应用数学

主编　吴元清　张子卫

科学出版社

应用数学

吴元清　张子卫　主编

科学出版社
北　京

内 容 简 介

本书主要是针对高职高专教学需要而进行编写的，在选择教学内容时力求发挥数学的文化育人、知识基础和技术应用这三大功能，坚持“必需、够用和适用”和“中职和高职衔接”的原则，突出用数学建模的思想和方法，培养学生提出问题、分析问题和解决问题的能力.

本书共8章，分别是初等数学及其应用、空间几何及其应用、极限与连续及其应用、导数微分及其应用、积分及其应用、级数及其应用、空间解析几何、多元函数偏导数全微分及其应用，每章末安排了用Matlab大型数学计算软件编写的数学实验，书末附了简易积分公式表和Matlab简介. 练习册按教材章节给出配套练习题和参考答案.

本书可作为中高职衔接专业、高职高专工科类专业及其“专升本”考试使用的数学课程教材.

图书在版编目（CIP）数据

应用数学/吴元清，张子卫主编. —北京：科学出版社，2016.9

ISBN 978-7-03-049646-1

I. ①应… II. ①吴… ②张… III. ①应用数学-高等职业教育-教材 IV. ①O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 201428 号

责任编辑：李淑丽 崔慧娴 / 责任校对：邹慧卿

责任印制：赵 博 / 封面设计：华路天然工作室

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

三河市骏杰印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 9 月第 一 版 开本：720 × 1000 1/16

2016 年 9 月第一次印刷 印张：24 1/2

字数：494 000

定价：49.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）

本书编委会

主　编　吴元清　张子卫

副主编　李晓华　蒋红瑛　石化国

参　编　唐纪芳　赵凤鸣　廖　平　张隆辉

　　　　魏国祥　邹宗兰　王　龙

主　审　张青山　廖　辉

序

走中高职衔接一体化办学之路，构建现代职业教育体系，既是党和国家的大政方针政策，也是时代社会发展的必然要求，更是广大人民群众的热切期盼和职业教育发展的必然趋势。

编写中高职衔接一体化教材是推进实施“一体化办学、分级管理、多元融通、合作发展”现代职业教育模式的基础环节。教材之所以重要，是因为教材是教人之材，是人才培养的基本依据和指南。教材编写的指导思想、思路做法、内容体例、难易程度，直接体现着教育教学改革的思想理念和相应成效，直接决定着教育教学改革的成败。

近年来，四川职业技术学院依托“构建终身教育体系与人才培养立交桥，全面提升职业院校社会服务能力”和“基于终身教育背景下现代职业教育体系建设试点”省政府教育体系改革和教育综合改革两个试点项目，联合省内30余所中高职及应用型本科院校，深入开展中高职一体化现代职业教育体系构建研究，历经5年的实践探索，在职业院校人才培养目标设置、专业建设、师资队伍、实践实训基地、专业课程标准、质量检测体系构建等10余个方面取得了创新突破，积累了大量创新经验和实践案例，在此基础上组织编写了这套涵盖中高职衔接各个专业课程的系列教材。

编写者都是来自各中高职院校教育教学改革一线的骨干教师和研究工作者。在本书编写过程中，力求解决中职与高职人才培养定位与规格、层次差异与标准、质量评价与检测手段等系列问题；力求规避中职与高职层次不清、定位不准，重复教学、资料浪费等诸多问题；力求以专业课程建设为基点，凸显教材的体系与特点。

一是满足岗位需求，贯通知识与技能。针对岗位需求，系统调研、分析中职、高职乃至应用本科各阶段对应的典型工作任务、岗位能力需求，构建专业衔接一体化课程体系，以岗位能力需求为指引，按分段培养、能力递增、贯通衔接课程各段知识与技能的原则编撰而成，体现较强的针对性。

二是满足质量升学，贯通标准与测评。在厘清典型岗位工作任务的基础上，分别制定中职、高职衔接课程标准和专业能力标准，并将知识点、技能点、测试点融入相应衔接教材中，全程贯通按课程标准一体化培养，按能力标准一体化测试，确保人才培养质量，实现质量升学要求，体现较强的科学性。

