

数学桥——用图形计算器学数学

MATHS BRIDGE — TO LEARN MATHS WITH A GRAPH CALCULATOR

林 风 黄炳锋 著



哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

数学桥——用图形计算器学数学

MATHS BRIDGE —— TO LEARN MATHS WITH A GRAPH CALCULATOR

林 风 黄炳锋 著



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

TI-Nspire CX-C CAS 图形计算器作为计算器的高端产品(美国德州仪器公司生产),它不仅是一个可以求值作图的计算器,更是一个真正意义上的数学工作室.它具有良好的符号代数系统、几何操作系统、数据分析系统、程序应用与拓展系统等.它可以直观地绘制各种图形,并进行动态演示、跟踪轨迹,进行数学问题解决和数学实验,是一个可以随时随地探索科学的流动实验室.本书共分十六章,分别为:入门操作、数值计算、数式化简求值、方程与不等式、函数及其性质、微积分、平面几何、数列、三角函数、算法初步、概率与统计、解析几何、向量与复数、矩阵与行列式、精彩教学案例、实用技巧目录.

作者以图形计算器为平台,以呈现数学教育的多元价值为目标,为求得数学本质、数学文化、数学技术、数学价值在此得到整合交融,为初、高中教师和学生展现了数学学习的全新视野和手段,体现了数学与科技同发展,学习与时代共进步的鲜明特征.当您阅读这本书时一定会激发您的学习热情并增强您的创新意识.

图书在版编目(CIP)数据

数学桥:用图形计算器学数学:TI-Nspire CX-C
CAS 图形计算器在高中数学中的应用/林风,黄炳锋著. —
哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2015.6
ISBN 978-7-5603-5299-2

I. ①数… II. ①林…②黄… III. ①中学数学课—
计算机辅助教学—教学研究 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 071093 号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 聂兆慈 杜莹雪
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂
开 本 787mm×960mm 1/16 印张 25.75 字数 474 千字
版 次 2015 年 6 月第 1 版 2015 年 6 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-5299-2
定 价 58.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

作者简介

林风,现任职于福建省福州市第三中学,并担任数学教研组长、中学正高级教师、特级教师、苏步青教育奖获得者、福建省杰出人民教师、福建省“百千万人才工程”人选、福建省教育学院兼职教授、福建省中学名师培养对象导师、福建省初等数学学会常务理事、福州市数学会副秘书长、福州市数学名师工作室领衔名师、福州市数学学科工作室核心成员。

长期以来教有所长,业有专攻,主持和参与多项全国、省级、市级的教研课题研究活动并多次获奖,在《数学通报》《中学数学教学参考资料》《中学数学》《中国电化教育》等刊物上发表论文数十篇,编写并出版《图解数学——数学教学新视角》《高中基础知识》《高考难点突破丛书》等教学论著,撰写的数十篇论文在全国、省市评比中获奖,积极探索现代教育技术在数学教学中的应用,关注图形计算器在实现数学教学转型中的作用和价值,主持的教育部课程教材研究所“十一五”规划重点课题《TI手持技术在高中数学教学中的应用》被教育部中国教师发展基金会评为一等奖,并被评为教育科研先进工作者,制作的计算机课件作品多次在全国多媒体教育软件大奖赛和省级课件评比中获一、二等奖,指导学生十多人次在全国高中数学联赛中获一等奖,指导的青年教师多人次被评为“省市优秀青年教师和骨干教师”,经常送教送研下校下县,为数学教育做出积极的努力。

黄炳锋,中学数学高级教师,任职于福建省福州市第三中学,担任数学教研组副组长、集备组组长、福建省学科带头人、福建省首批数学教学名师培养对象。曾获得“教育部新课程实施优秀实验教师”“福建省优秀青年教师”“福州市教育系统优秀共产党员”“福州市教育系统先进工作者”等多项荣誉。被聘为人民教育出版社人教版课程标准教材中学数学培训团专家,福建师范大学兼职副教授,被选为福建省普通高中新课程实验数学学科教学指导组成员,福建省高中新课程(官方)网站数学学科教学资源建设核心组成员,福建省高考《考试说明》项目研究组成员,福州市名师工作室(林风工作室)成员,福州市骨干教师导师,福州市数学会理事会理事,福州市数学学科中心组成员。

