

普通高校土木工程专业系列精品规划教材  
PUTONGGAOXIAOTUMUGONGCHENGZHUANYEXILIEJINGPINGUIHUAJIAOCAI

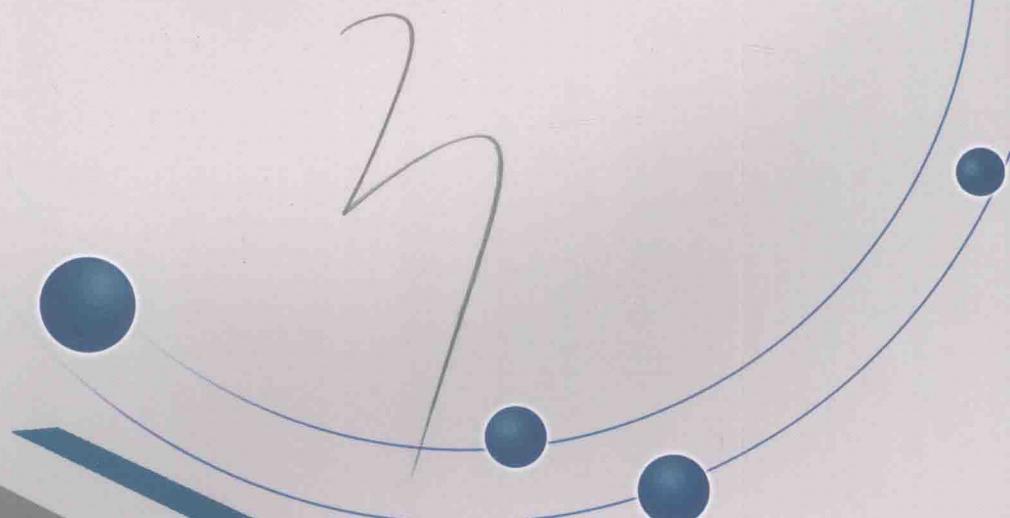


# 材料力学

CAILIAO LIXUE

CAILIAO LIXUE

◎ 朱勇 彭成 主编  
渠建新 江俊设



中南大学出版社  
www.csupress.com.cn

---

**图书在版编目(CIP)数据**

材料力学/朱勇,彭成,渠建新,江俊设主编.

—长沙:中南大学出版社,2016.6

ISBN 978 - 7 - 5487 - 2255 - 7

I . 材… II . ①朱… ②彭… ③渠… ④江… III . 材料力学

IV . TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 104884 号

---

**材料力学**

**CAILIAO LIXUE**

朱 勇 彭 成 渠建新 江俊设 主编

---

责任编辑 刘 辉

责任印制 易红卫

出版发行 中南大学出版社

社址:长沙市麓山南路

邮编:410083

发行科电话:0731-88876770

传真:0731-88710482

印 装 长沙市宏发印刷有限公司

---

开 本 787 × 1092 1/16 印张 13.75 字数 344 千字

版 次 2016 年 6 月第 1 版 印次 2016 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5487 - 2255 - 7

定 价 34.00 元

---

图书出现印装问题,请与经销商调换

# 材 料 力 学

主编 朱 勇 彭 成  
渠建新 江俊设



中南大學出版社  
[www.csupress.com.cn](http://www.csupress.com.cn)

# 普通高校土木工程专业系列精品规划教材

## 编审委员会

主任 余志武

常务副主任 雷晓燕

副主任(按姓氏笔画排序)

王卫东 王有凯 龙志林 刘哲锋 祁 皓 杨 斌

吴国雄 陈振富 陈 淮 胡习兵 祝明桥 徐长节

崔 杰 彭立敏

委员(按姓氏笔画排序)

