

最小二乘偏移成像 理论及方法

黄建平 李 闯 李庆洋 著



科学出版社

最小二乘偏移成像理论及方法

黄建平 李 闯 李庆洋 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书首先介绍了最小二乘模型匹配理论;然后重点阐述了基于射线理论的最小二乘 Kirchhoff 偏移、最小二乘高斯束偏移、波动方程的单程波最小二乘偏移、波动方程的双程波最小二乘偏移、黏声波介质的最小二乘偏移、基于编码的最小二乘偏移、双复杂条件下最小二乘偏移及基于先验模型约束的最小二乘逆时偏移方法及应用;最后对最小二乘偏移方法的研究进行展望。

本书适合高校、研究院所及石油勘探企业从事地震偏移成像相关工作人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

最小二乘偏移成像理论及方法/黄建平,李闯,李庆洋著. —北京:科学出版社,2016

ISBN 978-7-03-048216-7

I. ①最… II. ①黄…②李…③李… III. ①地震偏移-研究 IV. ①P315.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 095135 号

责任编辑:万群霞 / 责任校对:蒋萍

责任印制:张伟 / 封面设计:铭轩堂

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京中石油彩色印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016年9月第一版 开本:787×1092 1/16

2016年9月第一次印刷 印张:12

字数:290 000

定价:88.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

总 序

“211工程”于1995年经国务院批准正式启动,是新中国成立以来由国家立项的高等教育领域规模最大、层次最高的工程,是国家面对世纪之交的国内国际形势而作出的高等教育发展的重大决策。“211工程”抓住学科建设、师资队伍建设等决定高校水平提升的核心内容,通过重点突破带动高校整体发展,探索了一条高水平大学建设的成功之路。经过17年的实施建设,“211工程”取得了显著成效,带动了我国高等教育整体教育质量、科学研究、管理水平和办学效益的提高,初步奠定了我国建设若干所具有世界先进水平的一流大学的基础。

1997年,中国石油大学跻身“211工程”重点建设高校行列,学校建设高水平大学面临着重大历史机遇。在“九五”、“十五”、“十一五”“211工程”的三期建设过程中,学校始终围绕提升学校水平这个核心,以面向石油石化工业重大需求为使命,以实现国家油气资源创新平台重点突破为目标,以提升重点学科水平,打造学术领军人物和学术带头人,培养国际化、创新型人才为根本,坚持有所为、有所不为,以优势带整体,以特色促水平,学校核心竞争力显著增强,办学水平和综合实力明显提高,为建设石油学科国际一流的高水平研究型大学打下良好的基础。经过“211工程”建设,学校石油石化特色更加鲜明,学科优势更加突出,“优势学科创新平台”建设顺利,5个国家重点学科、2个国家重点(培育)学科处于国内领先、国际先进水平。根据ESI 2012年3月份更新的数据,我校工程学和化学2个学科领域首次进入ESI世界排名,体现了学校石油石化主干学科实力和水平的明显提升。高水平师资队伍取得实质性进展,培养汇聚了两院院士、长江学者特聘教授、国家杰出青年基金获得者、国家“千人计划”、“百千万人才工程”入选者等一批高层次人才队伍,为学校未来发展提供了人才保证。科技创新能力大幅提升,高层次项目、高水平成果不断涌现,年到位科研经费突破4亿元,初步建立起石油特色鲜明的科技创新体系,成为国家科技创新体系的重要组成部分。创新人才培养能力不断提高,开展“卓越工程师教育培养计划”和拔尖创新人才培育特区,积极探索国际化人才的培养,深化研究生培养机制改革,初步构建了与创新人才培养相适应的创新人才培养模式和研究生培养机制。公共服务支撑体系建设不断完善,建成了先进、高效、快捷的公共服务体系,学校办学的软硬件条件显著改善,有力保障了教学、科研以及管理水平的提升。