多次参加福建省高考和省市质检命题、审题工作,在命题研究、课题研究、教学理论研究、信息技术与多媒体辅助教学等方面有专长。自 2010 年起,师从人民教育出版社章建跃博士致力信息技术与高中数学课程整合的研究,是全国“手持技术与高中数学课程整合”课题组的核心成员,参与全国教育科学“十一五”规划 2010 年度教育部重点课题“中小学数学课程核心内容及其教学的研究”(主持人:章建跃)研究,主持研究福建电教馆课题“TI 手持技术与探究能力培养深度融合研究”等,曾获“福建省课题科研先进教师”称号。开设 70 多场省市级专题讲座,指导学生参加高中数学联赛和省赛并多次获奖,在《数学通报》《中学数学教学参考》《中小学数学》《中学数学研究》《数学通讯》《福建中学数学》等期刊上发表 30 余篇专业论文,参与编写人教 A 版普通高中数学课程标准实验教科书配套教学资源《TI-Nspire CX-C CAS 图形计算器实验手册》,合著有《“图”解数学——数学教学新视角》《数学微格教学》《赢在起点——新课程初高中衔接读本(数学)》等论著。

前 言



数学启迪智慧 技术演绎精彩

数学是思维的学科,但抽象的推理和繁复的运算让很多人害怕数学.

学数学使人更聪明,但很多人把学数学等同于解题目,湮灭了数学启迪智慧的功能.

当手持技术用于中学数学学习时,一切都发生了变化:

复杂的代数运算、难解的方程不在话下;

只要输入数据,选定函数模型,图像立即就做出来了;

画统计图表、处理大量统计数据本来是非常枯燥乏味的,但现在只要把数据输入机器,你想要什么只要发个指令即可;

现实问题不是按照精确的数学公式发生的,从现实中得到的数据需要经过拟合处理,没有机器时,这种工作量大且繁,很多时候甚至不可能处理,但现在只要拖动鼠标,数据表、散点图、拟合函数就会同时出现,你可以根据自己的判断做出选择等.

真可谓,技术演绎精彩.

TI-Nspire CX-C CAS 图形计算器是计算器的最新高端产品,它不仅是计算、作图的工具,更是一个真正意义上的数学实验室,它具备中学数学学习所需的符号代数系统、几何操作系统、数据分析系统、程序应用与拓展等所需,可以进行动态演示、轨迹跟踪、模拟实验,可以随时随地检验自己的想法,是一个真正意义上的移动实验室,它的多元关联、动态演示、信息传输、交流互动等功能都是数学学习所急需的.

本书作者是将信息技术用于数学教学的发烧友.他们在长期实践中积累了利用图形计算器进行教学、教研、培训的丰富经验,他们以实现数学教育的多元价值

为方向,以数学技术、数学问题和数学文化的融合为目标,对信息技术用于数学教学进行了深入探索,本书就是探索的结晶.书中通过案例展示了图形计算器在开展数学实验、数学探究学习等方面的强大功能,阐述了应用手持技术有效指导学生进行数值运算、函数作图、程序设计、数据处理,模拟、推理、画图和动态图像处理等综合应用,真实地体现了师生在共同参与实践、操作、演示、观察、分析的互动过程中,通过对获得的图像和数据的整理、观察、归纳、类比,找出结论或从中发现新的方法,获得对抽象的数学概念、定理、结论等的感性认识,进而概括上升为理性认识的数学探究过程,较好地体现了用技术促进对数学的理解,用技术进行真实的数学探究的理念.

我与本书的两位作者因为数学教学与信息技术的整合研究而相识,因探究数学教学中的各种问题而相知,两位作者对数学教育的热爱,对数学教学规律的执著追求、永不满足和不断开拓的精神,都给我留下深刻的印象.本书凝结了他们对数学教学与信息技术整合规律的思考和实践探索,相信一定会对广大读者有所启发.

同时,在本书出版之际,送上我对信息技术用于数学教学的良好祝愿:愿我国的数学教学在与信息技术的整合中,学生的数学兴趣越来越浓,负担越来越轻,质量越来越好.

