



电子信息学科基础课程系列教材

——面向现代工程师培养

教育部高等学校电工电子基础课程教学指导委员会推荐教材

信号与系统学习 及解题指导

许淑芳 编著



清华大学出版社



电子信息学科基础课程系列教材

——面向现代工程师培养

教育部高等学校电工电子基础课程教学指导委员会推荐教材

信号与系统学习 及解题指导

许淑芳 编著

清华大学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是“信号与系统”课程的辅导教材,也是研究生入学考试课程“信号与系统”的复习参考用书。

本书与现行的“信号与系统”教材的内容体系大体相当,但在深度和广度上有所增强,目的是深入理解信号与系统的内容,拓展相关知识面,以满足对这门课程的深入学习以及研究生入学考试的要求。

全书共 10 章:信号与系统的一般概念,连续时间信号与系统的时域分析、频域分析、复频域分析,连续时间信号的采样,离散时间信号与系统的时域分析、 z 域分析、频域分析,以及系统的状态空间分析。每章内容大体包括引言、知识脉络、公式、重点和难点问题的解析、习题分析及解答、问题思考等。书后提供部分重点院校研究生入学考试试题作为自测参考题。全书突出信号与系统基本概念的理解、基本分析方法的掌握以及解题诀窍的运用,通过大量的例题、习题以及问题思考来解析概念、强化分析思路。

本书可作为本科生“信号与系统”课程的辅导教材,或作为相关专业“信号与系统”课程的研究生入学考试参考书,也可供相关技术人员学习参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统学习及解题指导/许淑芳编著.--北京:清华大学出版社,2016

电子信息学科基础课程系列教材

ISBN 978-7-302-44423-7

I. ①信… II. ①许… III. ①信号系统—高等学校—教学参考资料 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 168676 号

责任编辑:文 怡

封面设计:常雪影

责任校对:李建庄

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 装 者:清华大学印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:32.75

字 数:821 千字

版 次:2016 年 8 月第 1 版

印 次:2016 年 8 月第 1 次印刷

印 数:1~2000

定 价:69.00 元

产品编号:068701-01

“信号与系统”是电子信息类、自动化类、电气类及计算机类专业的一门非常重要的专业基础课程,是后续很多专业课的基础,也是相关专业研究生入学考试课程。

作为一门理论课程,“信号与系统”用数学的方法分析解决物理问题,在分析过程中涉及了大量的公式。因此,一些学生在学习过程中,习惯于将“信号与系统”作为数学来学。其实,对于“信号与系统”这门课程来说,数学基础固然重要(实际上也非常重要),但是,深入理解其知识体系和理论框架是学好这门课程的第一要素。除此之外,“概念”和“分析方法”是这门课程的灵魂,深入理解概念、掌握基本分析方法是学好这门课程的第二要素。在此基础上,应用数学知识,根据概念,掌握一些解题技巧,可以达到事半功倍的效果。

本书作为“信号与系统”的辅助教材,与现行“信号与系统”教材的内容大体相当。全书共10章,遵循先时域连续后时域离散的顺序。连续时间信号与系统有着明确的物理概念,因此易于理解和接受,这部分的重点在于理解概念并建立分析方法;而离散时间信号与系统的分析与连续时间信号与系统的分析方法有着并行的相似性,在建立了基本的分析理论后重在后续数字化处理。

每章大致分为以下几部分:

(1) 开篇的“引言”对本章的知识内容作一个导引,结合后面的结语将信号与系统的知识框架串接起来。

(2) “知识脉络”和“公式”作为课程内容的归纳与总结。其中,“知识脉络”是每章内容的知识点,MAP图将知识点绘成图形,以此帮助理清每章的知识脉络;另外,“公式”全部列成表格,便于读者学习和查阅。

(3) 对于一些抽象的理论、重要的知识点、难以理解的问题以及分析方法,通过“问题解析”进行深层次的、详细透彻的分析,尽量从物理概念的角度进行剖析,通过精编例题解析问题,并加深和扩宽知识点,以适应深入学习和研究生入学考试的需要。