刁心宏 于向东 马飞虎 王 英 王星华 王晓光

王 薇 方 燕 甘元初 白明洲 朱 勇 乔建东

刘小明 刘 坚 刘根强 刘 靖 宇德明 孙 晓

孙翠羽 杨伟军 杨仲轩 杨建军 杨春霞 李长春

李东平 李任平 肖 潇 张 健 张维锦 张鹏飞

张燕茹 陈友兰 陈长坤 陈汉利 陈锐林 罗小勇

周小林 周书葵 周凌宇 周智辉 周德泉 郑明新

赵小平 赵国宇 胡文韬 胡晓波 耿大新 徐林荣

郭文华 黄海林 蒋丽忠 傅 纯 戴公连

# 总序

土木工程是促进我国国民经济发展的重要支柱产业。近30年来，我国公路、铁路、城市轨道交通等基础设施以及城市建筑进入了高速发展阶段，以高速、重载和超高层为特征的建设工程的安全性、经济性和耐久性等高标准要求向传统的土木工程设计、施工技术提出了严峻挑战。面对新挑战，国内外土木工程行业设计、施工、养护技术人员和科研工作者在工程实践和科学的研究工作中，不断提出创新理念，积极开展基础理论和技术创新，研发了大量的新技术、新材料和新设备，形成了成套设计、施工和养护的新规范和技术手册，并在工程实践中大范围应用。

土木工程行业日新月异的发展，对现代土木工程专业技术人才培养提出了迫切需求。教材建设和教学内容是人才培养的重要环节。为面向普通高校本科生全面、系统和深入阐述公路、铁路、城市轨道交通以及建筑结构等土木工程领域的基础理论和工程技术成果，由中南大学出版社、中南大学土木工程学院组织国内土木工程领域一批专家学者组成“普通高校土木工程专业系列精品规划教材”编审委员会，共同编写这套系列教材。通过多次研讨，确定了这套土木工程专业系列教材的编写原则：

## 1. 系统性

本系列教材以《土木工程指导性专业规范》为指导，教材内容满足城乡建筑、公路、铁路以及城市轨道交通等领域的建筑工程、桥梁工程、道路工程、铁道工程、隧道与地下工程和土木工程管理等方向的需求。

## 2. 先进性

本系列教材与21世纪土木工程专业人才培养模式的研究成果紧密结合，既突出土木工程专业理论知识的传承，又尽可能全面反映土木工程领域的新理论、新技术和新方法，注重各门内容的充实与更新。

## 3. 实用性

本系列教材针对90后学生的知识与素质特点，以应用性人才培养为目标，注重理论知识与案例分析相结合，传统教学方式与基于现代信息技术的教学手段相结合，重点培养学生的工程实践能力，提高学生的创新素质。这套教材不仅是面向普通高校土木工程专业本科生的课程教材，还可作为其他层次学历教育和短期培训的教材和广大土木工程技术人员的专业参考书。

#### 4. 严谨性

本系列教材的编写出版要求严格按国家相关规范和标准执行，认真把好编写人员遴选关、教材大纲评审关、教材内容主审关和教材编辑出版关，尽最大努力提高教材编写质量，力求出精品教材。

根据本套系列教材的编写原则，我们邀请了一批长期从事土木工程专业教学的一线教师负责本系列教材的编写工作。但是，由于我们的水平和经验所限，这套教材的编写肯定有不尽如人意的地方，敬请读者朋友们不吝赐教。编委会将根据读者意见、土木工程发展趋势和教学手段的提升，对教材进行认真修订，以期保持这套教材的时代性和实用性。

最后，衷心感谢全套教材的参编同仁，由于他们的辛勤劳动，编撰工作才能顺利完成。真诚感谢中南大学校领导、中南大学出版社领导的大力支持和编辑们的辛勤工作，本套教材才能够如期与读者见面。



2015年7月

# 前　言

材料力学是大学工科专业重要的专业技术基础课程，为适应现阶段教学学时不断减少的情况，同时满足教育部高等学校力学教学指导委员会新制订的“材料力学课程基本要求(A类)”中的教学内容、教学要求，编者编写了本教材。

