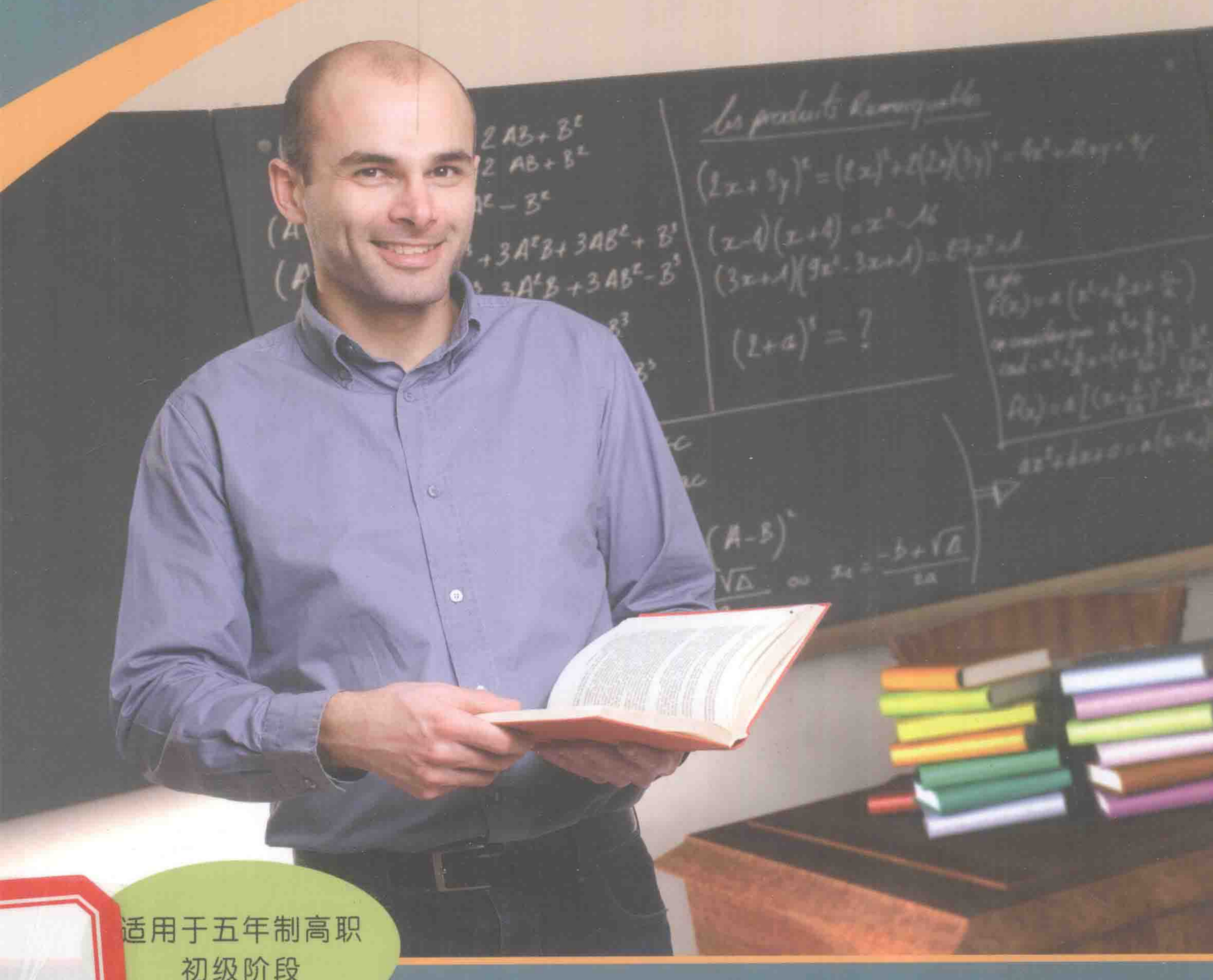
"十二五"高等职业教育国家规划教材

主　编　姬小龙

应用数学基础

APPLIED MATHEMATICS FOUNDATION

1



适用于五年制高职
初级阶段

河南大学出版社

应用数学基础

APPLIED MATHEMATICS FOUNDATION

(1)