章建跃

2014年6月28日

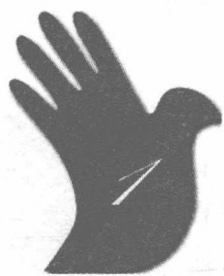
目 录

第 1 章 入门操作	1
1.1 TI-Nspire CX-C CAS 综述	2
1.2 TI-Nspire CX-C CAS 的特色	2
1.3 TI-Nspire CX-C CAS 的程序图标	6
1.4 TI-Nspire CX-C CAS 按键指南	7
第 2 章 数值计算	11
2.1 常见数值计算与转换	12
2.2 分数的化简求值	19
2.3 特殊的数值化简求解	21
2.4 多个数的最大值、最小值、中位数、平均数、和、积	24
2.5 分解因数、数的整除、最大公因数、最小公倍数问题	26
第 3 章 数式化简求值	30
3.1 代数式化简计算	31
3.2 在有理数范围、实数范围和复数范围内因式分解	34
3.3 多项式的展开	36
3.4 分式的化简求值	39
3.5 多项式的除法	41
第 4 章 方程与不等式	45
4.1 可化为解一元一次方程(组)	46
4.2 可化为解一元二次方程、二元二次方程(组)	51
4.3 解多元一次方程组	57
4.4 解多项式方程	60
4.5 解参数方程	62
4.6 解超越方程	65
4.7 解一元一次不等式	67
4.8 解不等式(组)	69

4.9	线性规划	72
第5章	函数及其性质	77
5.1	函数的图像	78
5.2	分段函数	82
5.3	特殊的数值化简求解	87
5.4	含参数函数的讨论	92
5.5	函数的零点	95
5.6	函数图像的交点	98
5.7	自定义函数	101
5.8	迭代函数	105
5.9	拟合函数	109
第6章	微积分	116
6.1	极限	117
6.2	导数的概念	122
6.3	求函数的导函数	124
6.4	曲线上任意一点处的切线与法线	128
6.5	求曲线的弧长	133
6.6	函数的定积分	136
6.7	微分方程	141
第7章	平面几何	144
7.1	几何基本作图	146
7.2	几何形状	153
7.3	几何测量	156
7.4	几何变换	163
7.5	几何中的最值	168
第8章	数列	173
8.1	数列的通项	175
8.2	数列的运算	178
8.3	数列的图像	182
8.4	数列的迭代(蛛网图)	185
8.5	数列的最大值与最小值	194
第9章	三角函数	197
9.1	简单三角换算与计算	199

9.2	三角函数的转换、展开、合并	203
9.3	三角函数图像	206
9.4	解三角方程(组)	212
9.5	解三角形(正弦定理、余弦定理及其应用)	216
第 10 章	算法初步	221
10.1	赋值语句	223
10.2	条件语句	227
10.3	循环语句	232
10.4	算法案例	235
第 11 章	统计与概率	241
11.1	条形图和饼图	242
11.2	样本的数字特征	247
11.3	频率分布直方图	251
11.4	相关关系与因果关系	254
11.5	随机数的产生	258
11.6	古典概型与几何概型	261
11.7	排列与组合及二项式定理	265
11.8	二项分布的应用	268
11.9	μ 与 σ 对正态分布的影响	272
11.10	独立性检验	275
第 12 章	解析几何	280
12.1	直线的方程	282
12.2	平面动点的轨迹	285
12.3	圆	289
12.4	椭圆与双曲线	292
12.5	抛物线	296
12.6	参数方程及其应用	299
12.7	极坐标方程的应用	303
12.8	3D 绘图	309
第 13 章	向量与复数	313
13.1	向量的模、单位向量	314
13.2	向量的加法、减法、数量积、向量的叉积(叉乘)	320
13.3	向量的几何意义及其应用	326

13.4	复数的表示形式(代数、三角、指数)	330
13.5	复数的基本运算与应用	333
第14章	矩阵与行列式	337
14.1	行列式与克莱姆法则	338
14.2	矩阵及其运算	341
14.3	矩阵的运算性质	344
14.4	可逆矩阵	348
14.5	矩阵与变换	351
14.6	求解线性方程组	354
14.7	特征值与特征向量	359
第15章	精彩教学案例	364
15.1	函数图像的放缩	364
15.2	让函数图像更精致	365
15.3	区间延拓的函数综合研究	366
15.4	借助函数图像研究整除问题	368
15.5	麦当劳图标外轮廓线最佳拟合函数是什么?	369
15.6	定周长的矩形的研究	371
15.7	用测量值传递建立函数关系	374
15.8	拟合函数的巧妙应用	376
15.9	利用递归方法求 π 的近似值	377
15.10	长期服药会中毒吗?	378
15.11	“绝对差数列”的研究	379
15.12	一个数列探索题	381
15.13	一个几何最值的两种解法	382
15.14	生日问题	384
15.15	放在墙角的梯子	386
15.16	摆线的研究	388
15.17	圆上射影定理的拓展研究	390
15.18	极坐标的应用	391
15.19	定值条件下轨迹问题的探究	392
15.20	有趣的黄金分割	394
第16章	实用技巧目录	398