三是满足职业要求，贯通能力与素养。通过归集大量实用工作经验和常见工作案例，引用众多典型工作任务解决方法和示例，以期实现在提高专业能力的同时，提升专业素养，适应从业要求，满足职业要求的目的，体现较强的实用性。

由于当前中高职衔接教材的编写，既无蓝本，又无范例，是一种开创性、探索性工作，尽管编撰者们归纳多年实践经验和成功案例，汇集多方研究成果，在编写体例、内容结构、测评体系、价值意义等方面实现了诸多创新和突破，但仍然还存在着共性与个性、整体与局部、形式与内容之间的协调融合问题，还需要进一步升华提炼，因此，与众多新事物一样，尚需接受实践的检验，有待进一步优化和完善。但我们本着“在实践中创新，在创新中升华”的原则，编写并推出了这套中高职衔接系列教材，以期抛砖引玉，期盼更多、更好的中高职衔接教材和研究成果出现，共同推进现代职业教育体系构建和中高职衔接“一体化”进程，使职业教育改革之花更加璀璨绚丽！

是为序。

中高职衔接一体化教材编者组

2016 年夏

前　言

本书是为落实国务院《关于加快发展现代职业教育的决定》和教育部《关于推进中等和高等职业教育协调发展的指导意见》《高等职业教育创新发展行动计划》《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》等重要文件，基于终身教育背景下的现代职业教育体系建设的数学教育改革试点，构建中高职一体化的数学教育模式而编写的.

本书力求发挥数学的文化育人、知识基础和技术应用这三大功能，坚持“必需、够用和适用”“中职和高职衔接”的原则，突出用数学建模的思想和方法，培养学生提出问题、分析问题和解决问题的能力. 本书可作为中高职衔接专业、高职高专工科类专业及“专升本”考试使用的数学课程教材.

本书主要内容有初等数学及其应用、空间几何及其应用、极限与连续及其应用、导数微分及其应用、积分及其应用、级数及其应用、空间解析几何、多元函数偏导数全微分及其应用. 全书共 8 章，每章末安排了用 Matlab 大型数学计算软件编写的数学实验，书末附有简易积分公式表和 Matlab 简介，相配套的练习册按教材章节给出配套练习题和参考答案.

本书教学时，分课堂教学和数学实验两部分. 课堂教学必修学时在 60 ~ 140 学时，数学实验在 16 ~ 32 学时. 第 1、2 章对中职段学生或单招学生根据专业需要可选学相关内容. 第 3 ~ 8 章可根据各专业需求选择教学内容，但应注意前后内容的衔接. 课堂教学在 60 学时内的专业可只学第 3 ~ 5 章的内容.

本书有以下特点：

1. 注重与普高和中职新教材内容紧密衔接，在学生已有知识经验的基础上提供专业学习必须的数学基础知识、数学方法和计算工具.

2. 对概念、命题多作描述性说明，适当降低数学学习难度和严谨性要求. 例如，一般从几何意义、物理意义和生活背景等实际问题引入数学概念. 对部分难以理解的概念不严格定义，只作定性描述. 对部分较难的定理，只从实例中抽象概括出来，而不给严谨的证明.

3. 本书逻辑清晰、叙述详细、通俗浅显、例题较多，有相应配套练习册和课程资源，便于自学.

4. 教材扩大了适用面，在保证教学基本要求的前提下，视专业差异给教学内容选择留有一定的弹性. 可针对不同的工科专业需要选学相关内容.

5. 突出会用会算的技能，使学生通过各专题的学习形成数学观念，养成数学的应用意识，学会应用数学解决实际问题的一些基本方法.

6. 教材在解决数学问题时，比较突出数学软件的工具作用，尽量训练学生使用数学软件和数学工具书，为日后利用数学知识解决实际问题形成一些基本素养.

本书主编吴元清、张子卫，副主编李晓华、蒋红瑛和石化国。具体编写分工如下：张子卫（第 1 章），蒋红瑛（第 2 章），魏国祥（第 3 章），赵凤鸣（第 4 章 4.1 ~ 4.6 节），张隆辉（第 4 章 4.7 ~ 4.10 节），唐纪芳（第 5 章 5.1 ~ 5.6 节），邹宗兰（第 5 章 5.7 ~ 5.9 节），李晓华（第 6 章），廖平（第 7 章），王龙（第 8 章），石化国（第 1 ~ 4 章的数学实验），吴元清（第 5 ~ 8 章的数学实验、附录 1 和附录 2），谭晓康为本书作了统稿工作，李凤清作了校对工作，张青山和廖辉为本书主审.