主　编　姬小龙

副主编　闫杰生　李坤花　赵晓花

　　　　黄瑞芳　陈　晓

河南大学出版社

·郑州·

图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础(1)/姬小龙主编. —郑州:河南大学出版社,2013.8
ISBN 978-7-5649-1221-5

Ⅰ.①应…　Ⅱ.①姬…　Ⅲ.①应用数学基础—高等职业教育—教材　Ⅳ.①029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 100531 号

策划编辑　王四朋　王海华
责任编辑　顾　一
责任校对　王孝赞
封面设计　王四朋

出版发行　河南大学出版社
地址:郑州市郑东新区商务外环中华大厦 2401 号　　邮编:450046
电话:0371-86059712(高等教育出版分社)
0371-86059713(营销部)　　网址:www.hupress.com
排　版　郑州市今日文教印制有限公司
印　刷　河南地质彩色印刷厂
版　次　2013 年 8 月第 1 版　　**印　次**　2013 年 8 月第 1 次印刷
开　本　890mm×1240mm　1/16　　**印　张**　11.25
字　数　267 千字　　**印　数**　1—5000 册
定　价　23.00 元

(本书如有印装质量问题,请与河南大学出版社营销部联系调换)

前　言

课程建设是高等职业教育专业建设的重要组成部分，而课程建设离不开教材的建设、开发与利用.《应用数学基础》是五年制高等职业教育各专业必修的一门公共基础课程，我们在本课程的开发过程中重视教育对象——学生在课中的经历和体验. 基于此，本书作者在教材的编写过程中，坚持以学生为中心、以学生“自主学习”为目标、以“易教易学，必须够用”为度的总体要求.

本书分上、下两册，上册内容包括集合论、逻辑用语、一元不等式、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、数列等，共 6 章. 考虑到目前五年制高职学生的实际情况，本册内容的建议授课时数约为 180 学时，供五年制高职一年级使用.

本书有别于其他同类教材之处，主要体现在以下几个方面：

(1) 本书叙述通俗易懂，深入浅出，着重基本概念、基本理论、基本方法，突出基础性和实用性，加强了对学生的自主学习能力、熟练运算能力、分析问题和解决问题能力的培养，在培养学生数学思想和用数学方法解决实际问题能力方面有一定的尝试.

(2) 本书在强调基础性和实用性的同时，坚持“少而精”的原则，重视体系设计，循序渐进，符合学生的特征和认知规律，尽量做到结构体例新颖，便于教师和学生使用. 本书的难度深浅适中，既符合学生的实际水平，又加强了教学的针对性，并注意吸收新知识、新观念，便于学生自主学习.

(3) 本书针对五年制高职生的实际状况，降低了编写起点，将一些初中数学的基础知识融入到本书中，切实做到教学中师生使用“零起点”和“无障碍”，照顾到了各种层次学生的特点与实际.

(4) 本书在例题、课堂练习、习题、复习题、自测题选取上注意难易适中，适度加强课堂练习力度. 每一节课后设有一个练习，每一小节后设有一个习题，每一章后设有一个复习题，每一册书后设有一个自测题. 学生通过独立完成练习、习题、复习题、自测题这四个环节的做题训练，基本上能够达到本课程的教学目标.

本书由姬小龙教授任主编. 本册编写分工如下：姬小龙（第 1 章）、李坤花（第 2、3 章）、赵晓花（第 4 章）、黄瑞芳（第 5 章）、陈晓（第 6 章）、闫杰生（名词索引、数学符号、常用公式、自测题）. 由姬小龙承担策划和统稿等工作.

由于编者水平有限，加之时间短促，不足之处在所难免，真诚欢迎使用本书的教师、学生、专家和学者批评指正，以便修订时进一步完善.