(4) 要想学好这门课程就必须加强习题训练,为此书中编写了大量习题,根据知识点进行分类,并进行分析和解答,这就是“习题分析及解答”部分。其中,题解前的“分析”帮助读者找到解题的出发点,而“题后解析”对相关问题进一步分析、总结和说明。

在例题和习题中,对于一些难以演算的问题或者存在某种规律的问题,书中给出了解题“诀窍”,形成对一些问题的“傻瓜解法”,既简单又有效,这也是本书的特点之一。

本书最后附上一些重点院校的研究生入学考题,并给出了解题过程和答案,用于参

考和自测。

感谢李路和刘博等同学提供研究生入学考题。

由于时间仓促和水平有限,疏漏或不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。作者邮箱: shufangxu@yeah.net。

作 者

2016 年 6 月于北京

第 1 章 信号与系统的一般概念	1
1.1 问题思考	2
1.2 知识脉络	2
1.3 公式	4
1.4 问题解析	4
1.5 习题分析及解答	7
1.6 本章重点	10
第 2 章 连续时间信号与系统的时域分析	11
2.1 引言	12
2.2 知识脉络	12
2.3 公式	16
2.4 问题解析	19
2.5 习题分析及解答	37
2.5.1 信号的描述及运算规则	37
2.5.2 单位冲激信号	43
2.5.3 信号的奇偶分量	47
2.5.4 系统的特性	48
2.5.5 系统的单位冲激响应	53
2.5.6 卷积	55
2.5.7 系统的响应	63
2.6 思考题	77
第 3 章 连续时间信号的频域分析	78
3.1 引言	79
3.2 知识脉络	79
3.3 公式	83
3.4 问题解析	86
3.5 习题分析及解答	112
3.5.1 周期信号的傅里叶级数	112

目录

3.5.2	非周期信号的傅里叶变换	125
3.5.3	周期信号的傅里叶变换	150
3.5.4	杂题	155
第4章	连续时间系统的频域分析	160
4.1	本章重点	161
4.2	知识脉络	161
4.3	公式	163
4.4	问题解析	165
4.5	习题分析及解答	176
4.5.1	系统的频率响应的求解	176
4.5.2	系统的失真分析	178
4.5.3	在频域求解系统的响应——滤波	180
4.5.4	希尔伯特变换和系统的调制	197
第5章	连续时间信号与系统的复频域分析	201
5.1	引言	202
5.2	知识脉络	202
5.3	公式	204
5.4	问题解析	205
5.5	习题分析及解答	225
5.5.1	拉普拉斯变换	225
5.5.2	初值定理和终值定理	230
5.5.3	用拉普拉斯变换求解微分方程的响应	231
5.5.4	用拉普拉斯变换分析电路	237
5.5.5	用拉普拉斯变换求系统的单位冲激响应	241
5.5.6	系统函数及零极点分析	245
5.5.7	双边拉普拉斯变换	265
第6章	连续时间信号的抽样	266
6.1	引言	267
6.2	知识脉络	267

6.3	问题解析	269
6.4	习题分析及解答	276
第 7 章	离散时间信号与系统的时域分析	288
7.1	引言	289
7.2	知识脉络	289
7.3	公式	290
7.4	问题解析	293
7.5	习题分析及解答	307
7.5.1	序列	307
7.5.2	离散时间系统的特性分析	310
7.5.3	差分方程	316
7.5.4	系统的单位抽样响应	322
7.5.5	卷积	323
第 8 章	离散时间信号与系统的 z 域分析	326
8.1	引言	327
8.2	知识脉络	327
8.3	公式	328
8.4	问题解析	332
8.5	习题分析及解答	351
8.5.1	序列的 z 变换	351
8.5.2	用 z 变换求解差分方程的响应	360
8.5.3	离散时间系统的 z 域分析	366
第 9 章	离散时间信号与系统的频域分析	383
9.1	引言	384
9.2	知识脉络	384
9.3	公式	385
9.4	问题解析	387
9.5	习题分析及解答	398
9.5.1	序列的 DTFT	398