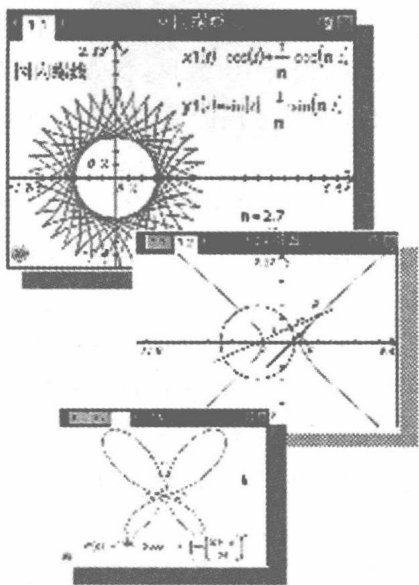
入门操作

本章对图形计算器 TI-Nspire CX-C CAS 进行了详细介绍,包括启动和退出、新增功能、工作环境等基本概况,从而使读者对该计算器的功能与操作有一定的了解与认识,了解该软件的用途,培养读者对图形计算器的兴趣。



目标

- 1.1 TI-Nspire CX-C CAS 综述
- 1.2 TI-Nspire CX-C CAS 的特色
- 1.3 TI-Nspire CX-C CAS 的程序图标
- 1.4 TI-Nspire CX-C CAS 按键指南





1.1 TI-Nspire CX-C CAS 综述

TI-Nspire CX-C CAS 是 Texas Instruments 最新推出的新型图形计算器(图 1.1). 它拥有强大的数据处理功能、函数功能、图形功能、编程功能和进行一些数理实验的功能. 它可以用数字的、解析的和图形的等多种方式表示各种数学对象, 具有很好的交互性. 特有的 CAS(代数操作系统)提供了包括数式、字母以及矩阵、微积分等运算. 应用程序以文档形式保存完成的工作, 文档按问题与页面划分, 同一问题下的不同页面能有效关联问题内的数据, 体现多元联系, 不同的问题又能分割数据的关联, 使得数据的使用不受干扰.

利用 TI-Nspire CX-C CAS 图形计算器, 学生可以充分参与探索性活动, 主动建构知识, 增强动手、实践能力, 体会归纳、猜想和推理等数学思想和方法, 有助于促进学生在学习和实践过程中形成和发展数学知识, 应用数学知识. 因此, TI-Nspire CX-C CAS 图形计算器绝不仅仅是一个可以作图的计算器, 而更是一个真正意义上的数学教学的掌上电脑, 是一个可以随时随地探索科学的流动实验室, 是一种以现代信息技术为基础的手持式教育技术, 是一个先进的互动式的教学手段.