由于编者人员水平有限，不足之处在所难免，恳请读者批评和指正.

编　者

2016 年 6 月

目　录

第 1 章　初等数学及其应用

初等数学又称常量数学，其研究对象基本上是不变量，它是高等数学中最基本的组成部分. 本章在中学数学的基础上主要介绍指数运算、对数运算、不等式、初等函数和复数.

1.1　指数与对数运算

1.1.1　指数运算

1. 整数指数幂的概念和性质

在中学我们知道

$$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot\ \cdots\ \cdot a}_{n}$$

定义 1.1.1　a^n 叫做 a 的 n 次**幂**，a 叫做幂的**底数**，n 叫做幂的**指数**. 当 n 是正整数时，a^n 叫做**正整数指数幂**. 正整数指数幂的运算满足下列性质：

(1) $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$.

(2) $(a^m)^n=a^{m\cdot n}$.

(3) $(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n$.

(4) $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$（$a\neq 0$）.

当幂的指数是负整数或零时，我们规定：

$$a^0=1.$$

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n}\quad（a\neq 0,\ n\in\mathbf{N}_+）.$$

负整数指数幂的运算仍然满足上述性质.

例 1.1　计算：$\left(\sqrt{3}+1\right)^0$；$10^{-1}$；$\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-2}$；$(-0.25)^{-1}$；$(3a^2)^{-3}$（$a\neq 0$）.

解　$(\sqrt{3}+1)^0=1$；

$$10^{-1}=\frac{1}{10^{1}}=\frac{1}{10}=0.1\text{；}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^{2}}=\frac{1}{\frac{3^{2}}{2^{2}}}=\frac{1}{\frac{9}{4}}=\frac{4}{9}\text{；}$$

$$(-0.25)^{-1}=\left(-\frac{1}{4}\right)^{-1}=\frac{1}{-\frac{1}{4}}=-4\text{；}$$

$$(3a^{2})^{-3}=\frac{1}{(3a^{2})^{3}}=\frac{1}{3^{3}\cdot(a^{2})^{3}}=\frac{1}{27a^{2\times3}}=\frac{1}{27a^{6}}.$$

2. 分数指数幂的概念和性质

一般地，当m，$n\in\mathbf{N}_{+}$且$n>1$时，规定：

$$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^{m}}\quad(a\geqslant0),$$

$$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^{m}}}\quad(a>0).$$

分数指数幂也满足下列性质：

(1) $a^{m}\cdot a^{n}=a^{m+n}$.

(2) $(a^{m})^{n}=a^{m\cdot n}$.

(3) $(a\cdot b)^{n}=a^{n}\cdot b^{n}$.

(4) $\dfrac{a^{m}}{a^{n}}=a^{m-n}$，其中$m$，$n$为有理数，$a>0$，$b>0$.

例 1.2　计算：$4^{\frac{3}{2}}$；$16^{-\frac{3}{2}}$；$\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{a}}}$.

解　$4^{\frac{3}{2}}=(2^{2})^{\frac{3}{2}}=2^{2\times\frac{3}{2}}=2^{3}=8$；

$$16^{-\frac{3}{2}}=(4^{2})^{-\frac{3}{2}}=4^{2\times(-\frac{3}{2})}=4^{-3}=\frac{1}{4^{3}}=\frac{1}{64}\text{；}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{a}}}=\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^{\frac{1}{2}}}}=\sqrt[3]{(a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}}=\sqrt[3]{a^{\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}}=\sqrt[3]{a^{\frac{1}{6}}}=(a^{\frac{1}{6}})^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{18}}.$$

例 1.3　计算：

(1) $\left(2\dfrac{7}{9}\right)^{0.5}+(0.1)^{-2}+\left(2\dfrac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}-3\pi^{0}$；

(2) $(0.064)^{-\frac{1}{3}}-\left(-\frac{7}{8}\right)^{0}+[(-2)^{3}]^{-\frac{4}{3}}+16^{-0.25}+|-0.01|^{\frac{1}{2}}$.