编　者

2013 年 5 月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第 1 章　集合与逻辑用语

集合是现代数学中最基本的概念,逻辑用语是从事一切数学活动必不可少的最基本的思维与表述工具.本章学习的主要内容是集合的概念、集合的运算、命题、逻辑联结词、充分条件、必要条件等.

§1.1　集　　合

1. 集合的概念

无论是在数学活动中,还是在日常生活中,我们都曾不止一次地使用过“集合”一词.例如,“小于 5 的自然数构成的集合”、“某一平面内的所有三角形组成的集合”、“中国的直辖市组成的集合”、“济源市图书馆的全部藏书组成的集合”等.

一般地,我们把具有确定性质而相互间又有明确区别的一些对象的全体称为集合,简称为集.集合中的每个对象叫作这个集合的元素.

例如,某职业技术学院的全体学生组成一个集合,每个学生都是这个集合的元素;某企业生产的一批电视机(每个个体都被看作是不同的)组成一个集合,其中的任何一台电视机都是这一集合的元素;太阳系的所有行星组成一个集合,每个行星都是这个集合的元素.

通常用大写字母表示集合,用小写字母表示元素.例如,常用的一些数集(元素为数的集合)通常用如下字母表示:$\mathbf{N}$ 表示自然数集,$\mathbf{Z}$ 表示整数集,$\mathbf{Q}$ 表示有理数集,$\mathbf{R}$ 表示实数集.如果上述数集中的元素只限于正数,就在集合记号的右上角标上“+”号;如果数集中的元素都是负数,就在集合记号的右上角标上“-”号.例如,正整数集用 $\mathbf{N}^+$ 表示,负整数集用 $\mathbf{Z}^-$ 表示,正实数集用 $\mathbf{R}^+$ 表示等.

若 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A,记作“$a\in A$”;若 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A,记作“$a\notin A$”.例如 $0\in\mathbf{N}$,$-1\notin\mathbf{N}$,$-2\in\mathbf{Z}$,$\sqrt{2}\in\mathbf{R}$,$\sqrt{3}\notin\mathbf{Q}$,$\pi\in\mathbf{R}$ 等,可见数学符号“$\in$”与“$\notin$”用来表示元素与集合之间的关系.

包含有限个元素的集合称为有限集,不是有限集的集合称为无限集.例如,“我国 985 高等学校组成的集合”、“小于 6 的自然数组成的集合”、“太阳系的九大行星组成的集合”、

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

"某班级学生组成的集合"都是有限集，而自然数集、整数集、有理数集和实数集都是无限集.

我们把不含有任何元素的集合叫作空集，记作"$\varnothing$"，读作"欧". 空集是唯一的，空集是有限集. 例如，"方程 $x^2+1=0$ 在实数范围内的解集"就是空集. 我们把至少含有一个元素的集合叫作非空集.

练习

1. 选择数学符号"$\in$"和"$\notin$"中适当的一个填空：

(1) -1 ____ $\mathbf{N}$；　　(2) 0 ____ $\mathbf{N}$；　　(3) b ____ $\{a,b\}$；

(4) π ____ $\mathbf{R}^+$；　　(5) $-\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Q}$；　　(6) 0 ____ $\{0\}$.

2. 写出下列集合的所有元素，并指出哪些是有限集？哪些是无限集？哪些是空集？哪些是非空集？

(1) 一年中有 28 天的月份组成的集合；

(2) 方程 $x^2+4=0$ 在实数范围内的解集；

(3) 能被 2 整除的所有整数组成的集合；

(4) 2013 年之前"星光大道"节目年度总冠军组成的集合(可以上网搜索)；

(5) 我国古代四大发明组成的集合(可以上网搜索)；

(6) 方程 $2x+1=1$ 的解集；

(7) 不超过 8 的自然数组成的集合；

(8) 我国农历中的"二十四节气"组成的集合(可以上网搜索).

2. 集合的表示法

常用的表示集合的方法有两种：列举法和描述法.