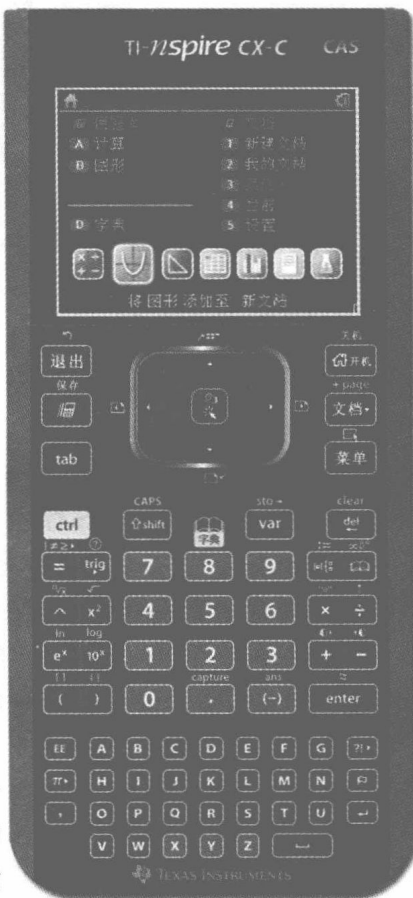


图 1.1



1.2 TI-Nspire CX-C CAS 的特色

对科学技术或其产品, 人们常从“能解决什么问题”的角度看它的使用价值, 这容易偏离创造技术的本意, 更多的人可能持怀疑态度, 并不断寻找理由, 拒绝创新. 也许



你已经想到,诸如“几何画板”“演示幻灯”等众多优秀的软件,在演示教学中的良好表现.平心而论,甚至仅用传统的“纸笔计算,描点作图”也能解决当前数学教学的所有问题.但前者强调的是演示,体现的是教师的主体作用,后者则是传统的课堂.数学实验需要引入 TI 手持信息技术做支持,源于 TI 图形计算器提供了一种直观的教学手段和一个实验研究的环境,得益于 TI 手持信息技术的如下优势效应.

(1) 不可忽视的便携性

表现在 TI 图形计算器体积小,携带方便.另外,图形计算器可以在任何一个普通的教室,利用普通的投影仪进行演示,还可以利用实物投影仪、电视和计算机等多种设备演示.便携性使得数学实验能随时随地进行,教师不必刻意准备繁杂的实验器材,学校也不必为每个学生配备多媒体计算机.教学中,需要进行数学探究实验,你只需要拿出图形计算器,按下开机(ON)按钮就可以了(图 1.2).



图 1.2

(2) 数形结合的视觉化

数形结合是连接“数”与“形”的“桥梁”,它是一种重要的数学思想方法.著名数学家华罗庚先生说:“数与形,本是相倚依,焉能分作两边飞?”

华罗庚先生之所以强调数形需要结合,切莫隔离分家,是否也说明了实现数形结合的难度?例如要深刻地研究一个函数的性质需要从多种表示形式(如解析式、列表式、图像法)研究,在传统的课堂中演示费时费力,不易实现.现在,用 TI 图形计算器就显得方便多了,只要输入解析式即可得到函数图像和函数变量的数值表.如果利用“分屏”功能,还能实现在同一个窗口对一种对象的不同表示(图 1.3),其中数表与图、解析式与图的关联,用视觉化的形式,直观体现了数形结合的思想.

(3) 几何操作的动态性

以往的几何教学基本是教师操作演示,唱独角戏.几何操作的动态性缺乏学生参与的直观感,有了图形计算器,这个问题可以迎刃而解.在教师指导下的几何操作的动态交互,是学生参与的真实的实验(图 1.4).

(4) 数据分析的简洁化

新课程明确提出数据处理的能力要求,在统计章节的教学中,对样本中收集的大量数据处理是难点,传统教学中若是希望学生深刻理解本节课内容和思想方法

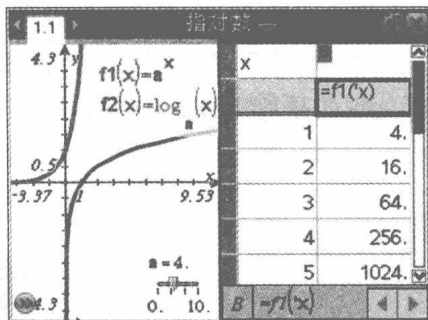


图 1.3

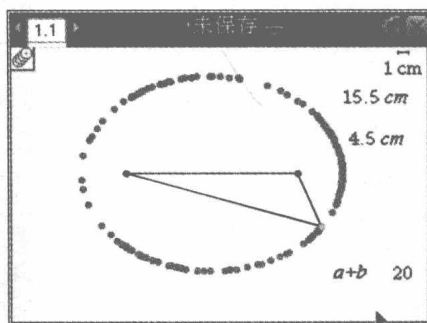


图 1.4

有一定困难. 因此, 考虑将 TI 图形计算器引入课堂(图 1.5, 图 1.6), 依据样本绘制出散点图的过程, 学生可以动手参与, 大量数据处理实际上是将庞杂的计算交给 TI 图形计算器完成, 省出时间可以拓展新知识, 使学生将更多的课堂时间和精力放在回归分析的思想方法上, 认识数学的本质和思想的发展过程, 进而培养学生解决问题的能力. 从数学实验的角度看, TI 图形计算器的引入, 使得数据分析简单易行, 提高了课堂的实效性, 解决了掌握知识与数学实验费时的矛盾问题.

