真值，此时多次测量的随机误差常用标准偏差来估算，即对于 n 次测量中某一次测量值的标准偏差为

$$S_x=\sqrt{\frac{d_1^2+d_2^2+\cdots+d_n^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}d_i^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} \tag{1-1-6}$$

式中 $d_i=x_i-\bar{x}$ 称为残差.上式称为贝塞尔(Bessel)公式，其物理意义为如果多次测量的随机误差遵循正态分布，则任意一次测量值误差出现在 $-S_x$ 到 $+S_x$ 之间的概率为 68.3%.

上面关于测量列的误差估算，反映的只是 x_i 的离散性，而不是 $\bar{x}$ 的离散性.事实上，由于重复测量的次数 n 不是无穷多，所以不仅 x_i 有误差 $\Delta_i=x_i-x'$，而且平均值本身也有误差 $\Delta_{\bar{x}}=\bar{x}-x'$，它也是随机误差，服从正态分布.由于算术平均值的误差为各测量值误差的平均值，而测量值的随机误差在相加时有所抵消，因此算术平均值的标准偏差要比测量列的标准偏差小.用 $S_{\bar{x}}$ 表示算术平均值的标准偏差，当测量次数 n 很大时，根据误差理论可以证明，$S_{\bar{x}}$ 可由下式求出：

$$S_{\bar{x}}=\frac{S_x}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} \tag{1-1-7}$$

当用标准误差进行误差估算时，待测量的结果可表示为

$$x=\bar{x}\pm S_{\bar{x}}\text{(单位)} \tag{1-1-8}$$

其中 $\bar{x}$ 为测量列的算术平均值，$S_{\bar{x}}$ 为误差项.其物理意义为在多次测量的随机误差遵循正态分布的情况下，对于多次测量结果其真值出现在 $\bar{x}-S_{\bar{x}}$ 到 $\bar{x}+S_{\bar{x}}$ 之间的概率为 68.3%.

3. 间接测量中的误差传递

在物理实验中，大部分实验都是经过间接测量获得最终结果.由于间接测量量是把直接测量量代入某种函数关系而求出的，各直接测量值有误差，经过函数运算必然导致间接测量量存在误差，这就是误差传递.各直接测量量的误差与间接测量量的误差之间的关系式，称为误差传递公式.

(1) 误差传递的基本公式

设 $y=f(x_1,x_2,\cdots,x_m)$，其中 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 为 m 个直接测量值，y 为间接测量值，将各直接测量值的算术平均值代入公式，即可求出间接测量的最佳估计值.即

$$\bar{y}=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_m) \tag{1-1-9}$$

当考虑各直接测量值的误差时，间接测量值也有误差，所以有

$$\bar{y}\pm\Delta y=f(\bar{x}_1\pm\Delta x_1,\bar{x}_2\pm\Delta x_2,\cdots,\bar{x}_m\pm\Delta x_m) \tag{1-1-10}$$

按泰勒公式展开上式并略去二次方以上各项得

$$\bar{y}\pm\Delta y=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_m)+\frac{\partial f}{\partial x_1}(\pm\Delta x_1)+\frac{\partial f}{\partial x_2}(\pm\Delta x_2)+\cdots+\frac{\partial f}{\partial x_m}(\pm\Delta x_m) \tag{1-1-11}$$

在计算偶然误差时，由于误差本身的正或负是不可知的，因此，上式中各误差项的系数必须取其绝对值.即

$$\Delta y=\left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|\Delta x_1+\left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|\Delta x_2+\cdots+\left|\frac{\partial f}{\partial x_m}\right|\Delta x_m \tag{1-1-12}$$

相对误差为

$$\frac{\Delta y}{\bar{y}}=\left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|\frac{\Delta x_1}{f}+\left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|\frac{\Delta x_2}{f}+\cdots+\left|\frac{\partial f}{\partial x_m}\right|\frac{\Delta x_m}{f} \tag{1-1-13}$$

如果间接测量 y 是直接测量 $x_1,x_2,\cdots,x_m$ 相乘或相除的函数关系，则为了运算方便，通常对 $y=F(x_1,x_2,\cdots,x_m)$ 两边取对数，即 $\ln y=\ln f(x_1,x_2,\cdots,x_m)$，先计算相对误差，再求绝对误差.即：

$$E=\frac{\Delta y}{\bar{y}}=\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\right|\Delta x_1+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\right|\Delta x_2+\cdots+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x_m}\right|\Delta x_m \tag{1-1-14}$$

$$\Delta y=E\cdot\bar{y} \tag{1-1-15}$$

表 1-1-1　常用函数关系式的误差传递公式

序号	函数关系式	误差传递公式	
		绝对误差	相对误差
1	$y=x_1+x_2$	$\Delta y=\lvert\Delta x_1\rvert+\lvert\Delta x_2\rvert$	$E=\frac{\lvert\Delta x_1\rvert+\lvert\Delta x_2\rvert}{x_1+x_2}$
2	$y=x_1-x_2$	$\Delta y=\lvert\Delta x_1\rvert+\lvert\Delta x_2\rvert$	$E=\frac{\lvert\Delta x_1\rvert+\lvert\Delta x_2\rvert}{x_1-x_2}$
3	$y=x_1x_2$	$\Delta y=\lvert x_2\Delta x_1\rvert+\lvert x_1\Delta x_2\rvert$	$E=\left\lvert\frac{\Delta x_1}{x_1}\right\rvert+\left\lvert\frac{\Delta x_2}{x_2}\right\rvert$
4	$y=\frac{x_1}{x_2}$	$\Delta y=\frac{\lvert x_2\Delta x_1\rvert+\lvert x_1\Delta x_2\rvert}{x_2}$	$E=\left\lvert\frac{\Delta x_1}{x_1}\right\rvert+\left\lvert\frac{\Delta x_2}{x_2}\right\rvert$
5	$y=x^n$	$\Delta y=\lvert nx^{n-1}\cdot\Delta x\rvert$	$E=n\left\lvert\frac{\Delta x}{x}\right\rvert$

