



文登教育

Wending Education

(第2版)

文登教育集团全程策划

考研数学

公式手册

陈文灯 主编

◆公式、定理、表格，轻巧记忆。

◆方法、技巧、框架，轻松掌握！

北京理工大学出版社



文登教育

Wendeng Education

(第2版)

文登教育集团全程策划

考研数学

公式手册

陈文灯 主

◆公式、定理、表格，轻巧记忆

◆方法、技巧、框架，轻松掌握！

北京理工大学出版社

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

考研数学公式手册 / 陈文灯主编. —2 版. —北京:北京理工大学出版社,2013.1
(文登教育)

ISBN 978-7-5640-7086-1

I. ①考… II. ①陈… III. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 288394 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京时代华都印刷有限公司

开 本 / 850 毫米×1168 毫米 1/64

印 张 / 5

字 数 / 150 千字

版 次 / 2012 年 12 月第 2 版 2012 年 12 月第 1 次印刷

定 价 / 12.00 元

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 边心超

图书出现印装质量问题,本社负责调换

前 言

在大学生考研和期末考试中,我们看到不少同学数学考不好的一个原因,是公式记不住。为了帮助同学们记住繁多的公式,节省从厚厚的辅导书或教科书中查阅公式的时间,我们特意编写了这本携带方便、查阅快捷的《考研数学公式手册》。其中除了有常见的各种公式,还有一些解题方法。

本手册也可以说是帮助所有大学生学好数学的《大学生数学手册》。此次再版不仅版式新颖,内容上更加完善——系统的基础概念、基本的性质定理、重要的方法技巧、经典的评语注释。我们相信手册的出版,会给同学们的复习提供方便,为同学们期末考试和考研中数学考高分助上一臂之力。

编 者

2012年1月

目 录

第 1 篇 高等数学

第 1 章 函数、极限和连续	(1)
1.1 函 数	(1)
1.2 极 限	(10)
1.3 函数的连续性与间断点	(20)
第 2 章 导数与微分	(25)
2.1 导数与微分	(25)
2.2 各种函数的导数的解法	(34)
2.3 重要结论	(35)
第 3 章 微分中值定理和导数的应用	(37)
3.1 微分中值定理	(37)

3.2	导数的应用	(41)
第 4 章	不定积分	(48)
4.1	不定积分的基本概念和性质	(48)
4.2	不定积分的计算方法	(52)
4.3	各种函数的不定积分	(58)
第 5 章	定积分和反常积分	(63)
5.1	定积分的概念和性质	(63)
5.2	定积分的计算	(68)
5.3	反常积分及计算	(72)
5.4	定积分的应用	(76)
第 6 章	向量代数与空间解析几何	(82)
6.1	向量代数	(82)
6.2	空间平面方程和空间直线方程	(88)
6.3	曲面方程与空间曲线方程	(95)
第 7 章	多元函数微分学及应用	(106)
7.1	多元函数、极限和连续	(106)
7.2	二元函数偏导数、全微分	(109)
7.3	多元函数的极值、条件极值和最大值、最小值	(113)
7.4	空间曲线的切线和法平面、曲面的切平面和法线(数二不作要求)	(115)

第 8 章	重积分	(117)
8.1	二重积分	(117)
8.2	三重积分(数二不作要求)	(126)
8.3	重积分的应用	(133)
第 9 章	曲线积分与曲面积分	(137)
9.1	曲线积分	(137)
9.2	曲面积分	(150)
9.3	场论初步	(158)
第 10 章	无穷级数	(161)
10.1	数项级数	(161)
10.2	幂级数	(168)
10.3	傅里叶级数	(174)
第 11 章	常微分方程	(177)
11.1	微分方程的基本概念	(177)
11.2	一阶微分方程	(179)
11.3	二阶线性微分方程	(182)

第 2 篇 线性代数

第 1 章	行列式	(189)
1.1	行列式的概念	(189)
1.2	行列式的性质和定理	(193)
1.3	克莱姆法则	(196)
第 2 章	矩 阵	(199)
2.1	矩阵的概念	(199)
2.2	逆矩阵和伴随矩阵	(204)
2.3	分块矩阵	(206)
2.4	初等变换	(207)
第 3 章	向 量	(212)
3.1	向 量	(212)
3.2	向量组的秩	(215)
3.3	向量空间	(216)
第 4 章	线性方程组	(221)
4.1	高斯消元法	(221)
4.2	线性方程组解的结构、性质和判定	(226)