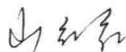
17年来的“211工程”建设轨迹成为学校发展的重要线索和标志。“211工程”建设所取得的经验成为学校办学的宝贵财富。一是必须要坚持有所为、有所不为,通过强化特色、突出优势,率先从某几个学科领域突破,努力实现石油学科国际一流的发展目标。二是必须坚持滚动发展、整体提高,通过以重点带动整体,进一步扩大优势,协同发展,不断提高整体竞争力。三是必须坚持健全机制、搭建平台,通过完善“联合、开放、共享、竞争、流动”的学科运行机制和以项目为平台的各项建设机制,加强统筹规划、集中资源力量、整合人才队伍,优化各项建设环节和工作制度,保证各项工作的高效有序开展。四是必须坚

持凝聚人才、形成合力,通过推进“211工程”建设任务和学校各项事业发展,培养和凝聚大批优秀人才,锻炼形成一支甘于奉献、勇于创新队伍,各学院、学科和各有关部门协调一致、团结合作,在全校形成强大合力,切实保证各项建设任务的顺利实施。这些经验是在学校“211工程”建设的长期实践中形成的,今后必须要更好地继承和发扬,进一步推动高水平研究型大学的建设和发展。

为更好地总结“211工程”建设的成功经验,充分展示“211工程”建设的丰富成果,学校自2008年开始设立专项资金,资助出版与“211工程”建设有关的系列学术专著,专款资助石大优秀学者以科研成果为基础的优秀学术专著的出版,分门别类地介绍和展示学科建设、科技创新和人才培养等方面的成果和经验。相信这套丛书能够从不同侧面、多个角度进一步传承先进的科学研究成果和学术思想,展示我校“211工程”建设的巨大成绩和发展思路,从而对扩大我校在社会上的影响,提高学校学术声誉,对推进我校今后的“211工程”建设有着重要而独特的贡献和作用。

最后,感谢广大学者为学校“211工程”建设付出的辛勤劳动和巨大努力,感谢专著作者孜孜不倦地整理总结各项研究成果,为学术事业、学校和师生留下宝贵的创新成果和学术精神。

中国石油大学(华东)校长



2012年9月

前 言

地震勘探是寻找油气资源的主要手段之一。利用地震勘探方法并结合其他地质资料和地球物理资料就可以确定地下岩层的几何形态和物理性质,并进一步判断地下含油气层构造的存在,为之后的钻井提供正确的井位信息。地震勘探方法主要包括野外数字地震信号采集、地震资料处理及地震资料解释三大步骤。其中,地震数据处理的目的是提高反射波数据的信噪比、分辨率和保真度,高质量的处理成果可直接用于油气储层预测和烃类检测。在诸多处理技术中,地震偏移是最重要的环节之一。通过偏移可以使地震信息进行重排,从而使地下界面的反射波和绕射波回归到产生它们的原本位置上去,这样就能获得地下真实构造形态。在实际地震资料处理的过程中,地震偏移处理已经成为确定地下构造形态不可或缺的一环。

近年来,随着勘探程度的日益提高,勘探目标日趋复杂(主要表现为地层倾角大、介质横向、纵向速度变化剧烈、储层埋藏深等),对地震偏移技术的计算速度和精度都提出了更高的要求。长期以来,为了适应各种实际情况下复杂的地质构造,研究者们通过修改理论模型,发展并改进了许多偏移方法。地震偏移技术按偏移与叠加的先后次序分有叠前偏移和叠后偏移;按计算方法分有积分法、频率-波数域法和有限差分法等;按对速度的适应能力分有时间偏移和深度偏移;按维数分有二维偏移和三维偏移。上述地震偏移方法通过不同形式的混合或组合可以形成数十种乃至上百种地震偏移方法,在实际生产中,这些地震偏移方法也得到了广泛应用。