解　(1) $\left(2\frac{7}{9}\right)^{0.5}+(0.1)^{-2}+\left(2\frac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}-3\pi^{0}=\left(\frac{25}{9}\right)^{0.5}+\left(\frac{1}{10}\right)^{-2}+\left(\frac{64}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}-3\times1$

$$=\left(\frac{5^{2}}{3^{2}}\right)^{0.5}+\left(10^{-1}\right)^{-2}+\left(\frac{4^{3}}{3^{3}}\right)^{-\frac{2}{3}}-3\times1=\frac{5^{2\times0.5}}{3^{2\times0.5}}+10^{-1\times(-2)}+\frac{4^{3\times(-\frac{2}{3})}}{3^{3\times(-\frac{2}{3})}}-3$$

$$=\frac{5}{3}+10^{2}+\frac{4^{-2}}{3^{-2}}-3=\frac{5}{3}+\frac{3^{2}}{4^{2}}+97=\frac{2}{3}+\frac{9}{16}+98=\frac{2\times16}{48}+\frac{9\times3}{48}+98$$

$$=\frac{32+27}{48}+98=\frac{59}{48}+98=99\frac{11}{48};$$

(2) $(0.064)^{-\frac{1}{3}}-\left(-\frac{7}{8}\right)^{0}+[(-2)^{3}]^{-\frac{4}{3}}+16^{-0.25}+|-0.01|^{\frac{1}{2}}$

$$=\left(\frac{64}{1000}\right)^{-\frac{1}{3}}-1+(-2)^{3\times\left(-\frac{4}{3}\right)}+(2^{4})^{-0.25}+\left(\frac{1}{100}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$=\left(\frac{1000}{64}\right)^{\frac{1}{3}}-1+\frac{1}{2^{4}}+2^{-1}+\frac{1}{10^{2\times\frac{1}{2}}}$$

$$=\frac{10^{3\times\frac{1}{3}}}{4^{3\times\frac{1}{3}}}-1+\frac{1}{2^{4}}+2^{-1}+\frac{1}{10}=\frac{10}{4}-1+\frac{1}{2^{4}}+2^{-1}+\frac{1}{10}=\frac{5}{2}-1+\frac{1}{16}+\frac{1}{2}+\frac{1}{10}$$

$$=\frac{5+1}{2}-1+\frac{5}{16\times5}+\frac{8}{10\times8}=2+\frac{5+8}{80}=2+\frac{13}{80}=2\frac{13}{80}.$$

3. 根式的概念和性质

定义 1.1.2　若 $x^{n}=a$（$n>1$，且 $n\in\mathbf{N}_{+}$），则称 x **是** a **的** n **次方根**. 记作

$$x=\pm\sqrt[n]{a},$$

式子 $\sqrt[n]{a}$ 叫做**根式**，n 叫做根式的**根指数**，a 叫做**被开方数**.

根式的性质：

(1) 当 n 为奇数时，正数的 n 次（奇数次）方根是正数，负数的 n 次（奇数次）方根是负数. 任何数的 n 次（奇数次）方根记作 $\sqrt[n]{a}$.

例如，$2^{3}=8$，所以，2 是 8 的三次方根，记作 $\sqrt[3]{8}=2$；$(-2)^{5}=-32$，所以，-2 是 -32 的五次方根，记作 $\sqrt[5]{-32}=-2$.

(2) 当 n 为偶数时，正数 a 的 n 次（偶数次）方根有两个，它们为相反数，这时，

正数a的正的n次(偶数次)方根叫n次算术根，记作$\sqrt[n]{a}$；正数a的负的n次(偶数次)方根，记作$-\sqrt[n]{a}$；正数a的n次(偶数次)方根可以合并记作$\pm\sqrt[n]{a}$.

例如，$2^4=16$，$(-2)^4=16$，所以，正数16的四次方根有两个，即2和-2；正数16的四次方根可记作$\pm\sqrt[4]{16}=\pm2$，其中，$+\sqrt[4]{16}=+2$叫做16的四次算术根.

(3)负数没有偶次方根.

(4)零的任何次方根都是零.

(5) $(\sqrt[n]{a})^n=a$.

(6)当n为奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$；当n为偶数时，$\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases}a, & a>0\\0, & a=0\\-a, & a<0\end{cases}$.

