

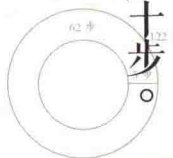
古法今观

——中国古代科技名著新编

〔魏晋〕刘徽注 蔡践 编译

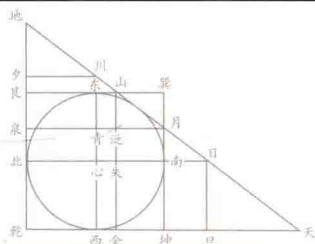


今有田广十五步，从十六步。问：为田几何？答曰：一亩。又有田广十二步，从十四步。问：为田几何？答曰：一百六十步。



九章算术

提高智商的中国古代数字游戏



江苏凤凰科学技术出版社

九章算术

古法今观——中国
古代科技名著新编

〔魏晋〕刘徽 注
蔡践 编译

图书在版编目(CIP)数据

九章算术 / 蔡践编译. -- 南京: 江苏凤凰科学技术出版社, 2016.10

(古法今观 / 魏文彪主编. 中国古代科技名著新编)

ISBN 978-7-5537-7281-3

I. ①九… II. ①蔡… III. ①古典数学—中国 IV. ①O112

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第240310号

古法今观——中国古代科技名著新编

九章算术

注 者 [魏晋] 刘徽

编 译 蔡 践

项 目 策 划 凤凰空间 / 翟永梅

责 任 编 辑 刘屹立

特 约 编 辑 陈丽新

出 版 发 行 凤凰出版传媒股份有限公司

江苏凤凰科学技术出版社

出版社地址 南京市湖南路1号A楼, 邮编: 210009

出版社网址 <http://www.pspress.cn>

总 经 销 天津凤凰空间文化传媒有限公司

总经销网址 <http://www.ifengspace.cn>

经 销 全国新华书店

印 刷 北京永诚印刷有限公司

开 本 710 mm × 1 000 mm 1/16

印 张 18

字 数 432千字

版 次 2016年10月第1版

印 次 2016年10月第1次印刷

标 准 书 号 ISBN 978-7-5537-7281-3

定 价 68.00元

图书如有印装质量问题, 可随时向销售部调换(电话: 022—87893668)。

目 录



《九章算术注》序 007

卷一 015

方田以御田畴界域

(方田：处理田地等面积)

卷二 058

粟米以御交质变易

(粟米：处理抵押交换问题)

卷三 078

衰分以御贵贱禀税

(衰分：处理物价贵贱、赐予谷物及赋税等问题)

卷四 094

少广以御积幂方圆

(少广：处理积幂方圆问题)

卷五 123

商功以御功程积实

(商功：处理工程的体积问题)

卷六 165

均输以御远近劳费

(均输：处理远近劳费的问题)

卷七 202

盈不足以御隐杂互见

(盈不足：处理隐杂互见的问题)

卷八 219

方程以御错糅正负

(方程：处理交错混杂及正负问题)

卷九 254

句股以御高深广远

(勾股：处理有关高深广远的问题)

趣味数学题答案 280

九章算术

古法今观——中国
古代科技名著新编

〔魏晋〕刘徽 注
蔡践 编译

图书在版编目 (C I P) 数据

九章算术 / 蔡践编译. -- 南京 : 江苏凤凰科学技术出版社, 2016.10

(古法今观 / 魏文彪主编. 中国古代科技名著新编)