对炮域偏移方法而言,经典的成像条件认为,正向传播的震源波场与反向传播的接收波场互相关后可以确定反射层的位置。事实上,这种成像准则仅是正演算子的共轭转置,而不是它的逆。另外,由于采集孔径的限制、速度模型复杂及波场带宽有限等原因,常规的偏移方法已经无法满足岩性油气藏勘探开发的要求。相比较而言,最小二乘偏移(least-squares migration, LSM)技术采用模型匹配数据的思想,将成像看作最小二乘意义下的反演问题,通过共轭梯度法(或最速下降法)使误差函数达到最小。这样就可以解决常规偏移中的模糊成像问题,得到分辨率更高、振幅保真性更好的成像结果。

本书主要介绍最小二乘偏移方法及其应用。全书共10章,其中第1章为绪论,简单介绍最小二乘偏移的研究背景及国内外研究现状;第2章主要介绍最小二乘模型匹配理论;第3章主要介绍基于射线理论的最小二乘 Kirchhoff 偏移方法及应用;第4章主要介绍最小二乘高斯束偏移方法及应用;第5章主要介绍基于波动方程的单程波最小二乘偏移方法及应用;第6章主要介绍基于波动方程的双程波最小二乘偏移方法及应用;第7章介绍基于黏声介质的最小二乘偏移方法及应用;第8章主要介绍基于编码的最小二乘偏移方法;第9章介绍双复杂条件下最小二乘偏移及应用;第10章介绍基于先验模型约束的最小二乘逆时偏移方法;第11章为最小二乘偏移方法的研究展望。

本书在编写过程中得到中国石油大学(华东)地震波传播与成像实验室全体学生的大

力支持,也得到中国石油大学(华东)地球物理系李振春教授的指导,以及中国石化石油物探技术研究院方伍宝教授级高工、段新彪高级工程师等专家的大力支持,在此一并感谢。同时,还感谢国家自然科学基金(41104069, 41274124)、国家 973 计划(2014CB239006, 2011CB202402)、山东省自然科学基金(ZR2011DQ016)、中央高校基本科研业务费专项基金(R1401005A)及骨干教师人才支持计划的联合资助。

由于作者数理和地球物理专业水平有限,书中定有不妥之处,望专家和同行批评指正。

作者

2016年5月

目 录

总序

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 Hessian 矩阵的求取	1
1.2 反演空间的选取	1
1.3 预条件算子的构建	2
参考文献	2
第 2 章 最小二乘模型匹配	4
2.1 共轭的释义	4
2.1.1 共轭导数	4
2.1.2 褶积运算	5
2.2 点乘实验	6
2.3 最小二乘解	7
2.4 任意方向法和最速下降法	9
2.5 共轭梯度法	9
2.6 最小二乘模型匹配实例	11
第 3 章 最小二乘 Kirchhoff 偏移	13
3.1 Kirchhoff 偏移方法介绍	13
3.1.1 Kirchhoff 积分公式	13
3.1.2 Kirchhoff 偏移公式	15
3.2 Kirchhoff 偏移和反偏移算子	17
3.3 最小二乘 Kirchhoff 偏移	17
3.4 模型试算	20
3.4.1 Kirchhoff 最小二乘叠后时间偏移	20
3.4.2 最小二乘叠前深度偏移	22
3.4.3 局部倾角约束最小二乘偏移	27
参考文献	33
第 4 章 最小二乘高斯束偏移方法	35
4.1 高斯束反偏移及其共轭算子	35
4.1.1 方法原理	35
4.1.2 模型试算	37
4.1.3 结论与讨论	39
4.2 最小二乘高斯束偏移	39