例如，$\sqrt[3]{2^3}=2$，$\sqrt[3]{(-2)^3}=-2$，$\sqrt[4]{2^4}=|2|=2$，$\sqrt[4]{(-2)^4}=|-2|=2$.

1.1.2 对数运算

1. 对数的概念

定义 1.1.3 如果$a^b=N$（$a>0,a\neq1$），那么，数b叫做**以a为底N的对数**，记作

$$\log_a N=b,$$

其中，a叫做对数的**底数**，b叫做对数的**真数**.

例如，因为$2^5=32$，所以，$5=\log_2 32$；若$\log_3 9=2$，则$3^2=9$.

定义 1.1.4 通常将$\log_{10}N$叫做N的**常用对数**，记作$\lg N$.

定义 1.1.5 通常将以无理数$\mathrm{e}=2.71828\cdots$为底的对数$\log_{\mathrm{e}}N$叫做N的**自然对数**，记作$\ln N$.

2. 对数的性质

(1)零和负数没有对数.

(2) $\log_a 1=0$（$a>0,a\neq1$）.

(3) $\log_a a=1$（$a>0,a\neq1$）.

(4) $a^{\log_a N}=N$（$a>0,a\neq1,N>0$）.

3. 对数的运算法则

如果$a>0,a\neq1,M>0,N>0$，那么：

(1) $\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N$.

(2) $\log_a \dfrac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$.

(3) $\log_{a^n} b^m = \dfrac{m}{n}\log_a b$ ($b>0, n\neq 0$).

(4) $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ ($a\neq 1$， $c>0$， $c\neq 1$).

例 1.4　计算:

(1) $\log_5 35 - 2\log_5 \dfrac{7}{3} + \log_5 7 - \log_5 1.8$;

(2) $(\log_4 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 2) + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt[4]{32}$;

(3) $(\lg 2)^2 + \lg 2 \cdot \lg 50 + \lg 25$.

解　(1)

$$\begin{aligned}
&\log_5 35 - 2\log_5 \frac{7}{3} + \log_5 7 - \log_5 1.8\\
&= \log_5 (7\times 5) - 2\log_5 \frac{7}{3} + \log_5 7 - \log_5 \frac{9}{5}\\
&= \log_5 7 + \log_5 5 - 2(\log_5 7 - \log_5 3) + \log_5 7 - \log_5 9 + \log_5 5\\
&= 2\log_5 3 - \log_5 9 + 2 = \log_5 3^2 - \log_5 9 + 2\\
&= \log_5 9 - \log_5 9 + 2 = 2 .
\end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned}
&(\log_4 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 2) + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt[4]{32}\\
&= (\log_{2^2} 3 + \log_{2^3} 3)(\log_3 2 + \log_{3^2} 2) + \log_{2^{-1}} \sqrt[4]{2^5}\\
&= \left(\frac{1}{2}\log_2 3 + \frac{1}{3}\log_2 3\right)\left(\log_3 2 + \frac{1}{2}\log_3 2\right) + \frac{\frac{5}{4}}{-1}\log_2 2\\
&= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\log_2 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)\log_3 2 - \frac{5}{4}\\
&= \frac{5}{6}\times\frac{3}{2}\log_2 3 \cdot \log_3 2 - \frac{5}{4} = \frac{5}{4}\log_2 2 - \frac{5}{4} = \frac{5}{4} - \frac{5}{4} = 0 .
\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}
&(\lg 2)^2 + \lg 2 \cdot \lg 50 + \lg 25 = (\lg 2)^2 + \lg 2 \lg (5\times 10) + \lg 5^2\\
&= (\lg 2)^2 + \lg 2 (\lg 5 + \lg 10) + 2\lg 5\\
&= (\lg 2)^2 + \lg 2 \lg 5 + \lg 2 + 2\lg 5 = \lg 2 (\lg 2 + \lg 5) + \lg 2 + 2\lg 5\\
&= \lg 2 \lg (2\times 5) + \lg 2 + 2\lg 5 = \lg 2 \lg 10 + \lg 2 + 2\lg 5\\
&= 2\lg 2 + 2\lg 5 = 2(\lg 2 + \lg 5) = 2\lg (2\times 5) = 2\lg 10 = 2 .
\end{aligned}$$