ISBN 978-7-5537-7281-3

I. ①九… II. ①蔡… III. ①古典数学—中国 IV. ①O112

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 240310 号

古法今观——中国古代科技名著新编

九章算术

注 者 [魏晋] 刘徽

编 译 蔡 践

项 目 策 划 凤凰空间 / 翟永梅

责 任 编 辑 刘屹立

特 约 编 辑 陈丽新

出 版 发 行 凤凰出版传媒股份有限公司

江苏凤凰科学技术出版社

出版社地址 南京市湖南路 1 号 A 楼, 邮编: 210009

出版社网址 <http://www.pspress.cn>

总 经 销 天津凤凰空间文化传媒有限公司

总经销网址 <http://www.ifengspace.cn>

经 销 全国新华书店

印 刷 北京永诚印刷有限公司

开 本 710 mm × 1 000 mm 1/16

印 张 18

字 数 432 千字

版 次 2016 年 10 月第 1 版

印 次 2016 年 10 月第 1 次印刷

标 准 书 号 ISBN 978-7-5537-7281-3

定 价 68.00 元

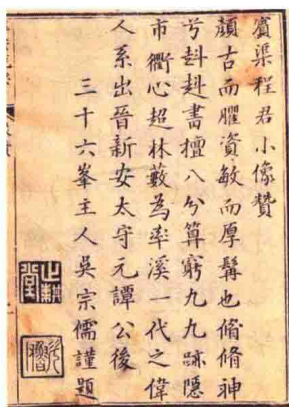
图书如有印装质量问题, 可随时向销售部调换 (电话: 022—87893668)。



《九章算术》是我国现存的一部最古老的数学书。作者不详。一般认为它是经多人增补修订而成的。初步考证，大约成书于东汉初期。该书系统总结了战国、秦、汉时期的数学成就。全书采用问题集的形式，收录与生产、生活实践有联系的应用问题，其中每道题有问（题目）、答（答案）、术（解题的步骤，但没有证明），有的是一题一术，有的是多题一术或一题多术。本书对《九章算术》作了详细的注解。依照问题的性质和解法，分别隶属于方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程及勾股九章。

随着社会的发展，社会生产力的逐渐提高，使得数学获得了一定的发展。《九章算术》就是记载了古代劳动人民在生产实践中总结出来的数学知识。它不但开拓了我国数学的发展道路，在世界数学发展中也占有极其重要的地位。更以一系列“世界之最”的成就，反映出我国古代数学在秦汉时期在全世界就已经取得领先地位。这种领先地位一直保持到公元 14 世纪初。

《九章算术》最早系统地叙述了分数约分、通分和四则运算的法则。像这样系统的叙述，印度在公元



古版《九章算术》

7 世纪时才出现，欧洲就更迟了。

《九章算术》最早提出了正、负数的概念并系统地叙述了正、负数的加减法则。负数概念的提出，是人类关于数的概念的一次意义重大的飞跃。在印度，直到公元 7 世纪才出现负数概念，欧洲则是到 17 世纪才有人认识负数概念，甚至在 19 世纪的欧洲，也还有一些数学家认为负数没有实际的意义。

《九章算术》提出的“盈不足术”，也是我国古代数学中的一项杰出创造。用两次假设，可以把一般的方程化为“盈不足”问题，用“盈不足术”求解。这种方法可能在公元 9 世纪时传入了阿拉伯，公元 13 世纪时又由阿拉伯传入了欧洲。意大利数学家斐波纳奇最先向欧洲介绍了这种算法，并把它称为“契丹算法”（即“中国算法”）。

《九章算术》中最引人注目的成就之一是，它在世界上最早提出了联立一次方程（即线性方程组）的概念，并系统地总结了联立一次方程的解法。

历代数学家有不少人曾经注释过这本书，其中以刘徽和李淳风的注释最有名。魏晋时代，刘徽对《九章算术》作过注解（以下简称为刘注）。唐初，李淳风（？—714）也作过注解（以下简称为李注）。刘徽在《九章算术》注解中，“析理以辞，解体用图”，不但给出明确的概念，导出正确的理论，而且还有很多创造发明，从而取得了不可磨灭的功绩。可以看出，刘徽在数学方面的成就是十分伟大的，十分辉煌的，他不愧是我国古代一位杰出的布衣数学家。唐代李淳风注《九章算术》时，除引证祖冲之及其子祖暅之对体积理论的贡献外，其他注文多与刘注相类，较刘注似通俗易懂。

《九章算术》及刘、李注文的语句简略，用字深奥，阅读起来十分不便。为了能较确切地理解作者的原意，必须注释。今参考各家之说，用通俗的语言，用近代数学术语对《九章算术》刘、李注文详加注释。为方便计只注释与数学有关的语句，凡与数学关系不大的概不注释。

由于辗转传抄、影摹刊刻，传本《九章算术》有很多错误文字。凡是与前人有出入的地方，则凭一管之见，加述理由。由于水平有限，缺点和错误在所难免，请广大读者不吝指正。

编译者

2016 年 10 月

目 录



《九章算术注》序 007

卷一 015

方田以御田畴界域

(方田：处理田地等面积)

卷二 058

粟米以御交质变易

(粟米：处理抵押交换问题)