在本书的编写中，注重基本概念的建立、表述，强调解决问题方法的内在思想和数学逻辑，以便进一步培养学生用数学的思维和方法来观察、表述和解决工程问题的能力，使学生能更好地理解、掌握材料力学的知识内容。

全书内容共9章，包含材料力学课程的基本内容，包括：概述、直杆轴向拉伸和压缩分析、扭转杆件分析、平面弯曲杆件强度分析、平面弯曲杆件刚度分析、应力状态分析、强度理论、组合变形杆件的应力与强度分析、压杆的稳定分析。附录包括平面图形的几何性质，常用截面的几何性质计算公式，简单荷载作用下梁的挠度和转角以及型钢规格表。广州大学朱勇和渠建新编写了第1、2、4、5、6章和附录的内容，南华大学彭成和江俊设编写了第3、7、8、9章内容。

本书可作为普通高等学校土木、水利及机械类等各专业的教材，也可以供其他专业及相关工程技术人员参考。

编者水平不足，衷心希望使用本书的读者、教师对书中的错漏、缺点和不足提出宝贵的意见和建议。

2016年4月

# 目 录

|                         |      |
|-------------------------|------|
| 第1章 概述 .....            | (1)  |
| 1.1 土木工程材料力学的研究任务 ..... | (1)  |
| 1.2 变形固体及其基本假定 .....    | (1)  |
| 1.3 杆件基本变形形式 .....      | (2)  |
| 1.4 内力、应力、位移和应变 .....   | (3)  |
| 1.5 材料力学的研究方法 .....     | (6)  |
| 第2章 直杆轴向拉伸和压缩分析 .....   | (8)  |
| 2.1 工程中的拉压杆件与简化 .....   | (8)  |
| 2.2 拉压杆件的轴力图 .....      | (9)  |
| 2.3 拉压杆件横截面上的正应力 .....  | (11) |
| 2.4 拉压杆件的变形 .....       | (14) |
| 2.5 拉伸和压缩时材料的力学性质 ..... | (16) |
| 2.6 拉压杆件的强度计算 .....     | (22) |
| 2.7 圣维南原理和应力集中 .....    | (25) |
| 思考与练习 .....             | (26) |
| 第3章 扭转杆件分析 .....        | (33) |
| 3.1 工程中的扭转杆件与简化 .....   | (33) |
| 3.2 圆杆扭转时的扭矩图 .....     | (34) |
| 3.3 圆杆扭转时的应力与强度计算 ..... | (37) |
| 3.4 圆杆扭转时的变形与刚度计算 ..... | (43) |
| 3.5 矩形截面杆的扭转 .....      | (45) |
| 思考与练习 .....             | (48) |
| 第4章 平面弯曲杆件强度分析 .....    | (54) |
| 4.1 工程中的弯曲杆件与简化 .....   | (54) |
| 4.2 梁的弯曲内力图 .....       | (56) |
| 4.3 梁横截面正应力 .....       | (65) |
| 4.4 梁横截面上的切应力 .....     | (70) |
| 4.5 平面弯曲梁的强度计算 .....    | (74) |
| 思考与练习 .....             | (76) |