目录

9.5.2 离散时间系统的频率响应	402
9.5.3 离散全通和最小相位系统	407
第 10 章 系统的状态空间分析	411
10.1 引言	412
10.2 知识脉络	412
10.3 公式	414
10.4 问题解析	414
10.5 习题分析及解答	430
10.5.1 画出系统的流图	430
10.5.2 连续时间系统状态方程的建立和求解	433
10.5.3 离散时间系统状态方程的建立和求解	441
10.5.4 由 Masson 公式求流图的系统函数	445
10.5.5 系统的可控性和可观性	447
10.5.6 端口分析和状态变量分析综合题	448
附录 A 常用的三角函数公式	450
附录 B 等比级数求和公式	451
附录 C 硕士研究生入学考试试题及参考答案	452
清华大学硕士研究生入学考试试题(2005 年,2006 年,2008 年,2010 年)	452
北京理工大学硕士研究生入学考试试题(2009—2012 年)	457
北京邮电大学硕士研究生入学考试试题(2009—2012 年)	466
硕士研究生入学考试试题参考答案	480
参考文献	516

第1章

信号与系统的一般概念

1.1 问题思考

- (1) 什么是信号？什么是系统？
- (2) 什么是确定性信号？什么是随机性信号？
- (3) 什么是集总参数系统？什么是分布参数系统？
- (4) 什么是连续时间信号？什么是离散时间信号？什么是数字信号？
- (5) 什么是连续时间系统？什么是离散时间系统？
- (6) 信号与系统的关系是怎样的？
- (7) 信号与系统要解决什么问题？
- (8) 两个连续时间周期信号之和一定是周期的吗？
- (9) 怎样求一个信号的功率或能量？是否一个信号既可以求功率，也可以求能量？
- (10) 是否一个信号不是功率信号就是能量信号？

1.2 知识脉络

1. 信号与系统的一般概念

信号是载有信息的随一些参数(比如时间)变化的物理量或物理现象,是消息的各种表现形式,如电信号、声信号、光信号等。因此,信号的内容是消息,而信息蕴含在信号中。

信号的描述方法有两种:函数和图形。函数是其数学表达式,便于进行数学分析和求解;图形则更为形象直观,可用示波器观察。

信号可分为确定性信号和随机性信号、连续时间信号和离散时间信号、周期信号和非周期信号、功率信号和能量信号等。

如果信号有确定的函数关系,在定义域的任意时刻都有准确的描述,那么,这类信号就称为确定性信号,如正弦信号、指数信号等。

随机信号在其定义域的任意时刻没有确定的值,是不确定信号,无法以一个或多个确定的函数来表示它,也无法根据过去的记录准确地预测未来的情况,一般只能用某种统计规律来描述,如噪声信号、雷电干扰信号等。

连续时间信号指的是在信号的定义域内,除有限个间断点外,任意时刻都有确定函数值的信号。离散时间信号的定义域是一些离散的点,在这些离散点的自变量有对应的函数值,离散点之外不定义。

周期信号满足周期性重复出现的特性;非周期信号不具有准确的重现性。

能量有限的信号称为能量信号,功率有限的信号称为功率信号。能量信号的平均功率为零,功率信号的能量无穷大。

系统是由某些元部件以特定方式连接而成的具有某种功能的整体,从系统的输入输出关系来说,系统对输入信号进行某种运算(处理)得到输出信号。系统的描述方法有数学模型(微分方程或差分方程,状态方程和输出方程)、物理模型(电路、物理结构框图、流程图)、表征函数(系统函数、单位冲激响应)——这些内容会在后续章节中展开。