续表

序号	函数关系式	误差传递公式	
		绝对误差	相对误差
6	$y=\sqrt[n]{x}$	$\Delta y=\left\lvert \dfrac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1}\cdot\Delta x\right\rvert$	$E=\dfrac{1}{n}\left\lvert\dfrac{\Delta x}{x}\right\rvert$
7	$y=\sin x$	$\Delta y=\lvert\cos x\cdot\Delta x\rvert$	$E=\dfrac{\lvert\cos x\cdot\Delta x\rvert}{\sin x}$
8	$y=\cos x$	$\Delta y=\lvert\sin x\cdot\Delta x\rvert$	$E=\dfrac{\lvert\sin x\cdot\Delta x\rvert}{\cos x}$

以上讨论没有考虑各误差项的实际符号,而总是从最不利的情况讨论,忽略了可以相互抵消一些的情况,因而估计出的误差将有些偏大.根据上述公式,可推导出表 1-1-1 所列的一些常用函数关系式的误差传递公式.

由表 1-1-1 所列常用函数关系式的误差传递公式,我们可总结出如下规律:

当间接测量值是几个直接测量值的和(差)时,间接测量的绝对误差等于各直接量的绝对误差之和.在此情况下先算绝对误差,后算相对误差较方便.

当间接测量值是几个直接测量值的积(商)时,间接测量的相对误差等于各直接测量的相对误差之和.在此情况下,先算相对误差,后算绝对误差较方便.

(2) 标准误差的传递公式

若各直接测量值的绝对误差分别为标准误差 $S_{\bar{x}_1},S_{\bar{x}_2},S_{\bar{x}_3},\cdots,S_{\bar{x}_m}$,则间接测量值的误差估算需要用误差的方和根合成,即绝对误差:

$$S_{\bar{y}}=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2\cdot(S_{\bar{x}_1})^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2\cdot(S_{\bar{x}_2})^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial x_m}\right)^2\cdot(S_{\bar{x}_m})^2} \tag{1-1-16}$$

相对误差为

$$E=\frac{S_{\bar{y}}}{\bar{y}}=\frac{S_{\bar{y}}}{f(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_m)} \tag{1-1-17}$$

以上两式称为标准误差的传递公式.同样,当间接测量值是各直接测量值的积(或商)时,则先求标准误差的相对误差较方便,其公式为

$$E=\frac{S_{\bar{y}}}{\bar{y}}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\right)^2\cdot\left(S_{\bar{x}_1}\right)^2+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\right)^2\cdot\left(S_{\bar{x}_2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_m}\right)^2\cdot\left(S_{\bar{x}_m}\right)^2} \tag{1-1-18}$$

标准误差为

$$S_{\bar{y}}=E\cdot\bar{y} \tag{1-1-19}$$

根据上面的公式,可以推导出表 1-1-2 所列一些常用函数的标准误差传递公式.

表 1-1-2 一些常用函数的标准误差传递公式

序号	函数关系式	标准误差传递公式	
		绝对误差	相对误差
1	$y=x_1+x_2$	$S_{\bar{y}}=\sqrt{S_{\bar{x}_1}^2+S_{\bar{x}_2}^2}$	
2	$y=x_1-x_2$	$S_{\bar{y}}=\sqrt{S_{\bar{x}_1}^2+S_{\bar{x}_2}^2}$	
3	$y=x_1x_2$		$E=\sqrt{\left(\frac{S_{\bar{x}_1}}{\bar{x}_1}\right)^2+\left(\frac{S_{\bar{x}_1}}{\bar{x}_2}\right)^2}$
4	$y=\frac{x_1}{x_2}$		$E=\sqrt{\left(\frac{S_{\bar{x}_1}}{\bar{x}_1}\right)^2+\left(\frac{S_{\bar{x}_1}}{\bar{x}_2}\right)^2}$
5	$y=x^n$	$S_{\bar{y}}=n\bar{x}^{n-1}S_{\bar{x}}$	$E=n\frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}}$
6	$y=\sqrt[n]{x}$	$S_{\bar{y}}=\frac{1}{n}\bar{x}^{\frac{1}{n}-1}S_{\bar{x}}$	$E=\frac{1}{n}\frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}}$
7	$y=\sin x$	$S_{\bar{y}}=\lvert\cos\bar{x}\rvert S_{\bar{x}}$	
8	$y=\ln x$	$S_{\bar{y}}=\frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}}$	

1.2 测量结果不确定度的估算

理想的测量是获得被测量量的真值,但实际上,即使测量方法正确,由于测量仪器的不完善、测量环境不稳定、实验者在操作和读取数值时感官