4.2.1	方法原理	39
4.2.2	模型试算	40
4.2.3	结论与讨论	44
	参考文献	45
第 5 章	单程波最小二乘偏移	46
5.1	单程波最小二乘偏移基本知识	46
5.1.1	概述	46
5.1.2	最小二乘偏移的理论框架	47
5.2	最小二乘分步 DSR 偏移	48
5.2.1	基本原理	48
5.2.2	模型试算	50
5.2.3	结论与讨论	52
5.3	最小二乘傅里叶有限差分偏移	53
5.3.1	基本原理	53
5.3.2	模型试算	55
5.3.3	结论与讨论	56
5.4	最小二乘广义屏偏移	58
5.4.1	基本原理	58
5.4.2	基于照明预条件的广义屏最小二乘偏移	60
5.4.3	模型试算	62
5.4.4	结论与讨论	68
	参考文献	68
第 6 章	最小二乘逆时偏移	71
6.1	波动方程逆时偏移理论	71
6.1.1	一维逆时偏移理论	72
6.1.2	二维逆时偏移理论	74
6.1.3	边界条件和成像条件	76
6.2	最小二乘逆时偏移	76
6.2.1	双程波波动方程反偏移算子	76
6.2.2	最小二乘逆时偏移	77
6.3	模型测试及应用	79
6.3.1	二维三层介质模型	79
6.3.2	LSRTM 在近地表高精度成像中的应用	79
6.3.3	LSRTM 在断块油气藏高精度成像中的应用	85
6.4	本章小结	90
	参考文献	91
第 7 章	衰减介质 LSRTM 成像方法及应用	93
7.1	黏声波介质逆时偏移方法及应用	94

7.1.1	黏声逆时偏移的基本原理	94
7.1.2	二阶黏声波动方程	95
7.1.3	规则化处理	98
7.1.4	模型试算	100
7.2	黏声介质最小二乘逆时偏移方法及应用	106
7.2.1	黏声介质最小二乘逆时偏移方法原理	106
7.2.2	黏声介质波动方程线性化	107
7.2.3	梯度的求取	109
7.2.4	模型试算	109
7.3	衰减介质 LSRTM 总结	117
	参考文献	117
第 8 章	基于编码的最小二乘偏移	119
8.1	基于编码的最小二乘偏移方法原理	120
8.1.1	方法原理	120
8.1.2	实现流程	123
8.2	基于编码的最小二乘偏移方法实例	124
8.2.1	基于非线性相位编码的最小二乘(逆时)偏移方法	124
8.2.2	叠前平面波最小二乘逆时偏移方法	132
8.2.3	一种基于分频编码的最小二乘裂步偏移方法	138
8.3	编码策略分析	143
8.4	本章总结	146
	参考文献	147
第 9 章	双复杂条件下最小二乘偏移	149
9.1	起伏地表最小二乘逆时偏移	150
9.1.1	起伏地表逆时偏移	150
9.1.2	起伏地表最小二乘逆时偏移	151
9.1.3	成像测试	151
9.2	基于平面波编码的起伏地表最小二乘逆时偏移	153
9.2.1	起伏地表下平面波合成	153
9.2.2	起伏地表平面波最小二乘逆时偏移方法	154
9.2.3	编码策略	154
9.2.4	成像测试	155
9.3	本章小结	164
	参考文献	164
第 10 章	基于先验模型约束的最小二乘逆时偏移方法	166
10.1	先验模型约束的最小二乘逆时偏移理论方法	166
10.1.1	基于先验模型的误差函数	166
10.1.2	初始模型的选取	167

10.1.3	井约束最小二乘逆时偏移流程	167
10.2	模型试算	168
10.2.1	基于先验模型约束的 LSRTM 有效性分析	168
10.2.2	不同约束条件下 LSRTM 效果对比	171
10.2.3	先验模型约束 LSRTM 对偏移速度场的敏感性分析	174
10.2.4	先验模型约束 LSRTM 对低信噪比炮记录适应性分析	175
10.3	本章小结	177
	参考文献	178
第 11 章	最小二乘偏移的发展趋势	180

第 1 章 绪 论

随着勘探对象变得日趋复杂,地震成像理论方法正在朝着起伏地表、地下复杂构造、各向异性和非均质复杂储层方向不断发展,勘探重点正逐步由常规油气储层向以深部为主的碳酸盐岩储层及非常规油气储层转移。这些深部储层存在如下特点:①构造复杂,例如逆掩断层和盐下成像等;②成藏机理复杂,储层具有非连续性,在理论上表现为非线性及多场耦合等特征,需要研究多尺度非常规储层定量描述与表征;③储层埋藏较深,信号较弱,导致时间采样长度和接收孔径的加大,从而造成海量数据量的处理。