连续时间系统的输入和输出都是连续时间信号;离散时间系统的输入和输出都是离

散时间信号。

集总参数元件属于理想元件,其电磁过程集中在各自元件内部进行。由集总参数元件组成的系统称为集总参数系统,如 R、L、C 电路。

分布参数系统由分布参数元件组成,分布参数元件的电压和电流除了是时间的函数外,还是空间坐标的函数,如传输线、天线等。

信号与系统是不可分割的一个整体。信号由系统产生,并作用于系统;而系统分析、处理信号。

信号与系统是用数学的方法分析处理物理问题。

“信号与系统”课程的内容是“信号与系统的分析”。

2. 基础知识

信号与系统用到大量的数学知识,包括数学中的三角函数、复变函数、留数、积分、矩阵和行列式等;由于电路是具体的物理系统,电路分析也是信号与系统的基础。

3. 信号与系统的知识框架

信号与系统的知识框架见图 1-1。信号与系统的课程内容主要是信号与系统的分析,分析确定性信号和集总参数动态系统,包括连续时间信号与系统和离散时间信号与系统的时域分析、变换域分析。可以简单概括为“两个方程”(微分方程和差分方程)、“三个变换”(傅里叶变换、拉普拉斯变换、 z 变换)、“两种分析方法”(端口分析和状态变量分析)。