1.2 不 等 式

1.2.1 不等式的性质

1. 比较实数大小的方法

在现实生活中，我们经常需要比较两个实数的大小，以下两种方法可供选择：

(1)作差法$\begin{cases} a-b>0 \Leftrightarrow a>b \\ a-b=0 \Leftrightarrow a=b \\ a-b<0 \Leftrightarrow a<b \end{cases}.$

(2)求商法$\begin{cases} \dfrac{a}{b}>1, b>0 \Leftrightarrow a>b \\ \dfrac{a}{b}=1 \qquad \Leftrightarrow a=b \\ \dfrac{a}{b}<1, b>0 \Leftrightarrow a<b \end{cases}.$

例 1.5 比较$\dfrac{4}{5}$与$\dfrac{5}{6}$的大小.

解 因为$\dfrac{4}{5}-\dfrac{5}{6}=\dfrac{4\times 6}{30}-\dfrac{5\times 5}{30}=\dfrac{24-25}{30}=-\dfrac{1}{30}<0$，所以

$$\frac{4}{5}<\frac{5}{6}.$$

例 1.6 比较$-\dfrac{2}{3}$与$-\dfrac{3}{4}$的大小.

解 因为$-\dfrac{2}{3}-\left(-\dfrac{3}{4}\right)=-\dfrac{2\times 4}{12}-\left(-\dfrac{3\times 3}{12}\right)=-\dfrac{8}{12}-\left(-\dfrac{9}{12}\right)$

$=-\dfrac{8}{12}+\dfrac{9}{12}=\dfrac{-8+9}{12}=\dfrac{1}{12}>0$，所以

$$-\frac{2}{3}>-\frac{3}{4}.$$

2. 不等式的性质

在比较实数大小，解不等式和证明不等式过程中，经常需要使用以下不等式的性质：

(1) $a>b, b>c \Rightarrow a>c$.

(2) $a>b \Leftrightarrow b<a$.

(3) $a>b \Leftrightarrow a \pm c>b \pm c$.

(4) $a>b, c>0 \Leftrightarrow a \cdot c>b \cdot c$.

(5) $a>b, c<0 \Leftrightarrow a \cdot c<b \cdot c$.

(6) $a>b, c>d \Rightarrow a+c>b+d$.

(7) $a>b, c>d \Rightarrow a-d>b-c$.

(8) $a>b>0, c>d>0 \Rightarrow a \cdot c>b \cdot d$.

(9) $a>b>0 \Rightarrow a^n>b^n$ $(n \in \mathbf{N}_+)$.

(10) $a>b>0 \Rightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$ $(n \in \mathbf{N}_+)$.

1.2.2　不等式解法

1. 一元一次不等式解法

(1) 当 $a>0$ 时，不等式 $ax>b$ 的解集为 $\left\{x \mid x>\dfrac{b}{a}\right\}$；不等式 $ax<b$ 的解集为 $\left\{x \mid x<\dfrac{b}{a}\right\}$.

(2) 当 $a<0$ 时，不等式 $ax>b$ 的解集为 $\left\{x \mid x<\dfrac{b}{a}\right\}$；不等式 $ax<b$ 的解集为 $\left\{x \mid x>\dfrac{b}{a}\right\}$.

应该注意，不等式解集的区间表示法：

(1) 集合 $\{x \mid a<x<b\}$ 可用区间表示为 (a, b).

(2) 集合 $\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$ 可用区间表示为 $[a, b]$.

(3) 集合 $\{x \mid x>a\}$ 可用区间表示为 $(a,+\infty)$.

(4) 集合 $\{x \mid x \geqslant a\}$ 可用区间表示为 $[a,+\infty)$.

(5) 集合 $\{x \mid x<a\}$ 可用区间表示为 $(-\infty, a)$.

(6) 集合 $\{x \mid x \leqslant a\}$ 可用区间表示为 $(-\infty, a]$.

(7) 集合 $\{x \mid -\infty<x<+\infty\}$ 可用区间表示为 $(-\infty,+\infty)$.

例 1.7　解不等式并用区间表示它的解集：

(1) $x+8<4x-1$；(2) $5x-2 \leqslant 3(x+1)$.

解　(1)　$x+8<4x-1$，

$x-4x<-1-8$，

$-3x<-9$，

$x>9$.