列举法就是把集合的元素一一列举出来写在花括号$\{\}$内表示集合的方法，每个元素仅写一次，不考虑元素的顺序. 例如，小于 5 的自然数组成的集合，可以表示为$\{4,3,2,1,0\}$；中国的四个直辖市组成的集合，可以表示为{重庆，天津，上海，北京}；自然数集 $\mathbf{N}$ 可以表示为$\{0,1,2,3,4,5,\cdots\}$；方程 $x^2-1=0$ 的解集，可以表示为$\{-1,1\}$.

用列举法表示集合时要注意如下几点事项：

(1) 集合包含的元素个数不多或元素间有一定规律可循且不致误解时使用；

(2) 要将集合的所有元素写在花括号内；

(3) 元素与元素之间用逗号隔开；

(4) 不必考虑元素的前后顺序.

描述法就是把集合中的元素所具有的共同性质描述出来，写在花括号$\{\}$内表示集合的方法.

一般地，如果我们设 $p(x)$ 表示元素 x 具有性质 p，那么具有性质 p 的所有元素组成的集合可书写为

$$\{x \mid p(x)\}.$$

例如，方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解组成的集合，可以表示为 $\{x \mid ax^2+bx+c=0\}$；所有偶数组成的集合，可以表示为 $\{x \mid x=2k, k\in \mathbf{Z}\}$；一次函数 $y=3x-1$ 图象上所有点组成的集合，可以表示为 $\{(x,y) \mid y=3x-1\}$.

有些集合用列举法表示方便，有些集合用描述法表示合适，有些集合既可以用列举法表示又可以用描述法表示，在实际运用中要看具体问题而定. 例如，集合 $\{x \mid -2<x<2, x\in \mathbf{Z}\}$ 是用描述法表示的，而满足 $-2<x<2$ 的所有整数为 $-1,0,1$，所以这个集合又可以用列举法表示为 $\{-1,0,1\}$；集合 $\{x \mid -1<x\leqslant 2\}$ 只能用描述法表示，不能用列举法表示(思考一下，为什么不能用列举法?).

【例 1】用适当的方法表示下列集合：

(1) 小于 10 的正奇数组成的集合；

(2) 全体偶数组成的集合；

(3) 方程 $x^2-9=0$ 的所有实数根组成的集合；

(4) 某一平面上的所有圆组成的集合；

(5) 直角坐标平面上第二象限内的所有点组成的集合.(参阅第 2 章 §2.2)

解　(1) 用列举法表示为 $A=\{1,3,5,7,9\}$.

(2) 用列举法表示为 $B=\{\cdots,-4,-2,0,2,4,\cdots\}$；这个集合也可以用描述法表示为 $B=\{x \mid x=2k, k\in \mathbf{Z}\}$.

(3) 用列举法表示为 $C=\{-3,3\}$.

(4)用描述法表示为 $D=\{x \mid x$ 为某一平面上的圆$\}$，也可以直接用描述法表示为：$D=\{$某一平面上的圆$\}$.

(5) 用描述法表示为 $E=\{(x,y) \mid x<0$ 且 $y>0, x\in \mathbf{R}, y\in \mathbf{R}\}$.

我们把只含有一个元素的集合叫作单元素集. 例如，方程 $x+3=0$ 的解集 $\{-3\}$ 就是单元素集；集合 $\{x \mid x+1=1\}$ 也是一个单元素集 $\{0\}$，因为它只含有一个元素“0”.

3. 集合之间的关系

子集

在讨论两个及两个以上集合时，自然要关心这些集合之间有什么样的关系. 先来看看自然数集 **N** 和整数集 **Z** 之间的关系：任何一个自然数都是整数，这就是说，**N** 中的任何一个元素都是 **Z** 的元素，**N** 是 **Z** 的一部分，它们之间是部分与整体的关系. 对于这种情况有如下定义.