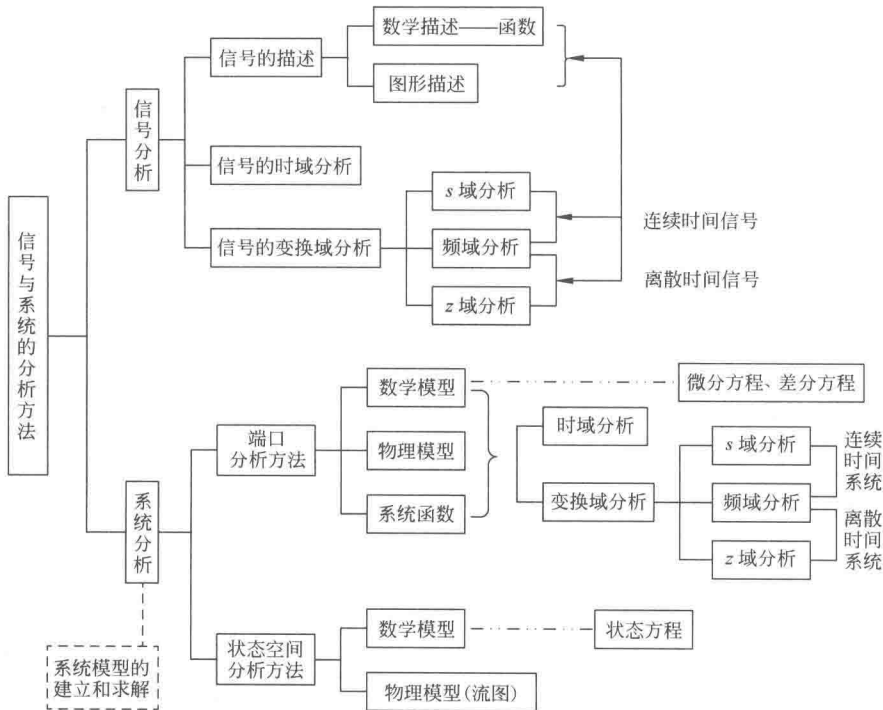


图 1-1 信号与系统的知识框架

1.3 公式

1. 信号 $f(t)$ 的平均功率

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt \right] \quad (1-1)$$

2. 信号 $f(t)$ 的能量

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt \quad (1-2)$$

1.4 问题解析

1. 连续时间信号和离散时间信号、模拟信号和数字信号

连续时间信号和离散时间信号是从自变量(时域)的角度划分的。时域连续变化的信号是连续时间信号；时域离散变化的信号是离散时间信号。

在连续时间信号中,幅度也连续变化的信号称为模拟信号；如果时域连续、幅度离散,这类信号称为阶梯信号。

在离散时间信号中,如果幅值是无限精度的,这类信号称为抽样数值信号；如果幅值也量化成离散值,称为数字信号^①。

简言之,模拟信号的时间和幅值都是连续变化的；数字信号的时间和幅值都是离散变化的。

图 1-2 所示为模拟信号、阶梯信号、抽样数值信号以及数字信号。

2. 连续时间周期信号之和的周期性问题

两个连续时间周期信号之和是不是依然是周期的呢？

答案：不一定。只有当周期之比为有理数时,相加的结果才是周期信号,而和信号的周期等于两个信号周期的最小公倍数。如果周期之比为无理数,则相加结果将不再是周期信号。

以正弦信号为例。

数学中,正弦函数是周期的,也即连续时间正弦信号是周期的,即

$$f(t) = \sin(\omega_1 t), \quad \text{周期 } T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$$

^① 严格来说,数字信号指的是时间量化,幅度也量化,用有限位二进制数表示后的信号。但在学习和研究数字信号理论时,由于用二进制数表示信号很麻烦,为了方便,一般将离散时间信号当作数字信号进行分析,但理论上二者的区别应该明确。

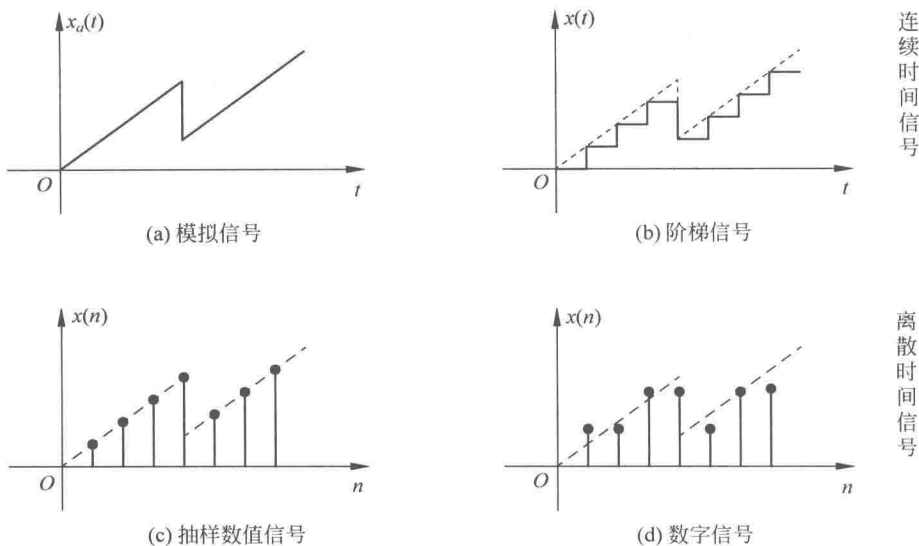


图 1-2 信号分类

但是两个连续时间正弦信号之和却不一定是周期的。是否是周期的取决于正弦信号的周期之比是否是有理数。只有周期之比是有理数时,正弦信号之和依然是周期的,周期为各自周期的最小公倍数;反之,如果周期之比不是有理数,则正弦信号之和将不再是周期的。

【例题 1.1】 分析下列信号的周期性。

$$(1) f_1(t) = 1 + \cos(\pi t) + \cos(2\pi t)$$

$$(2) f_2(t) = \cos(\pi t) + \cos(t)$$

解:

$$(1) \omega_1 = \pi, T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2; \omega_2 = 2\pi, T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 1$$

则 $T_1/T_2 = 2$ 是整数(有理数),而且常数项不影响周期性,因此, $f_1(t)$ 是周期信号,周期为 $T = 2$ 。

$$(2) \omega_1 = \pi, T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2; \omega_2 = 1, T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2\pi$$