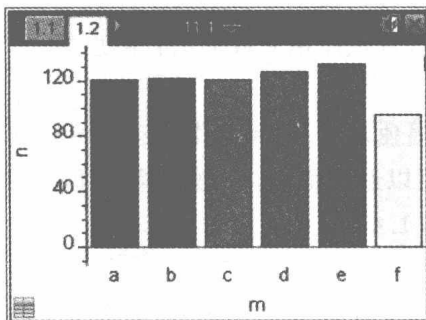


图 1.5

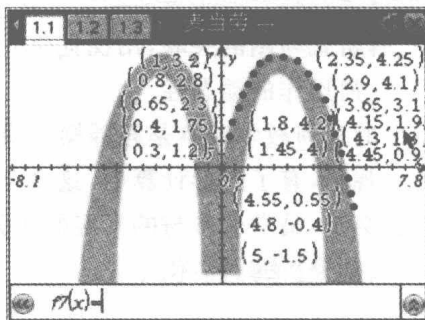


图 1.6

(5) 程序应用的交互性

程序应用的拓展,提供了数学实验需要的多种平台.通过数据线,可以轻而易举地实现两台图形计算器或图形计算器与计算机之间的数据交换.若创建一个由图形计算器组成的无线课堂网络,就可以即时反馈学生的课堂情况,收集学生的检测信息,实现学生现场演示和个性化教学,使得学生在课堂上能真正体验数学实验的乐趣,学习真实的数学.同时,图形计算器还可以通过电脑连接互联网,从网络上下载应用程序,更新其操作系统,定制用户界面,甚至完成数学作业等(图 1.7).

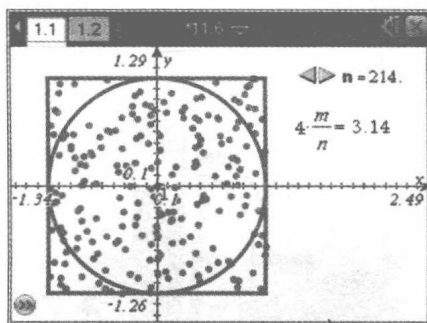


图 1.7

(6) 教学服务的专业性

主要体现在图形计算器是源于为数学教学服务,后来扩展到数理综合性的应用.所以,它的硬件和软件都是基于教学目的而设计的,不同于一般意义的计算机和掌上电脑, TI 图形计算器更专业化,更符合教学的要求和学习的需要,更具有实用价值(图 1.8).



图 1.8

(7)可拓展的跨学科性

TI 图形计算器的另一大显著特点还体现在,它不仅仅在数学课堂教学中可以得到广泛应用,还可以通过 CBL(基于图形计算器的掌上实验室)和 CBR(基于图形计算器的掌上测距仪),以及各种理化探头,方便地进行多种物理、化学、生物等学科的实验,甚至可以进行用传统的理化实验尚不能完成的实验.另外,由于数学软件的使用,可以将实验结果用适当的函数拟合,并用数学的方法分析,为数学、物理、化学、生物等学科提供一个综合性的教学实验和学生创新实践的平台.

正是因为这些优势,才使得图形计算器成为数学学习的掌中宝,有了键盘上的灵感,就能学习指尖上的数学(图 1.9).

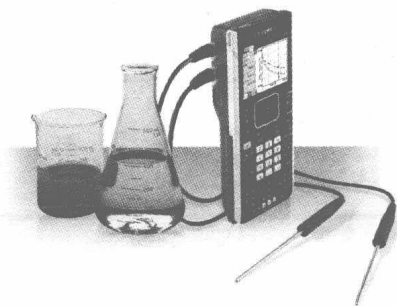


图 1.9



1.3 TI-Nspire CX-C CAS 的程序图标

在主屏幕上,可以看到以下应用程序图标.



计算器(Calculator)

用于输入并计算数学表达式,可以用于定义变量、函数、程序等库对象,本书在第 2~15 章中均用到这些应用程序.



图形(Graphs)

用于函数作图,可以制作函数、参数、极坐标、散点图、序列图等,并能模拟点在图形上的运动,分析其成因.



几何(Geometry)

用于绘制几何图形,能保持动态不变关系,用于研究几何中的旋转、对称、伸缩等变换.