定义 1　设 A 与 B 是两个集合，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，则集合 A 叫作集合 B 的子集，记作“$A\subseteq B$”或“$B\supseteq A$”，读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”，也可说成“A 是 B 的子集”或“B 是 A 的扩集”.

若 A 是任意一个集合，则 $A\subseteq A$，$\varnothing\subseteq A$，即任意一个集合是它本身的子集，空集是任意一个集合的子集.

例如，自然数集 **N** 和整数集 **Z** 的关系可叙述为“自然数集 **N** 是整数集 **Z** 的子集”，用符号可以表示为“$\mathbf{N}\subseteq\mathbf{Z}$”.

定义 2 如果集合 A 是集合 B 的子集，且 B 中至少有一个元素不属于 A，则集合 A 叫作集合 B 的**真子集**，记作“$A\subset B$”或“$B\supset A$”.

需要注意的是，数学符号“$\subset$”与“$\supset$”，有的教科书上用“$\subsetneqq$”与“$\supsetneqq$”来表示.

例如，自然数集 **N** 不但是整数集 **Z** 的子集，而且还是它的真子集，可记为 $\mathbf{N}\subset\mathbf{Z}$；集合 $\{-1,0,2,3\}$ 不但是集合 $\{-2,-1,0,1,2,3,4\}$ 的子集，而且是它的真子集，可记为 $\{-1,0,2,3\}\subset\{-2,-1,0,1,2,3,4\}$.

【例 2】 写出集合 $\{0,1,2\}$ 的所有子集，并指出哪些是真子集.

解 集合 $\{0,1,2\}$ 有三个元素 0，1，2. 它的子集为 $\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{0,1\}$，$\{0,2\}$，$\{1,2\}$，$\{0,1,2\}$，共有 8 个子集，除 $\{0,1,2\}$ 外，其余 7 个都是真子集.

集合以及集合之间的关系可以用图形表示，叫作韦恩(Venn John)图。韦恩图是用一个简单的平面区域代表一个集合，如图 1−1 所示，集合内的元素用区域内的点来表示.

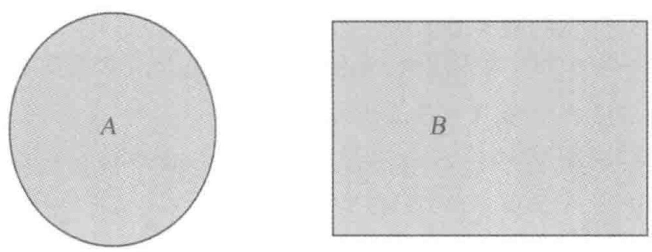


图 1−1

我们不难知道，空集是任何非空集合的真子集.

相等

定义 3 设 A 与 B 是两个集合，如果 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，则称集合 A 与集合 B **相等**，记作“$A=B$”，读作“A 等于 B”.

两个集合相等是说这两个集合相互包含，即它们的元素完全相同. 例如，设 $A=\{x\,|\,x^2-5x+6=0\}$，$B=\{2,3\}$，经验证 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，所以 $A=B$.

练习

1. 选择数学符号“$\in$”，“$\notin$”，“$\subset$”，“$\supset$”，“$\subseteq$”，“$\supseteq$”，“$=$”中适当的一个填空：

   (1) $\{-1\}$____$\{x\,|\,x+1=0\}$； (2) $\{0\}$____**N**；

   (3) $\{b\}=$____$\{a,b\}$； (4) $\{1,2,3,5\}$____$\{2,5\}$；

   (5) 3.14 ____ **Z**； (6) $\{-1\}$____$\{x\,|\,x^2-1=0\}$.

2. 将下列集合用适当的方法表示：

   (1) 10 的正约数组成的集合；

   (2) 方程 $x^2-\pi=0$ 的实数根组成的集合；

   (3) 绝对值等于 3 的实数组成的集合；

(4) 直线 $y=2x$ 上的所有点组成的集合.

3. 将下列集合用另一种方法表示：

(1) $A=\{x\mid -1<x<5, x\in \mathbf{Z}\}$；

(2) $B=\{x\mid x=2k+1, k\in \mathbf{N}\}$.