目前,在进行复杂构造成像时,无倾角限制的逆时偏移(reverse time migration, RTM)技术被认为是较好的成像方法,然而单纯的逆时偏移技术对处理深部储层的成像问题时,还存在如下困难:①分辨率有限,由于逆时偏移仅仅是正演算子的共轭转置,而不是它的逆,另外由于采集孔径有限、地下模型复杂及地震波带宽有限,逆时偏移技术仅仅能够提供较模糊的构造信息,无法对复杂油气藏进行精细成像;②受相同因素的制约,常规逆时偏移技术也无法提供准确的振幅信息,深部成像振幅弱且振幅不均衡,深部有效能量识别困难;③常规逆时偏移计算量大,处理三维海量地震数据的计算成本非常高。上述三个问题都将严重制约 RTM 技术在深部储层勘探开发过程中的广泛应用。

最小二乘偏移将偏移成像视为最小二乘反演框架下的反演问题,能够克服 RTM 技术对深部储层成像分辨率不高且振幅不均衡等问题。最小二乘思想的应用较为广泛,而国内外基于最小二乘偏移的理论方法研究主要集中在如下三个方面。

1.1 Hessian 矩阵的求取

自从 Bamberger 等^[1]将最小二乘方法引入到地震反演中,Laillly^[2]和 Tarantola^[3]认识到数据不拟合函数和波动方程逆时偏移存在内在的联系。事实上,偏移仅仅是反演的第一步,但由于最小二乘偏移的 Hessian 矩阵非常庞大,计算和存储都很困难,因此很多学者将其进行近似:第一种近似是将 Hessian 矩阵简化为对角矩阵,仅对振幅进行标定,反演结果相当于经典的保幅偏移;第二种近似是在水平层状介质假设的前提下,从射线理论出发计算偏移格林函数,并将其作为反褶积算子对偏移结果进行处理;第三种近似是利用初始偏移结果和再偏移结果估计出一系列非稳相滤波器来近似 Hessian 矩阵的逆,然后利用这些滤波器对偏移结果进行标定和滤波^[4-6]。

1.2 反演空间的选取

最小二乘偏移/反演过程中,根据反演空间的不同,可分为数据空间反演过程和成像空间反演过程。数据空间反演通过多次迭代使合成正演数据和采集数据之间的残差最

小^[7-10],这类方法不需要显式计算 Hessian 矩阵,只需要构建一对互为共轭的正演算子和偏移算子;成像空间反演则是通过多次迭代使初步偏移结果逐步逼近真实反射系数^[11-15],这类方法需要显式计算 Hessian 矩阵,但是便于采用不同的正则化方法,而且易于实现面向目标的反演策略。

1.3 预条件算子的构建

最小二乘偏移/反演过程中,正则化(或预条件)算子的选取非常关键,合理的正则化算子不仅可以保证反演过程稳定,改善反演效果,而且可以有效提高反演的收敛速度,因此很多学者对正则化算子的设计和选取做了非常深入的研究,主要分为六类:①阻尼约束条件^[3];②共成像点道集的聚焦性或平滑性约束^[7,8,12];③倾角约束条件,利用局部倾角信息对反演结果进行约束^[8,16];④预测算子,利用 F-X 预测滤波算子对反演结果进行约束^[9];⑤去模糊化算子,利用两次偏移结果估计出来的滤波器作为预条件算子^[10];⑥变换域稀疏约束,利用成像结果在小波域(wavelet domain)或曲波域(curvelet domain)的稀疏分布特性进行约束^[17,18]。