---

|                            |       |
|----------------------------|-------|
| 第5章 平面弯曲杆件刚度分析 .....       | (88)  |
| 5.1 梁的位移——挠度和转角 .....      | (88)  |
| 5.2 梁的挠曲线近似微分方程 .....      | (89)  |
| 5.3 积分法计算梁的变形位移 .....      | (89)  |
| 5.4 叠加法计算梁的变形位移 .....      | (93)  |
| 5.5 梁的刚度计算分析 .....         | (97)  |
| 思考与练习 .....                | (99)  |
| 第6章 应力状态分析 .....           | (105) |
| 6.1 应力状态 .....             | (105) |
| 6.2 平面应力状态分析 .....         | (107) |
| 6.3 空间应力状态的最大应力值 .....     | (114) |
| 6.4 广义胡克定律 .....           | (115) |
| 6.5 变形能和变形能密度 .....        | (116) |
| 思考与练习 .....                | (119) |
| 第7章 强度理论 .....             | (124) |
| 7.1 强度理论的概念 .....          | (124) |
| 7.2 四种常用的强度理论 .....        | (125) |
| 7.3 莫尔强度理论 .....           | (127) |
| 7.4 强度理论的应用 .....          | (129) |
| 思考与练习 .....                | (134) |
| 第8章 组合变形杆件的应力与强度分析 .....   | (137) |
| 8.1 工程中的组合变形杆件 .....       | (137) |
| 8.2 斜弯曲 .....              | (138) |
| 8.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合 .....     | (142) |
| 8.4 弯曲与扭转的组合 .....         | (145) |
| 8.5 连接件的近似分析 .....         | (149) |
| 思考与练习 .....                | (152) |
| 第9章 压杆的稳定分析 .....          | (161) |
| 9.1 压杆稳定的基本概念 .....        | (161) |
| 9.2 细长中心压杆的临界力——欧拉公式 ..... | (162) |
| 9.3 压杆的柔度与压杆的非弹性失稳 .....   | (166) |
| 9.4 压杆的稳定计算 .....          | (168) |
| 9.5 提高压杆稳定性的措施 .....       | (174) |
| 思考与练习 .....                | (175) |

---

|      |                |       |       |
|------|----------------|-------|-------|
| 附录   | .....          | (183) |       |
| 附录 A | 平面图形的几何性质      | ..... | (183) |
| 附录 B | 常用截面的几何性质计算公式  | ..... | (188) |
| 附录 C | 简单荷载作用下梁的挠度和转角 | ..... | (191) |
| 附录 D | 型钢规格表          | ..... | (193) |
| 参考文献 | .....          | (206) |       |

# 第1章

## 概 述

本章概要论述土木工程材料力学的任务、具体的研究对象和基本变形形式，对组成研究对象材料进行了科学描述简化(所谓的“假定”),对材料力学研究涉及的基本概念的描述,所涉及材料力学的研究方法。

### 1.1 土木工程材料力学的研究任务

建筑结构的受力构件主要为梁、柱、板、墙和桁架杆等。这些构件在设计、建造使用过程中,必须具有足够的强度、刚度和稳定性。强度是指构件在外荷载作用下,抵抗破坏的能力。刚度是指构件在外荷载作用下,其变形或位移不超过工程规范允许范围的能力。稳定性是指受压构件在微小的干扰情况下,具有保持原有平衡形式的能力。

材料力学的研究对象限定为直杆构件,其在几何形式上表现为纵向尺寸远大于横截面尺寸。

材料力学的研究任务是研究直杆构件在各种外荷载作用下,材料的应力、应变、能量的计算方法,杆件强度、刚度、稳定性的分析、计算原理和方法。材料力学的研究仅限于材料的宏观力学行为及杆件的结构性能,不涉及材料的微观机理。

### 1.2 变形固体及其基本假定

组成结构构件的材料有各种类型。为了便于科学分析和数学描述,必须对组成结构构件的变形固体材料进行科学的简化处理,这称为基本假定。

#### 1.2.1 连续、均匀性假定

实际上变形固体材料的微观结构是复杂的,并非各处都是连续、均匀的,但是材料力学研究的结构构件尺寸相比于材料的微小孔隙,相差几个数量级。由此可以近似地认为变形固体材料是连续、均匀的。根据这一假定,在分析结构杆件时,就可以用连续的数学模型进行分析,同时精度也能满足工程应用的要求。

#### 1.2.2 各向同性假定

材料在所有方向上都具有相同的物理和力学性能称为各向同性;相反,在不同方向上具

有不同的物理和力学性能，称为各向异性。

组成结构构件的变形固体材料微观上不是各向同性的，如金属材料的单个晶粒表现为结晶各向异性，但当形成多晶聚集体的金属时，沿各个方向的力学性能就表现为各向同性了。混凝土材料由各种材料化合而成，在弹性结构分析、设计中，为便于简化分析，也近似地认为混凝土是各向同性材料。