第 5 章	特征值与特征向量	(229)
5.1	特征值与特征向量	(229)
5.2	相似矩阵与矩阵的对角化	(232)
第 6 章	二次型	(235)
6.1	基本概念和性质	(235)
6.2	正定二次型	(242)

第 3 篇 概率论与数理统计

第 1 章	随机事件与概率	(244)
1.1	基本概念与性质	(244)
1.2	古典概率	(248)
1.3	条件概率和三个概率计算公式	(249)
1.4	事件的独立性和贝努里概型	(251)
第 2 章	随机变量及其分布	(253)
2.1	基本概念和性质	(253)
2.2	随机变量函数的分布	(258)
第 3 章	多维随机变量及其分布	(259)
3.1	基本概念	(259)

3.2	二维随机变量	(261)
3.3	随机变量的函数分布 $Z=g(X,Y)$	(270)
第 4 章	随机变量的数字特征	(272)
4.1	一维随机变量的数字特征	(272)
4.2	二维(多维)随机变量的数字特征	(276)
第 5 章	大数定律与中心极限定理	(281)
5.1	大数定律	(281)
5.2	中心极限定理	(283)
第 6 章	样本与抽样分布	(284)
6.1	数理统计的基本概念和结论	(284)
6.2	三个常用统计量分布: χ^2 分布, t 分布和 F 分布	(287)
第 7 章	参数估计与假设检验	(292)
7.1	参数的点估计	(292)
7.2	参数的区间估计	(296)
7.3	假设检验	(301)

第 1 篇 高等数学

第 1 章 函数、极限和连续

1.1 函 数

一、函数的基本概念

1. 函数的概念

定义 设 x 和 y 是两个变量, D 是实数集 \mathbf{R} 的非空子集. 若对任意的 $x \in D$, 变量 y 按照对应法则 f 总有一个确定的实数值与之对应, 则称 y 为定义在 D 上的一个函数. 通常记作

$$y = f(x), x \in D,$$

其中 x 为自变量, y 为因变量, D 称为函数的定义域, 有时记为 D_f .
全体函数值的集合 $Z_f = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$ 称为函数的值域.

二、函数的基本性质

1. 函数的奇偶性

定义 设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称, 若对任意 $x \in D$, 有

$$f(-x) = f(x) \text{ (或 } f(-x) = -f(x)),$$

则称函数 $f(x)$ 为关于自变量 x 的偶函数(或奇函数).

2. 周期性

定义 设函数 $f(x)$ 的定义域为数集 D , 若存在一个与 x 无关的正数 T , 使得对任意 $x \in D$, 恒有

$$f(x+T) = f(x),$$

则称 $f(x)$ 是以 T 为周期的周期函数, 满足上式的最小正数 T 称为函数 $f(x)$ 的周期. $f(x-T) = f(x)$ 也是成立的.

3. 有界性

定义 设函数 $f(x)$ 在数集 D 上有定义, 若存在 $M > 0$, 使得对任意 $x \in D$,

恒有

$$|f(x)| \leq M,$$

则称 $f(x)$ 在 D 上有界, 数 M 称为 $f(x)$ 的一个界; 若不存在这样的正数 M , 则称 $f(x)$ 在 D 上无界.

若存在 M_1 , 对任意 $x \in D$, 恒有 $f(x) \leq M_1$, 则称函数 $f(x)$ 在 D 上有上界, 且 M_1 称为函数 $f(x)$ 在 D 上的一个上界.

若存在 M_2 , 对任意 $x \in D$, 恒有 $f(x) \geq M_2$, 则称函数 $f(x)$ 在 D 上有下界, 且 M_2 称为函数 $f(x)$ 在 D 上的一个下界.

4. 单调性

定义 设函数 $f(x)$ 在区间 X 上有定义, 若对任意 $x_1, x_2 \in X$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 恒有

$$f(x_1) < f(x_2) \text{ (或 } f(x_1) > f(x_2) \text{)},$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 X 上是单调增加(或单调减少)的.