4. 集合的运算

如同数与数之间有加、减、乘、除等多种运算一样，集合与集合之间也有其特定的运算，通过这些运算可以构造出一些新的集合. 交、并、补是集合的三种基本运算.

交集

先看一个例子. 设集合 $A=\{3,4,5,6,7,8,9\}$，$B=\{0,1,2,3,4,5,6\}$，则 A 与 B 的公共元素可以组成一个新的集合 $C=\{3,4,5,6\}$，对于这样的集合有如下定义.

定义 4　设 A 与 B 是两个集合，由集合 A 与 B 的所有公共元素组成的集合叫作集合 A 与 B 的交集，记作"$A\cap B$"，读作"A 交 B". 即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A, 且\ x\in B\}.$$

两个集合的交集可用图 1—2 所示的阴影部分表示.

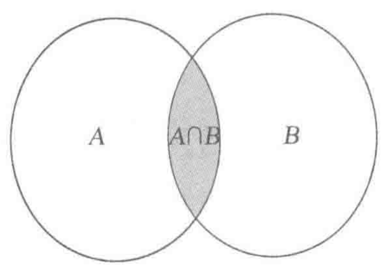


图 1—2

由定义 4 可知，对于任意集合 A,B 都有

$$A\cap B=B\cap A,\ A\cap A=A,\ A\cap\varnothing=\varnothing\cap A=\varnothing.$$

若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$.

【例 3】 设 $A=\{-1,0,3,4,7,9\}$，$B=\{-2,0,5,7,8,9\}$，求 $A\cap B$.

解　$A\cap B=\{0,7,9\}$.

【例 4】 设 $A=\{$等腰三角形$\}$，$B=\{$直角三角形$\}$，求 $A\cap B$.

解　$A\cap B=\{$等腰直角三角形$\}$.

【例 5】 设 $A=\{(x,y)\mid x+y=3\}$，$B=\{(x,y)\mid x-y=1\}$，求 $A\cap B$.

解　
$$\begin{aligned}A\cap B&=\{(x,y)\mid x+y=3\}\cap\{(x,y)\mid x-y=1\}\\&=\left\{(x,y)\ \middle|\ \begin{cases}x+y=3\\x-y=1\end{cases}\right\}\\&=\{(2,1)\}.\end{aligned}$$

并集

设集合 $A=\{-3,1,0,2\}$，$B=\{-1,0,1,2,3\}$，则由属于 A 或属于 B 的所有元素可以

组成一个新的集合 $C=\{-3,-1,0,1,2,3\}$，对于这样的集合有如下定义.

定义 5　设 A 与 B 是两个集合，由属于 A 或属于 B 的所有元素组成的集合叫作集合 A 与 B 的并集，记作"$A\cup B$"，读作"A 并 B"，即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A,\text{或 } x\in B\}.$$

两个集合的并集可用图 1－3 所示的阴影部分表示.

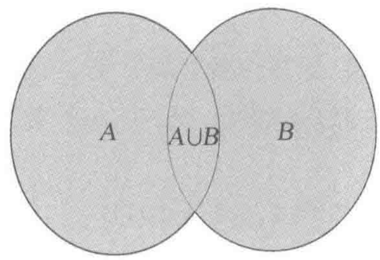


图 1－3

由定义 5 可知，对于任意集合 A,B 都有

$$A\cup B=B\cup A,\ A\cup A=A,\ A\cup\varnothing=\varnothing\cup A=A.$$

若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$.

【例 6】 已知 $A=\{a,b,d,e\}$，$B=\{b,c,d,f\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.

解　$A\cap B=\{a,b,d,e\}\cap\{b,c,d,f\}=\{b,d\}$，

$A\cup B=\{a,b,d,e\}\cup\{b,c,d,f\}=\{a,b,c,d,e,f\}$.

【例 7】 设 $A=\{\text{有理数}\}$，$B=\{\text{无理数}\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.