### 1.2.3 小变形假定

材料力学所研究的杆件在承受荷载作用时，只考虑变形较小的情形，即其变形与杆件的原始尺寸相比通常非常小，可以略去不计。所以，在研究杆件的平衡、内部受力和变形等问题时，均可按杆件的原始尺寸和形状进行计算。当然，特殊情况下，如压杆稳定分析时，必须按变形后的形状计算。

## 1.3 杆件基本变形形式

工程结构杆件的受力变形是复杂的、多样的。通过分析和研究，杆件可归纳为四种基本的受力和变形形式：轴向拉压、剪切、扭转和弯曲。其他复杂的受力和变形，都是这四种基本受力和变形的叠加组合。

①轴向拉压。当杆件承受沿轴线方向的拉力或压力荷载作用时，杆件将产生轴向伸长或缩短的变形。如图 1-1(a), (b) 所示。

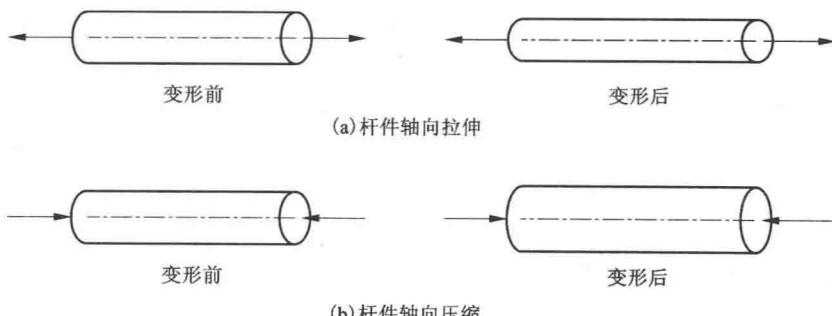


图 1-1 杆件的轴向拉压

②剪切。当杆件承受大小相等、方向相反、相互平行且间距很近的两个横向力作用时，杆件的两部分沿外力作用方向发生相对错动，杆件受力作用面将产生剪切变形。如图 1-2 所示。

③扭转。杆件承受大小相等、方向相反、作用面都垂直于杆件轴线的两个力偶作用时，杆件呈现为任意两个横截面发生绕轴线的相对转动，即为扭转变形。如图 1-3 所示。

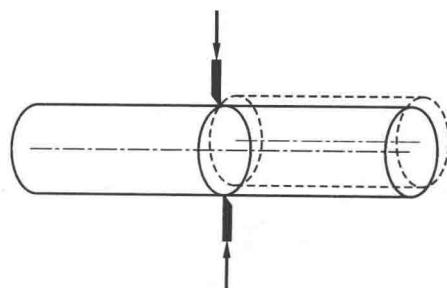


图 1-2 杆件剪切

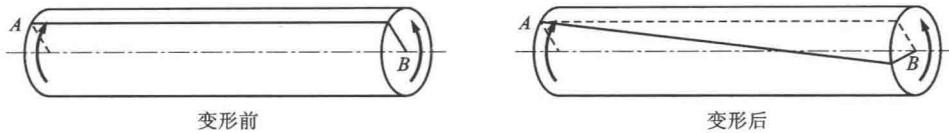


图 1-3 杆件扭转

④弯曲。杆件承受垂直于杆件轴线的横向力,或承受于包含杆件轴线的纵向平面内的一对大小相等、方向相反的力偶作用时,杆件呈现为轴线由直线变弯为曲线,即为弯曲变形。如图 1-4 所示。