则 $T_1/T_2 = 1/\pi$ 是无理数,因此, $f_2(t)$ 不是周期信号。

3. 信号的功率和能量问题

实际电路中的元部件一般都与电能的消耗现象及电场能、磁场能的储存现象有关。因此,一些物理现象与信号的能量或者功率有关系。将 1Ω 电阻上的功耗和能耗引申到一般信号,即可求得一般信号的平均功率或能量。

一般将能量有限的信号称为能量信号。对于一些能量不可积的无限信号,无法用能量来描述,只能用信号在整个时间域内的能量累积对时间的平均来描述,这就是信号的

平均功率。功率信号指的是功率有限的信号。

如果 $0 < E < \infty$, 则称信号 $f(t)$ 为能量信号, 此时 $f(t)$ 的平均功率 $P=0$;

如果 $0 < P < \infty$, 则称信号 $f(t)$ 为功率信号, 此时 $f(t)$ 的能量 $E \rightarrow \infty$ 。

需要注意的是, 并不是说一个信号如果不是能量信号就是功率信号, 或者反之。实际上, 有些信号既不属于能量信号也不属于功率信号。

对于周期信号, 除了周期性的冲激函数(冲激串)外, 任何有界的周期信号都属于功率信号。由于周期信号无始无终, 其能量必为无穷大, 但是一般周期信号在每个周期内的能量是有限的, 因此, 可通过一个周期来计算其平均功率。

但是, 对于非周期信号, 并不一定是能量信号, 分情况说明如下(用第2章中的一些信号作为例子)。

(1) 持续时间有限且幅度有界的信号属于能量信号。

例如, $f(t) = u(t+1) - u(t-1)$, 计算其能量和平均功率, 有

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-1}^1 1^2 dt = 2$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-1}^1 1^2 dt \right] = 0$$

因此, $f(t) = u(t+1) - u(t-1)$ 是能量信号。

(2) 无限持续时间, 但 $t \rightarrow \infty$ 时 $f(t) \rightarrow 0$ 的信号, 由式(1-2)计算的能量为有限值, 属于能量信号。

例如, $f(t) = e^{-2|t|}$, 其能量

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^0 e^{4t} dt + \int_0^{+\infty} e^{-4t} dt = \frac{1}{2}$$

其平均功率

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-4|t|} dt \right] = 0$$

因此, 信号 $f(t) = e^{-2|t|}$ 是能量信号。

上面两个能量信号见图1-3。

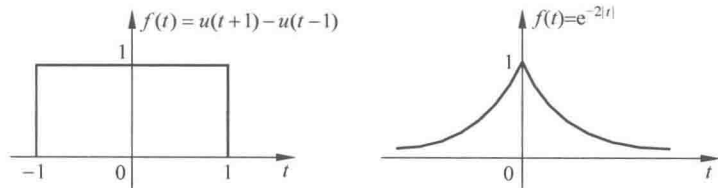


图 1-3 能量信号

(3) 持续时间无限, 幅度有限, 但 $t \rightarrow \infty$ 时 $f(t)$ 不趋于零的非周期信号, 属于功率信号。

【例题 1.2】 分析下列信号属于能量信号还是功率信号。

(1) $f(t) = u(t)$

(2) $f(t) = e^{-j\omega_0 t}$

解: 计算信号的能量和平均功率。

(1)

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \int_0^{+\infty} 1^2 dt \rightarrow \infty$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt \right] = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_0^{T/2} 1^2 dt \right] = \frac{1}{2}$$

因此, $f(t)=u(t)$ 属于功率信号。

(2) $f(t)=e^{-j\omega_0 t}$ 的能量和平均功率为

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |e^{-j\omega_0 t}|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} 1^2 dt \rightarrow \infty$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt \right]$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |e^{-j\omega_0 t}|^2 dt \right] = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} 1^2 dt \right] = 1$$