解　$A\cap B=\{\text{有理数}\}\cap\{\text{无理数}\}=\varnothing$，$A\cup B=\{\text{有理数}\}\cup\{\text{无理数}\}=\mathbf{R}$.

设 A,B,C 是任意三个集合，则有

(1) 交换律

$$A\cap B=B\cap A,\ A\cup B=B\cup A.$$

(2) 结合律

$$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C),\ (A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C).$$

(3) 分配律

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C),\ A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C).$$

补集

在研究集合与集合之间的关系和运算时，如果一些集合都是某一给定的集合的子集，那么这个给定的集合叫作这些集合的全集，全集通常用 U 表示. 比如，在研究数集时，可以把实数集 $\mathbf{R}$ 作为全集.

定义 6　设 U 为全集，A 为 U 的一个子集，由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫作 A 在 U 中的补集，记作"$\complement_U A$"，读作"A 在 U 中的补集"，有时简称为"A 的补"，即

$$\complement_U A=\{x\mid x\in U,\text{且 } x\notin A\}.$$

A 在 U 中的补集如图 1－4 所示. 由定义 6 可知，对于任意集合都有

$$A\cap\complement_U A=\varnothing,\ A\cup\complement_U A=U,\ \complement_U(\complement_U A)=A.$$

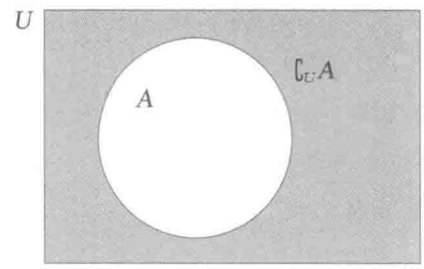


图 1—4

【例 8】已知 $U=\{0,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{3,5,6\}$，求：

(1) $\complement_U A$；　　　　(2) $A\cap \complement_U A$，$A\cup \complement_U A$.

解　由补集定义可得

(1) $\complement_U A=\{0,2,4,7\}$；

(2) $A\cap \complement_U A=\varnothing$，$A\cup \complement_U A=U$.

【例 9】设全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid x<2\}$，求 $\complement_U A$，$\complement_U(\complement_U A)$.

解　由定义知，$\complement_U A=\{x\mid x\geqslant 2\}$，$\complement_U(\complement_U A)=\complement_U(\{x\mid x\geqslant 2\})=\{x\mid x<2\}=A$.

一般地，有 $\complement_U(\complement_U A)=A$.

最后给出交、并、补运算的两个重要关系式

$$\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup \complement_U B,\quad \complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap \complement_U B.$$

练习

1. 设 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{3,4,5,7\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.

2. 设全集 $U=\{a,b,c,d,e,f\}$，$A=\{a,d\}$，$B=\{d,e,f\}$，求：

   (1) $A\cap B$，$A\cup B$；

   (2) $\complement_U A$，$\complement_U B$；

   (3) $\complement_U(A\cup B)$，$\complement_U A\cap \complement_U B$.

习题 1.1

1. 用适当的数学符号填空：

   (1) $\varnothing$ ________ $\mathbf{N}$；　　　　(2) 0 ________ $\mathbf{N}$；

   (3) $\{2,3\}$ ________ $\{-1,2,3,4\}$；　　　　(4) π ________ $\mathbf{Q}$；

   (5) $\varnothing$ ________ $\{\varnothing\}$；　　　　(6) $\{a\}$ ________ $\{a,b\}$；

   (7) $\sqrt{3}$ ________ $\mathbf{Z}$；　　　　(8) 5 ________ $\mathbf{Q}$；

   (9) 0 ________ $\{x\mid x=2k-1,k\in \mathbf{Z}\}$.

2. 用适当的方法表示下列集合，并指出它是有限集还是无限集.

   (1) 大于 0 且小于 12 的奇数组成的集合；

   (2) 全体正奇数组成的集合；

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com