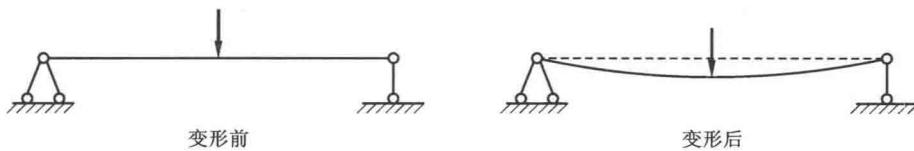


图 1-4 杆件弯曲

实际工程杆件无论受力、变形多么复杂,在一定的条件下都可以简化为基本受力、变形形式的组合。本书中,先讨论具体变形,再讨论组合变形。

## 1.4 内力、应力、位移和应变

弹性体受外力作用后,会产生变形,其内部各部分组成材料因相对位置改变而产生相互作用力,这种力就是内力。这种内力是变形引起的附加内力,会随外力的增加而加大,当达到某一限度时,就会导致材料破坏,从而使构件、结构失效,因此它与强度密切相关。

为了将内力显示出来,运用一个想象的面(最简单的面是一个平面),用此截面将一个弹性体分成两部分,画出受力图,如图 1-5 所示。

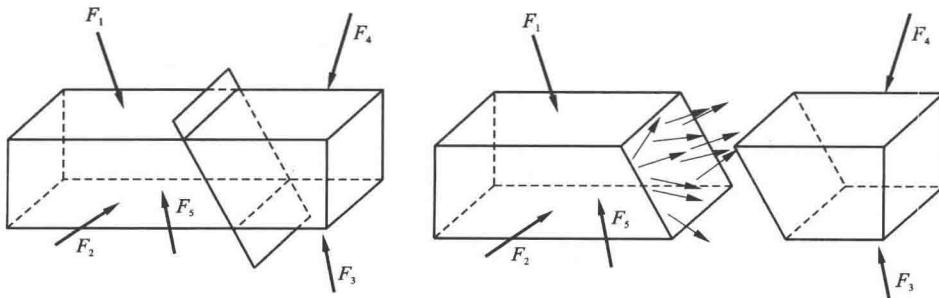


图 1-5 截面法求内力

由连续性假定,截面上各处都有内力作用,是一个分布力系。但大小和分布规律目前未知,为方便描述,把这个分布内力系向截面上某一点简化后得到的主力矢和主矩矢,称为截

面上的内力，如图 1-6 所示。这个内力不是任意的，它们必须和该部分上的外力相平衡。

应用一个假想的平面将弹性体截开，分成两部分；任意地取出一部分（受外力简单的一部分）作为研究对象，画出其受力图；根据平衡条件确定截面上内力的方法，称为截面法。

截面上的内力可以表明和外力的平衡关系，但是它不能表征材料受力的强弱程度。因为材料的破坏往往是从某处（可以看作是从一个点）开始破坏的，然后向其他地方传递、扩展破坏，从而使构件、结构失效的。为此，需要引入新的概念——应力，表示分布内力在一点的集中程度（集度）。

从数学描述上来看，如图 1-7(a)所示，在截面上围绕一点 D 取微小面积  $\Delta A$ ， $\Delta A$  足够小， $\Delta A$  上分布内力的合力可简化为只有  $\Delta F_R$ 。很显然，在截面上不同的点  $\Delta F_R$  不同，同一个点 D 不同的  $\Delta A$ ， $\Delta F_R$  也不同。

$\Delta F_R$  与  $\Delta A$  的比值极限为：

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_R}{\Delta A} \quad (1-1)$$

定义 P 为 D 点的应力，它是分布力系在 D 点的集度，反映内力系在 D 点的强弱程度。P 是一个矢量，既有大小又有方向。为了便于描述和应用，将 P 分解为作用线垂直于截面的分量，用希腊字母  $\sigma$  表示，称为正应力；作用线位于截面内的应力分量，用希腊字母  $\tau$  表示，称为切应力，如图 1-7(b)所示。应力单位为 Pa(帕)，称为帕斯卡， $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ ；或 MPa(兆帕)， $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}$ 。