三、反函数、隐函数和复合函数

1. 反函数

定义 设函数 $f(x)$ 的定义域为 D_f , 值域为 Z_f . 若对任意 $y \in Z_f$, 有唯一确定的 $x \in D_f$ 满足 $y = f(x)$, 则称 x 是定义在 Z_f 上以 y 为自变量的函数, 记为

$$x = f^{-1}(y) \text{ (或 } x = \varphi(y)),$$

并称 $x = f^{-1}(y)$ 是 $y = f(x)$ 的反函数而 $y = f(x)$ 是 $x = f^{-1}(y)$ 的直接函数. 习惯上把 $y = f(x)$ 的反函数记作 $y = f^{-1}(x), x \in Z_f$.

2. 隐函数

定义 如果变量 x, y 满足一个方程 $F(x, y) = 0$, 在一定条件下, 当 x 取某区间的任一值时, 相应地总有满足该方程的唯一的 y 值存在, 则说方程 $F(x, y) = 0$ 在该区间内确定了一个隐函数.

3. 复合函数

定义 设函数 $y = f(u)$ 的定义域为 D_f , 而函数 $u = \varphi(x)$ 的值域为 Z_φ , 若 $Z_\varphi \subset D_f$, 则称函数 $y = f(\varphi(x))$ 为由 $y = f(u)$ 与 $u = \varphi(x)$ 复合而成的复合函数, 其中 x 为自变量, u 为中间变量, y 为因变量.

四、分段函数

用解析法表示的函数,若在其定义域 D 的各个不相交的子集上,分别用不同的式子表示,则该函数称为分段函数. 如, $y = \begin{cases} f_1(x), & x \geq x_0 \\ f_2(x), & x < x_0 \end{cases}$.

常见的分段函数:

$$(1) \text{ 绝对值函数 } y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}.$$

$$(2) \text{ 最大函数 } \max\{f_1(x), f_2(x)\} = \begin{cases} f_1(x), & \{x \mid f_1(x) \geq f_2(x)\} \\ f_2(x), & \{x \mid f_1(x) < f_2(x)\} \end{cases},$$

$$\text{最小函数 } \min\{f_1(x), f_2(x)\} = \begin{cases} f_2(x), & \{x \mid f_1(x) \geq f_2(x)\} \\ f_1(x), & \{x \mid f_1(x) < f_2(x)\} \end{cases}.$$

(3) 取整函数 $[x]$ 或 $\text{int } x$. 它表示不超过 x 的最大整数.

$$(4) \text{ 符号函数 } y = \text{sgn } x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0. \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

(5) 狄利克莱(Dirichlet) 函数 $y = D(x) = \begin{cases} 1, x \text{ 是有理数} \\ 0, x \text{ 是无理数} \end{cases}$

五、初等函数

1. 基本初等函数

(1) 幂函数 $y = x^\mu$ ($\mu \in \mathbf{R}$ 是常数);

(2) 指数函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$);

(3) 对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$);

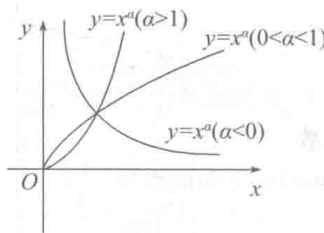
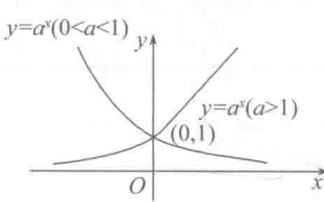
(4) 三角函数, 如 $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ 等;

(5) 反三角函数, 如 $y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \arctan x, y = \operatorname{arccot} x$

等.

以上五类函数统称为基本初等函数. 如表 1-1 所示.

表 1-1

函数类型	图形
幂函数 $y = x^{\alpha}$ ($\alpha \in \mathbf{R}$ 是常数)	 <p> $y = x^{\alpha} (\alpha > 1)$ $y = x^{\alpha} (0 < \alpha < 1)$ $y = x^{\alpha} (\alpha < 0)$ </p>
指数函数 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)	 <p> $y = a^x (0 < a < 1)$ $y = a^x (a > 1)$ $(0, 1)$ </p>