卷三 078

衰分以御贵贱禀税

(衰分：处理物价贵贱、赐予谷物及赋税等问题)

卷四 094

少广以御积幂方圆

(少广：处理积幂方圆问题)

卷五 123

商功以御功程积实

(商功：处理工程的体积问题)

卷六 165

均输以御远近劳费

(均输：处理远近劳费的问题)

卷七 202

盈不足以御隐杂互见

(盈不足：处理隐杂互见的问题)

卷八 219

方程以御错糅正负

(方程：处理交错混杂及正负问题)

卷九 254

句股以御高深广远

(勾股：处理有关高深广远的问题)

趣味数学题答案 280



《九章算术注》序

刘徽^①

原典

昔在庖牺氏^②始画八卦，以通神明之德^③，以类万物之情^④，作九九^⑤之术以合六爻之变。暨^⑥于黄帝神而化之，引而伸之^⑦，于是建历^⑧纪，协律吕，用稽道原^⑨，然后两仪^⑩四象精微之气可得而效焉。记称“隶首^⑪作数”，其详未之闻也。按：周公^⑫制礼而有九数，九数之流，则《九章》是矣^⑬。往者暴秦焚书，经术散坏^⑭。自时厥^⑮后，汉北平侯张苍、大司农中丞耿寿昌皆以善算命世。苍等因旧文之遗残，各称删补^⑯。故校其目则与古或异^⑰，而所论者多近语也^⑱。

注释

① 刘徽：中国古代最伟大的数学家，中国传统数学理论的奠基者。

② 庖牺氏：又作包牺氏、伏羲氏、宓羲、伏羲，又称牺皇、皇羲。神话中的人类始祖，人类由他与其妹女媧婚配而产生。

③ 以通神明之德，以类万物之情：为的是通达客观世界变化的规律，描摹其万物的情状。

④ 九九：即九九表。

⑤ 暨：及，至，到。

⑥ 引而伸之：引申。

⑦ 历：推算日月星辰运行及季节时令的方法，又指历书。

⑧ 用稽道原：用以考察道的本原。

⑨ 两仪：指天、地。

⑩ 隶首：相传为黄帝的臣子。

⑪ 周公：周初政治家，名姬旦，协助周武王灭商，后又辅佐周成王。相传他制定了周朝的典章礼乐制度。

⑫ 刘徽认为，“九数”在先秦已经发展为《九章算术》。此种《九章算术》

已不存在，存《九章算术》中采取术文统率例题部分的大多数内容应是它的主要部分。

⑬ 刘徽认为，《九章算术》在秦始皇焚书时遭到破坏。

⑭ 厥：之。

⑮ 各称删补：称，述说，声言。删补，删节补充。

⑯ 刘徽考校了张苍、耿寿昌等删补的《九章算术》与各种资料，发现其目录与先秦的《九章算术》有所不同。

⑰ 此谓张苍、耿寿昌用汉初的语言改写了先秦的文字。

译文

从前，庖牺氏曾制作八卦，为的是通达客观世界变化的规律，描摹其万物的情状；又作九九之术，为的是符合六爻的变化。至黄帝神妙地使之潜移默化，将其引申之，于是建立历法的纲纪，校正律管使乐曲和谐。用它们考察道的本原，然后两仪、四象的精微之气可以效法。典籍记载隶首创作了算学，其详细情形没有听说过。按：周公制定礼乐制度时产生了九数。九数经过发展，就成为《九章算术》。过去，残暴的秦朝焚书，导致经、术散坏。自那以后，西汉的北平侯张苍、大司农中丞耿寿昌皆以擅长算学而闻名于世。张苍等人凭借残缺的原有文本，对各种述说先后进行删节补充。这就是为什么对校它的目录，则有的地方与古代不同，而论述中所使用的大多是近代的语言。

刘徽的简介

刘徽，山东邹平人，魏晋时伟大的数学家。他从小思维敏捷，解决数学问题方法灵活，是中国最早主张用逻辑推理的方式来论证数学命题的人。他一生刻苦探求数学，虽然地位低下，但人格高尚。

刘徽是公元3世纪世界上最杰出的数学家，他在公元263年撰写的著作《九章算术注》以及后来的《海岛算经》，是我国最宝贵的数学遗产，从而奠定了他在中国数学史上的不朽地位。