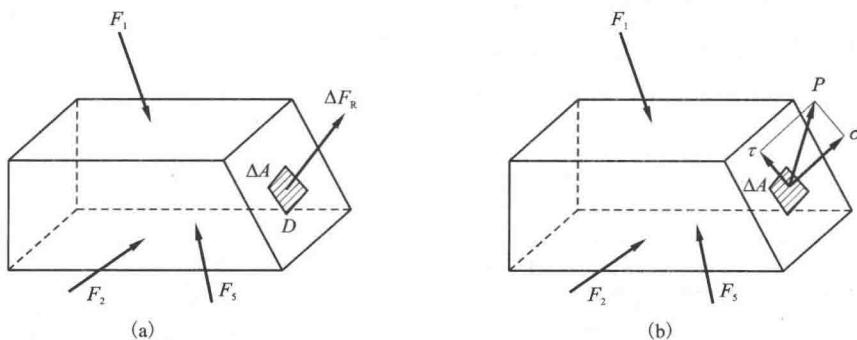


图 1-7 应力的定义和描述

如果将  $\Delta A$  上的内力也分解为作用线垂直于截面和作用线在截面内的两个力  $\Delta F_{RN}$  和  $\Delta F_{RQ}$ ，则  $\sigma$  和  $\tau$  数学上也可以定义为：

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_{RN}}{\Delta A} \quad (1-2)$$

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_{RQ}}{\Delta A} \quad (1-3)$$

需要注意的是，上述应力定义的极限表达式，只是表明了概念上严明的数学逻辑和思维，和实际的应力计算没有太大的关系，因为不知道  $\Delta F_R$  和  $\Delta A$  的函数关系。另外要注意的是，从宏观上来看截面上的内力合力为一个力矢和力矩，从微观来看每一点都有应力，截面上每一点应力的累积效应，应该和该截面上的力矢和力矩相等，可以表达成积分形式的数学公式。

弹性体在外力作用下发生变形和位移，如果弹性体受到约束不能发生刚体位移，则弹性体的位移就是变形的累积效应。弹性体的变形成使弹性体各个相邻部分，既不能断裂开来，也不能发生侵入与重叠的现象。所以，弹性体受力后，变形必须是连续的、协调的，也就是说弹性体的变形必须满足变形协调要求。

材料力学研究弹性体的变形和位移，除了为研究杆件的刚度外，更因为弹性体由外力引起的变形与内力之间存在确定的关系，也即应力和变形的集度存在固有的关系，这种关系也称为本构关系（材料固有的物理关系）。材料力学可通过本构关系来研究变形下的应力。因为变形可见，而内力、应力看不见、摸不着，将抽象的量用具象的量来研究表达，是一种重要的研究方法。

要研究弹性体的变形，可将弹性体看做许多微小的具有体积的单元组成，弹性体整体的变形是所有微单元变形积累的结果。

三维坐标空间下，最简单、便于数学描述的微小单元是正六面体单元，所以用正六面微分体来描述和定义变形和集度。如图 1-8(a) 所示，从一个受力弹性体中的任意一点截取一个正六面微分体，每边边长为  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ ，变形后的微分体如图 1-8(b) 所示。

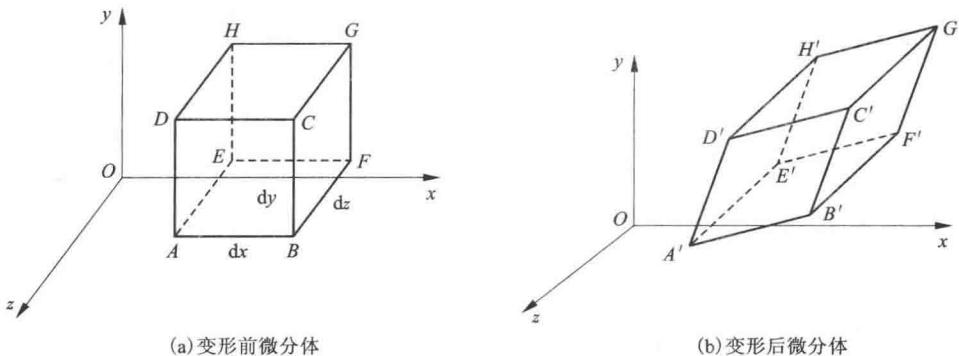


图 1-8

分析变形前微分体  $ABCD$  面，变形后微分体上  $A'B'C'D'$  面在坐标平面  $Oxy$  上的投影如图 1-9 所示，发现变形后六面体的边长和棱边的夹角都发生了变化。