在国内,随着深部储层的勘探开发日益重要,基于反演思想且成像精度更高的 LSM 方法,逐步进入人们的视野。杨其强和张叔伦^[19]采用傅里叶有限差分偏移和正演算子进行叠后最小二乘偏移,在一定程度上消除了成像噪声,提高了分辨率。王彦飞等^[20]提出一种新的偏移反演成像迭代正则化模型,并提出了求解该模型的混合型共轭梯度算法。黄建平^[21,22]利用 Kirchhoff 叠前深度偏移和反偏移算子对盐丘模型及 Marmousi2 模型进行测试,取得较好的反演效果。

总的来说,LSM 自兴起后虽然发展时间较长,但这一技术由于其庞大的计算需求和计算成本及对约束条件选取的高要求,一直没有得到普遍应用。近年来,向量并行计算机及高性能集群的快速发展和成像道集先验信息的使用,使得计算成本和约束条件要求对 LSM 的制约逐步减小,越来越多的学者正在发展并完善它。

参 考 文 献

- [1] Bamberger A, Chavent C, Hemon C, et al. Inversion of normal incidence seismograms. *Geophysics*, 1982, 47: 757-770
- [2] Lailly P. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migration. *Conference on Inverse Scattering: Theory and Applications*, Philadelphia, 1983
- [3] Tarantola A. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 1984, 49: 1259-1266
- [4] Rickett J E. Illumination-based normalization for wave-equation depth migration. *Geophysics*, 2003, 68: 1371-1379
- [5] Guitton A. Amplitude and kinematic corrections of migrated images for nonunitary imaging operators. *Geophysics*, 2004, 69: 1017-1024
- [6] Symes W W. Approximate linearized inversion by optimal scaling of prestack depth migration. *Geophysics*, 2008, 73(2): R23-R35
- [7] Kuehl H, Sacchi M D. Generalized least-squares DSR migration using a common angle imaging condition. 2001 SEG Annual Meeting, San Antonio, 2001

- [8] Prucha M L, Biondi B L. Subsalt event regularization with steering filters. 2002 SEG Annual Meeting, Society of Exploration Geophysicists, 2002
- [9] Wang J, Kuehl H, Sacchi M D. Least-squares wave-equation avp imaging of 3D common azimuth data. 2003 SEG Annual Meeting, Dallas, 2003
- [10] Aoki N, Schuster G T. Fast least-squares migration with a deblurring filter. *Geophysics*, 2009, 74: WCA83-WCA93
- [11] Jiang Z, Schuster G T. Target-oriented least squares migration. 2003 SEG Annual Meeting, Dallas, 2003
- [12] Valenciano A A, Biondi B, Guitton A. Target-oriented wave equation inversion. *Geophysics*, 2006, 71(4): A35-A38
- [13] Tang Y. Target-oriented wave-equation least-squares migration/inversion with phase-encoded Hessian. *Geophysics*, 2009, 74(6): WCA95-WCA107
- [14] Ren H, Wu R S, Wang H. Least square migration with Hessian in the local angle domain. 2009 SEG Annual Meeting, Houston, 2009
- [15] Ren H, Wu R S, Wang H. Frequency domain wave equation based angular Hessian for amplitude correction. 2010 SEG Annual Meeting, Society of Exploration Geophysicists
- [16] Wang J, Sacchi M D. Structure constrained least-squares migration. 2009 SEG Annual Meeting, Houston, 2009
- [17] Miller M, Kingsbury N, Hobbs R. Least-squares migration using complex wavelets. 2004 SEG Annual Meeting, Denver, 2004
- [18] Herrmann F J, Brownl C R, Erlanggal Y A, et al. Curvelet-based migration preconditioning and scaling. *Geophysics*, 2009, 74(4): A41-A46
- [19] 杨其强, 张叔伦. 最小二乘傅里叶有限差分偏移. *地球物理学进展*, 2008, 23(2): 433-437
- [20] 王彦飞, 杨长春, 段秋梁. 地震偏移反演成像的迭代正则化方法研究. *地球物理学报*, 2009, 52(6): 1615-1624
- [21] 黄建平, 李振春, 孔雪, 等. 碳酸盐岩裂缝型储层最小二乘偏移成像方法研究. *地球物理学报*, 2013, 56(05): 1716-1725
- [22] 黄建平, 李振春, 刘玉金, 等. 复杂介质最小二乘叠前深度偏移成像方法. *地球物理学进展*, 2013, 28(6): 2977-2983