刘徽



原典

徽幼习《九章》，长再详览。观阴阳^①之割裂，总算术^②之根源，探赜^③之暇，遂悟其意^④。是以敢竭顽鲁，采其所见^⑤，为之作注。事类相推^⑥，各有攸归^⑦，故枝条虽分而同本干知，发其一端^⑧而已又所析理^⑨以辞，解体^⑩用图，庶亦约而能周，通而不黷^⑪，览之者思过半矣^⑫。且算在六艺^⑬，古者以宾兴^⑭贤能，教习国子^⑮。虽曰九数^⑯，其能穷纤入微，探测无方^⑰。至于以法^⑱相传，亦犹规^⑲矩^⑳度量可得而共，非特难为也。当今好之者寡，故世虽多通才达学，而未必能综于此耳。

译文

我童年的时候学习过《九章算术》，成年后又作了详细研究。我考察了阴阳的区别对立，总结了算术的根源，在窥探它的深邃道理的余暇时间，领悟了它的思想。因此，我不揣冒昧，竭尽愚顽，搜集所见到的资料，为它作注。各种事物按照它们所属的类别互相推求，分别有自己的归宿。所以，它们的枝条虽然分离而具有同一个本干的原因就在于都发自于一个开端。如果用言辞表述对数理的分析，用图形表示对立体的分解，那差不多就会使之简单而周密，通达而不烦琐，凡是阅读它的人就能理解其大半的内容。而算学是六艺之一，古代以它举荐贤能的人而宾礼之，教育贵族子弟；虽然叫作九数，其功用却能穷尽非常细微的领域，探求的范围是没有极限的；至于世代所传的方法，只不过是规、矩、度、量中那些可以得到并且有共性的东西，并不是特别难以做到的。现在喜欢算学的人很少，所以世间虽然有许多通才达学，却不一定能对此融会贯通。

注释

① 阴阳：中国古代思想家解释宇宙的术语。一切现象都有正反两个方面，凡是天地、日月、昼夜、男女、上下、君臣乃至脏腑、气血等均分属阴阳。数学上互相对立又联系的概念，如法与实，数的大与小，整数与分数，正数与负数，盈与不足，图形的表与里，方与矩，等等，都分属阴阳。刘徽考察了数学中阴阳的对立、消长，才能找到数学的根源。

② 算术：即今之数学，含有今之算术、代数、几何等各个分支的内容。

③ 探赜：探索奥秘。

④ 悟其意：领会了它的思想。这里指刘徽自己的数学思想和数学创造。

⑤ 采其所见：搜集采纳我所见到的数学知识和资料。

⑥ 推：推求，推断。

⑦ 攸归：所归。

⑧ 一端：一个开端。

⑨ 析理：初见于《庄子·天下》：“判天地之美，析万物之理。”但没有方法论的意义。而到魏晋时代，它却成为正始之音和辩难之风的代名词。学术界一般认为，“析理”是郭象注《庄子》时概括出来的。实际上，刘徽使用“析理”比郭象早。

⑩ 解体：分解形体。

⑪ 通而不黷：通达而不烦琐。

⑫ 思过半矣：语出《周易·系辞下》：“知者观其彖辞，则思过半矣。”

⑬ 六艺：礼、乐、射、御、书、数，是为周代贵族子弟所受教育的六门主要课程。

⑭ 宾兴：周代举贤之法。

⑮ 国子：公卿大夫的子弟。

⑯ 九数：方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、盈不足、旁要。

⑰ 无方：没有止境。

⑱ 法：方法。这里指数学方法。

⑲ 规：是画圆的工具。

⑳ 矩：是画方的工具。规矩度量可得而共：就是说空间形式和数量关系中那些可以得到并且有共性的东西。

规矩

《墨子·天文志》云：“轮匠执其规矩，以度天下之方圆。”后来“规矩”也成了汉语中表示标准、法则，甚至道德规范的常用词。度量即度量衡。用度量衡量度某物，得到其长度、容积和重量，反映事物的数量关系。因此，规矩、度量就是人们常说的空间形式和数量关系。规矩度量可得而共，就是说空间形式和数量关系中那些可以得到并且有共性的东西。众所周知，中国古代，所有的几何问题都考虑其数量关系，都要化成算术或代数问题解决。



