文登教育

Wendeng Education

（第2版）

文登教育集团全程策划

考研数学公式手册

陈文灯 主编

◆公式、定理、表格，轻巧记忆。

◆方法、技巧、框架，轻松掌握！

北京理工大学出版社

文登教育
Wendeng Education

（第2版）

文登教育集团全程策划

考研数学公式手册

陈文灯 主

◆公式、定理、表格，轻巧记忆

◆方法、技巧、框架，轻松掌握！

北京理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

考研数学公式手册 / 陈文灯主编. —2 版. —北京：北京理工大学出版社，2013.1
(文登教育)
ISBN 978－7－5640－7086－1

Ⅰ. ①考… Ⅱ. ①陈… Ⅲ. ①高等数学－研究生－入学考试－自学参考资料 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 288394 号

出版发行 / 北京理工大学出版社
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号
邮　　编 / 100081
电　　话 /(010)68914775(办公室)　68944990(批销中心)　68911084(读者服务部)
网　　址 / http://www.bitpress.com.cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 / 北京时代华都印刷有限公司
开　　本 / 850 毫米×1168 毫米　1/64
印　　张 / 5
字　　数 / 150 千字
版　　次 / 2012 年 12 月第 2 版　2012 年 12 月第 1 次印刷　　责任校对 / 周瑞红
定　　价 / 12.00 元　　责任印制 / 边心超

前 言

在大学生考研和期末考试中，我们看到不少同学数学考不好的一个原因，是公式记不住。为了帮助同学们记住繁多的公式，节省从厚厚的辅导书或教科书中查阅公式的时间，我们特意编写了这本携带方便、查阅快捷的《考研数学公式手册》。其中除了有常见的各种公式，还有一些解题方法。

本手册也可以说是帮助所有大学生学好数学的《大学生数学手册》。此次再版不仅版式新颖，内容上更加完善——系统的基础概念、基本的性质定理、重要的方法技巧、经典的评语注释。我们相信手册的出版，会给同学们的复习提供方便，为同学们在期末考试和考研中数学考高分助上一臂之力。

编　者

2012 年 1 月

目　录

第1篇　高等数学

第2篇　线性代数

第 3 篇　概率论与数理统计

第1篇　高等数学

第1章　函数、极限和连续

1.1　函　　数

一、函数的基本概念

1. 函数的概念

定义　设 x 和 y 是两个变量，D 是实数集 $\mathbf{R}$ 的非空子集. 若对任意的 $x \in D$，变量 y 按照对应法则 f 总有一个确定的实数值与之对应，则称 y 为定义在 D 上的一个函数. 通常记作

$$y = f(x), x \in D,$$

其中 x 为自变量，y 为因变量，D 称为函数的定义域，有时记为 D_f.

全体函数值的集合 $Z_f = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$ 称为函数的值域.

二、函数的基本性质

1. 函数的奇偶性

定义　设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，若对任意 $x \in D$，有

$$f(-x) = f(x)（或\ f(-x) = -f(x)），$$

则称函数 $f(x)$ 为关于自变量 x 的偶函数（或奇函数）.

2. 周期性

定义　设函数 $f(x)$ 的定义域为数集 D，若存在一个与 x 无关的正数 T，使得对任意 $x \in D$，恒有

$$f(x+T) = f(x),$$

则称 $f(x)$ 是以 T 为周期的周期函数，满足上式的最小正数 T 称为函数 $f(x)$ 的周期. $f(x-T) = f(x)$ 也是成立的.

3. 有界性

定义　设函数 $f(x)$ 在数集 D 上有定义，若存在 $M > 0$，使得对任意 $x \in D$，

恒有

$$|f(x)| \leqslant M,$$

则称 $f(x)$ 在 D 上有界，数 M 称为 $f(x)$ 的一个界；若不存在这样的正数 M，则称 $f(x)$ 在 D 上无界.

若存在 M_1，对任意 $x \in D$，恒有 $f(x) \leqslant M_1$，则称函数 $f(x)$ 在 D 上有上界，且 M_1 称为函数 $f(x)$ 在 D 上的一个上界.

若存在 M_2，对任意 $x \in D$，恒有 $f(x) \geqslant M_2$，则称函数 $f(x)$ 在 D 上有下界，且 M_2 称为函数 $f(x)$ 在 D 上的一个下界.