第 2 章 最小二乘模型匹配

最小二乘偏移应用的是模型匹配数据的思想,可以看作最小二乘意义下的反演问题。本章前几节阐述最小二乘模型匹配的思想,并介绍几种迭代方法,这些内容是实现最小二乘偏移的基础。

2.1 共轭的释义

在实现最小二乘偏移的过程中,首先要求取偏移算子的共轭算子(正演算子),共轭算子的正确求取在反演过程中至关重要。如果原算子与共轭算子不是完全共轭的,就有可能导致最小二乘拟合解在反演过程中不收敛,随着迭代次数的增加,不能得到离真正模型越来越精确的像。

许多的科学计算都可以通过矩阵乘法来实现,算子的共轭算子实际上就是这个算子的转置矩阵。

2.1.1 共轭导数

在数值分析中,可以通过有限差分来表示时间函数的导数。具体来说,导数可以表示为两个相邻时间点的差值除以时间间隔 Δt ,也可以表示为时间采样点和滤波响应 $(1, -1)/\Delta t$ 的褶积运算结果。如果将分母 Δt 省略,这个概念用矩阵乘法可以表示为

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & & \\ & -1 & 1 & & & \\ & & -1 & 1 & & \\ & & & -1 & 1 & \\ & & & & -1 & 1 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

中间矩阵被称为导数算子矩阵,它的每一列 $(1, -1)$ 为滤波器脉冲响应。在求共轭的过程中,需要将该矩阵转置,滤波器的脉冲响应就变为了 $(-1, 1)$ 。共轭过程用矩阵乘法可表示为

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \\ \hat{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & & & & & \\ 1 & -1 & & & & \\ & 1 & -1 & & & \\ & & 1 & -1 & & \\ & & & 1 & -1 & \\ & & & & 1 & -1 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

图 2-1 是一个应用导数算子的例子。当逻辑控制变量 $\text{adj}=0$ 时, 求出某地区地势 [图 2-1(a)] 的南北向梯度 [图 2-1(b)], 从梯度图上可以得到该地区地势在南北向上的坡度变化信息。