墨子



原典

《周官^①·大司徒》职，夏至日中立八尺之表^②。其景^③尺有五寸，谓之地中。说云，南戴日下^④万五千里。夫云尔者，以术推^⑤之。按《九章》立四表望远及因木望山^⑥之术，皆端旁^⑦互见，无有超邈若斯之类。然则苍等为术犹未足以博尽群数也。徽寻九数有重差之名，原其指趣^⑧乃所以施于此也。凡望极高、测绝深而兼知其远者必用重差^⑨、句股^⑩则必以重差为率^⑪，故曰重差也。

注释

① 周官：即《周礼》，相传周公所作。学术界一般认为是战国时期的作品。

② 表：古代测望用的标杆。

③ 景：作“影”。

④ 南戴日下：即夏至日中太阳直射地面之处。

⑤ 推：计算。

⑥ 立四表望远、因木望山：系《九章算术》勾股章的两个题目。

⑦ 端旁：某点或侧面。

⑧ 原其指趣：推究它的宗旨。

⑨ 重差：郑众所说汉代发展起来的数学分支之一。

⑩ 句股：清之后作“勾股”，郑众所说汉代发展起来的数学分支之一，张苍等将其编入《九章算术》，并将旁要纳入其中。

⑪ 必以重差为率：必须以重差建立率。

译文

《周官·大司徒》记载，夏至这天中午竖立一根高8尺的表，若其影长是1尺5寸，这个地方就称为大地的中心。《周礼注》说：此处到南方太阳直射处的距离是15 000里。这样说的理由，是由术推算出来的。按《九章算术》“立四表望远”

及“因木望山”等问的方法，所测望的目标的某点或某方面的数值都是互相显现的，没有像这样遥远渺茫的类型。如此说来，张苍等人所建立的方法还不足以穷尽算学所有的分支。我发现九数中有“重差”这一名目，推求其宗旨的本原，就是施用于这一类问题的。凡是测望极高、极深而同时又要知道它的远近的问题必须用重差、句股，那么必定以重差形成率，所以叫作重差。



表

原典

立两表于洛阳^①之城，令高八尺，南北各尽平地，同日度其正中之时。以景差为法^②，表高乘^③表间为实，实如法而一^④。所得加表高，即日去地也^⑤。以南表之景乘表间为实，实如法而一，即为从南表至南戴日下也^⑥。以南戴日下及日去地为句、股，为之求弦，即日去人也^⑦。以径寸之筒南望日，日满筒空，则定筒之长短以为股率，以筒径为句率，日去人之数为大股，大股之句即日径也。虽天圆穹之象犹曰可度^⑧，又况泰山^⑨之高与江海之广哉。

注释

- ① 洛阳：今属河南省。
- ② 法：这里指除数。
- ③ 乘：本义是登，升。进而引申为乘法运算。
- ④ 实如法而一：亦称实如法得一。
- ⑤ 此处给出了日到地面的距离。
- ⑥ 此处给出了南表至日直射处的距离。
- ⑦ 此处给出了日到人的距离。
- ⑧ 由于以筒径和筒长为勾、股的勾股形与以日径和人去日为勾、股的勾股形相似，根据勾股“相与之势不失本率”的原理。
- ⑨ 泰山：五岳之首，位于山东省泰安东。

泰山的高度

据考证，刘徽确实测望过泰山之高、远。《海岛算经》的第1问的原型当是泰山。盖此问的海岛去表102里150步，岛高4里55步。以1魏尺合今23.8厘米计算，分别是43 911米和1792.14米。有人以为这是山东沿海的某岛屿。实际上，不仅山东，就是全中国也找不到如此高且距大陆这么近的海岛。而泰山玉皇顶今实测为1536米，其南偏西方向十分陡峭，7公里外的泰安城的海拔即下降到130多米。到大汶河两岸，今肥城的城宫一带海拔仅为72米，与玉皇顶之间没有任何障碍物，泰山恰似一海岛。清阮元（1764—1849）曾用重差测望过泰山，测得泰山高233丈5寸8分（裁衣尺），以清裁衣尺1尺为35.50厘米计算，为827.36米。刘徽所测与实测之误差比阮元小得多。

译文

在洛阳城竖立两根表，高都是8尺，使之呈南北方向，并且都在同一水平地面上。同一天中午测量它们的影子。以它们的影长之差作为法。以表高乘两