4. 单调性

定义　设函数 $f(x)$ 在区间 X 上有定义，若对任意 $x_1, x_2 \in X$，当 $x_1 < x_2$ 时，恒有

$$f(x_1) < f(x_2)(\text{或 } f(x_1) > f(x_2)),$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 X 上是单调增加(或单调减少)的.

三、反函数、隐函数和复合函数

1. 反函数

定义　设函数 $f(x)$ 的定义域为 D_f，值域为 Z_f. 若对任意 $y \in Z_f$，有唯一确定的 $x \in D_f$ 满足 $y = f(x)$，则称 x 是定义在 Z_f 上以 y 为自变量的函数，记为

$$x = f^{-1}(y)(\text{或 } x = \varphi(y)),$$

并称 $x = f^{-1}(y)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数而 $y = f(x)$ 是 $x = f^{-1}(y)$ 的直接函数. 习惯上把 $y = f(x)$ 的反函数记作 $y = f^{-1}(x), x \in Z_f$.

2. 隐函数

定义　如果变量 x, y 满足一个方程 $F(x,y) = 0$，在一定条件下，当 x 取某区间的任一值时，相应地总有满足该方程的唯一的 y 值存在，则说方程 $F(x,y) = 0$ 在该区间内确定了一个隐函数.

3. 复合函数

定义　设函数 $y = f(u)$ 的定义域为 D_f，而函数 $u = \varphi(x)$ 的值域为 Z_φ，若 $Z_\varphi \subset D_f$，则称函数 $y = f(\varphi(x))$ 为由 $y = f(u)$ 与 $u = \varphi(x)$ 复合而成的复合函数，其中 x 为自变量，u 为中间变量，y 为因变量.

四、分段函数

用解析法表示的函数，若在其定义域 D 的各个不相交的子集上，分别用不同的式子表示，则该函数称为分段函数. 如，$y=\begin{cases} f_1(x), x \geqslant x_0 \\ f_2(x), x < x_0 \end{cases}$.

常见的分段函数：

(1) 绝对值函数 $y=|x|=\begin{cases} x, & x \geqslant 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$.

(2) 最大函数 $\max\{f_1(x), f_2(x)\}=\begin{cases} f_1(x), \{x \mid f_1(x) \geqslant f_2(x)\} \\ f_2(x), \{x \mid f_1(x)<f_2(x)\} \end{cases}$,

最小函数 $\min\{f_1(x), f_2(x)\}=\begin{cases} f_2(x), \{x \mid f_1(x) \geqslant f_2(x)\} \\ f_1(x), \{x \mid f_1(x)<f_2(x)\} \end{cases}$.

(3) 取整函数$[x]$或 $\operatorname{int} x$. 它表示不超过 x 的最大整数.

(4) 符号函数 $y=\operatorname{sgn} x=\begin{cases} 1, & x>0 \\ 0, & x=0. \\ -1, & x<0 \end{cases}$

(5) 狄利克莱(Dirichlet) 函数 $y = D(x) = \begin{cases} 1, x\text{ 是有理数} \\ 0, x\text{ 是无理数} \end{cases}$.

五、初等函数

1. 基本初等函数

(1) 幂函数 $y = x^{\mu}$($\mu \in \mathbf{R}$ 是常数);

(2) 指数函数 $y = a^{x}$($a > 0$ 且 $a \neq 1$);

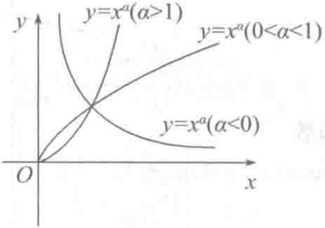
(3) 对数函数 $y = \log_a x$($a > 0, a \neq 1$);

(4) 三角函数,如 $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ 等;

(5) 反三角函数,如 $y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \arctan x, y = \operatorname{arccot} x$ 等.

以上五类函数统称为基本初等函数. 如表 1-1 所示.

表 1-1

函数类型	图形
幂函数 $y=x^{\alpha}$($\alpha\in\mathbf{R}$ 是常数)	
指数函数 $y=a^{x}$($a>0$ 且 $a\neq1$)