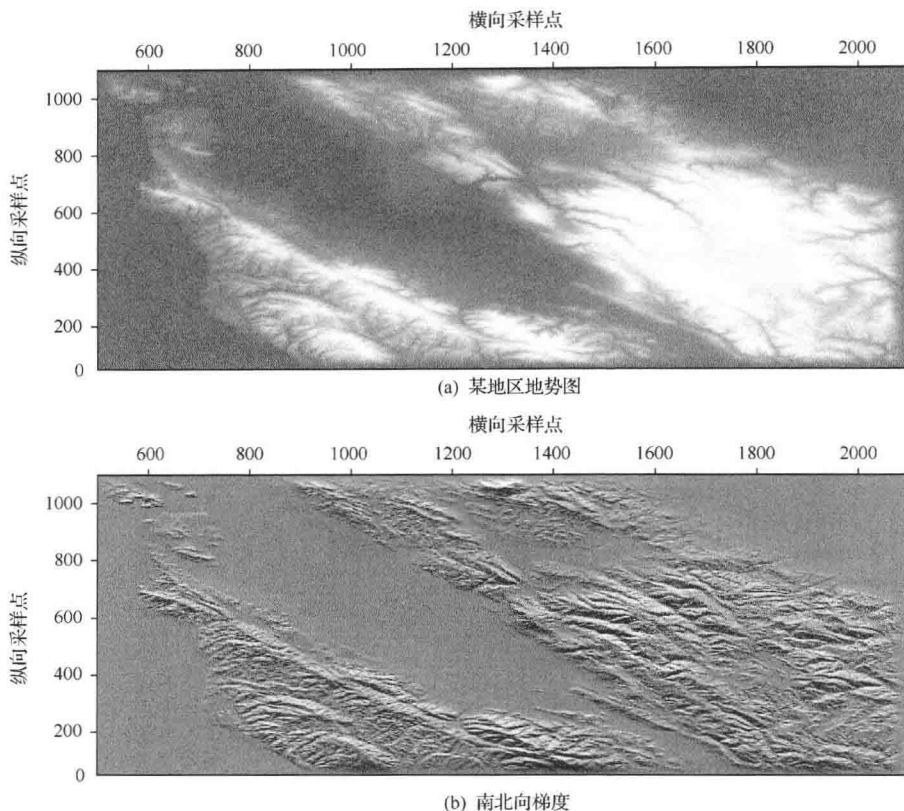


图 2-1 某地区地势和南北向坡度情况

2.1.2 褶积运算

地球物理中许多技术都涉及褶积运算, 推导褶积公式的方法很多, 其中两个多项式相乘是一个基本的方法。例如, 多项式 $X(Z) = x_1 + x_2Z + x_3Z^2 + x_4Z^3 + x_5Z^4 + x_6Z^5$ 乘以多项式 $B(Z) = b_1 + b_2Z + b_3Z^2$, 乘积 $Y(Z) = B(Z)X(Z)$ 也是一个多项式, $Y(Z)$ 中 Z 的最高幂决定了褶积矩阵的行数。褶积运算用矩阵可以表示为

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_2 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_3 & b_2 & b_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 & b_2 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_3 & b_2 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_3 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \mathbf{Bx} \quad (2-3)$$

相应的共轭运算可以表示为

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \\ \hat{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 & b_2 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \end{bmatrix} \tag{2-4}$$

式(2-3)进行的是褶积运算,而共轭运算式(2-4)中输入量 y 与脉冲响应 $b = (b_1, b_2, b_3)$ 实现的是互相关操作,这说明褶积的共轭运算是互相关。

图 2-2 是一个褶积的例子,由上到下分别为输入信号、滤波器响应函数、褶积结果。

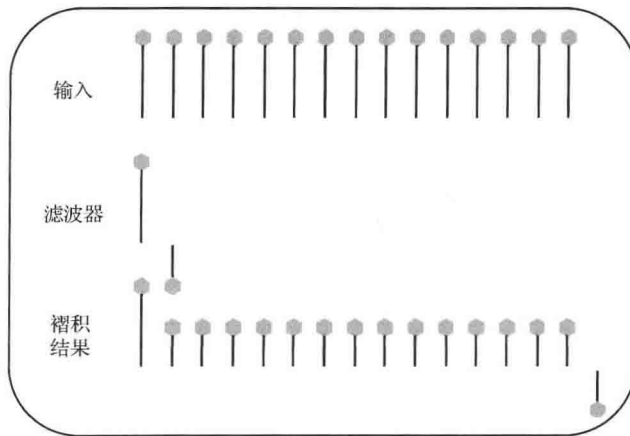


图 2-2 褶积例子

2.2 点乘实验

将原算子矩阵转置就可以得到共轭算子矩阵,互为转置的两个矩阵表示的算子一定是共轭的。但在实际地震资料处理中,遇到的矩阵较为庞大以至于计算机内存无法存储,且许多计算过程[如微分方程和快速傅里叶(Fourier)变换]根本无法用矩阵表示。为了解决矩阵方法无法直接计算的难题,本书采用两个程序来表示原算子运算及其共轭过程,第一个程序相当于矩阵乘积 Fx ,第二个程序相当于共轭过程 $F^T x$ 。在应用这两个程序进行反演之前,需要保证二者是严格共轭的。点乘实验(dot-product test)是一个简单的数学计算实验,同时包含正演和共轭算子计算,直接通过计算结果来验证两个程序是否完全共轭。

根据线性代数的组合性质,对于矢量-矩阵-矢量的乘法运算 $y^T Fx$,无论如何组合,最