变形前平行于  $x$  轴的线段  $AB$  原长为  $\Delta x$ ，变形后  $A$  和  $B$  点分别移到  $A'$  和  $B'$  点。 $A'B'$  的长度为  $\Delta x + \Delta s$ ,  $\Delta s = l_{A'B'} - l_{AB}$ ，代表  $AB$  线段的长度变化。取的微元体大小不同， $\Delta s$  的值也不同，定义：

$$\varepsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta x} \quad (1-4)$$

为所考虑点在  $x$  方向的线应变，表征该点沿  $x$  方向变形集中程度，称为正应变或线应变。同理，可讨论定义  $y, z$  方向的正应变  $\varepsilon_y, \varepsilon_z$ 。

弹性体的变形，不仅表现为线段长度的改变，而且表现在正交线段的夹角也发生了变化，如图 1-9 所示，变形前  $AD$  和  $AB$  两线段正交，变形后  $A'D'$  和  $A'B'$  的夹角变成了  $\angle D'A'B'$ ，变形后角度的变化量为  $\frac{\pi}{2} - \angle D'A'B'$ ，此量也随着在考虑点处所取的微元体的大小不同而不同。定义：

$$\gamma_{xy} = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left( \frac{\pi}{2} - \angle D'A'B' \right) \quad (1-5)$$

为所考虑点在  $xy$  平面内的切应变或角应变，同理，可讨论定义  $xz, yz$  平面内的切应变  $\gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ 。正应变和切应变是度量一点处变形集中程度的两类基本量，它们的量纲为 1。

通过研究、分析发现正应变只和正应力相关，切应变只和切应力相关。应力和应变都是有方向的量。一般规定正应力背离所在的截面方向为正（受拉为正），正应变是伸长为正。切应力和切应变的正方向规定，在后面具体章节另作介绍。

## 1.5 材料力学的研究方法

### 1.5.1 由简单到复杂的方法

先从四种基本变形，再到复杂的组合变形；先从简单的应力状态，再到复杂的应力状态。

### 1.5.2 叠加原理的方法

由于是线弹性、小变形的假定，所以可以用叠加的方法将每种荷载形态的内力、应力、位移、变形分别进行计算、分析，然后进行叠加，得到最后的内力、应力、位移和变形。

### 1.5.3 通过实验现象，由表及里、由具象到抽象的方法

对基本变形作实验，由表面的变形规律，合理推定整个截面的变形规律。再结合本构关系，得到截面上不可见的、抽象的应力分布规律，再由平衡条件求出应力的大小。

#### 重点与难点

**本章重点：**

1. 从概念上整体认知土木工程材料力学的研究任务，从而区别于其他领域工程材料上的研究状况。

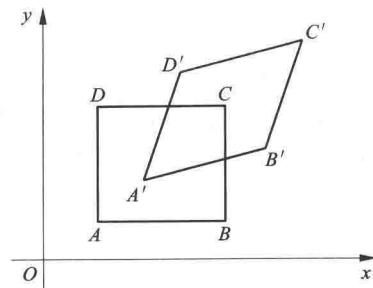


图 1-9 微分面变形前、  
后在坐标面上的投影

2. 通过学习变形固体的两个基本假定，熟练掌握杆件的几种基本变形形式，进而能够分析弹性体在受外力作用后的相关内力变形状态。

3. 掌握内力、应力、应变的概念。

4. 能够用相关的研究方法去分析材料力学问题。

本章难点：

1. 理解变形材料假定的必要性和意义。

2. 深刻理解应力、应变的概念和数学描述。