因此, $f(t)=e^{-j\omega_0 t}$ 属于功率信号。

另外, 直流信号也是功率信号。

(4) $t \rightarrow \infty$ 时, $f(t) \rightarrow \infty$, 这类信号既不属于能量信号, 也不属于功率信号。

例如, $f(t)=tu(t)$, 或 $f(t)=e^{at}$ (a 为实数), 这两个信号的能量积分和功率积分都为 ∞ , 因此, 它们既不属于功率信号, 也不属于能量信号。

所以, 一个非周期信号, 可能是能量信号, 也可能是功率信号, 还可能既不是能量信号, 也不是功率信号。

事实上, 还有一种信号, 属于非功率非能量的第3类信号, 或者称为无定义的非功率非能量信号, 它们就是单位冲激信号 $\delta(t)$ 或者周期性的 δ 函数(冲激串)。

结论: 一个信号只能是功率信号或能量信号, 不能两者都是, 但可以两者都不是。

当然, 在很多场合, 能量和功率可以无须特别区别, 二者本质上是一样的。

1.5 习题分析及解答

【习题 1.1】 两个周期信号之和一定是周期的吗? 如果 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 是周期信号, 周期分别为 T_1 和 T_2 , 对于信号 $f(t)=f_1(t)+f_2(t)$, 分析在什么条件下 $f(t)$ 是周期的? 周期为多少?

分析:

对于周期信号, 必满足

$$f(t+nT) = f(t)$$

其中 n 为整数, T 即为周期信号的周期。

解: 由于 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 分别是周期为 T_1 和 T_2 的周期信号, 故

$$f_1(t) = f_1(t+mT_1), \quad m \text{ 为整数}$$

$$f_2(t) = f_2(t+nT_2), \quad n \text{ 为整数}$$

如果 $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ 是周期的, 则需满足:

$$f(t+T) = f(t)$$

其中, T 是“和信号” $f(t)$ 的周期。由此得

$$f_1(t+T) + f_2(t+T) = f_1(t) + f_2(t)$$

考虑 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的周期性, 有

$$f_1(t+T) + f_2(t+T) = f_1(t+mT_1) + f_2(t+nT_2)$$

则

$$mT_1 = nT_2 = T$$

因此

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{n}{m}$$

由于 m 和 n 都为整数, 故 $\frac{T_1}{T_2}$ 为有理数, 这是 $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ 为周期信号的条件, 此时, $f(t)$ 的周期等于 T_1 和 T_2 的最小公倍数。

如果周期之比不是有理数, 则周期信号之和将不再是周期的。

【习题 1.2】 判断下列信号是否是周期信号? 如果是周期的, 求公共周期。

$$(1) f(t) = \cos(2t) + 3\cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$(2) f(t) = 1 + \cos(3\pi t) - 2\cos(7\pi t)$$

$$(3) f(t) = \cos\left(\frac{\pi}{7}t\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$$

$$(4) f(t) = \sin t + \sin(\sqrt{2}t)$$

$$(5) f(t) = \sin(2\pi t)\cos(4\pi t)$$

分析:

本题是三角函数表示的信号之和的周期性问题。

除了需要满足“ T_1/T_2 为有理数”的条件外, 由于 $\omega = 2\pi/T$, 因此也可以考虑“角频率之比”, 即当 ω_1/ω_2 为有理数时, $f(t)$ 将是周期的。

分数的最小公倍数求法: 可以先将两个分数通分, 通分后的分母即为最小公倍数的分母; 再求两个分子的最小公倍数, 作为分子; 所得的分数即为最小公倍数。对多个分数的情况等同处理。

解:

(1) 组成 $f(t)$ 的两个余弦波是同频率的, 因此相加后一定是周期信号, 而且周期不变。题中, $\omega = 2$, 因此, 周期为 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi$ 。

$$(2) \omega_1 = 3\pi, T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2}{3}; \omega_2 = 7\pi, T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2}{7}$$

则 $\frac{T_1}{T_2} = \frac{7}{3}$ 是有理数, 常数项不影响周期, 因此 $f(t)$ 是周期的, 周期为 T_1 和 T_2 的最小公倍数, 即 $T = 2$ 。