



互模拟理论的 逻辑研究

The Studies of the Logic of
Bisimulation

姚从军/著



科学出版社

13815.1
本书为国家社科基金项目“互模拟理论的逻辑研究” (12BZX060)

The Studies of the Logic of
Bisimulation

互模拟理论的 逻辑研究

姚从军/著

科学出版社

北京

图书在版编目(CIP)数据

互模拟理论的逻辑研究/姚从军著. —北京: 科学出版社, 2016

ISBN 978-7-03-048620-2

I. ①互… II. ①姚… III. ①模态逻辑—研究 IV. ①B815.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 126709 号

责任编辑: 朱萍萍 刘 溪 李香叶 / 责任校对: 郑金红

责任印制: 张 伟 / 封面设计: 无极书装

编辑部电话: 010-64035853

E-mail: houjunlin@mail.sciencep.com

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京京华虎彩印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 7 月第 一 版 开本: 720×1000 B5

2016 年 7 月第一次印刷 印张: 12 3/8

字数: 249 000

定价: **65.00 元**

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

序

姚从军是我 2011 年招收，2014 年出站的博士后，自此我们结下了师生之缘，我们是亦师亦友的关系。他在中国社会科学院哲学研究所博士后流动站的任务是协助导师完成国家社科基金的重大课题。在做课题的那些日子里，从军尊重师长、勤奋好学，以旺盛的精力攻读了大量专业文献；在研究团队中，他宽容大度，乐于助人，积极参与了团队的各种学术活动，这些都给我留下了深刻的印象。

从军自 2002 年攻读逻辑学硕士研究生以来，孜孜不倦地专攻现代逻辑，尤其是模态逻辑和语言逻辑。今天呈现在读者面前的《互模拟理论的逻辑研究》一书，是从军承担的国家社会科学基金项目“互模拟理论的逻辑研究”（12BZX060）的结项成果，是他数年辛勤劳作的结晶，是他科研生涯阶段性的标志。祝贺从军的收获！

在 20 世纪 80 年代左右，人们在计算机科学、模态逻辑和集合论中大体上同时发现了互模拟的概念。今天，互模拟理论在模态逻辑、集合论和计算机科学领域已经发挥了日益重要的作用。在模态逻辑方面，自从本特姆（Benthem）定理问世之后，互模拟被广泛地运用于模态逻辑的研究中，目前已成为模态逻辑模型论的一个核心概念；在集合论中，互模拟的研究不断向深度和广度扩展，互模拟理论也是非良基集合论的核心；在计算机科学中，互模拟理论广泛地应用在并发系统的研究中。当今，互模拟概念不断被用到新的形式化理论中，这对于逻辑学，特别是哲学逻辑的进一步发展将会起到更大的促进作用。

互模拟理论目前属于国际前沿研究课题，在国内外学术界没有见到

系统介绍互模拟理论的专著。《互模拟理论的逻辑研究》一书的问世，为逻辑学、数学和计算机科学等领域的学者、师生熟悉和了解互模拟理论打开了方便之门，因此具有毋庸置疑的出版价值。

互模拟的研究远未结束，还有许多问题尚待解决，比如，双模拟的研究有待完善；非良基集合的分类有待深入；不同非良基模型解决不同种类悖论的优劣有待探讨……希望该书再版时可以见到更深入的研究成果。

邹崇理

中国社会科学院哲学研究所研究员

2016年4月16日

目 录

序.....	i
--------	---

绪论.....	1
---------	---

第一节 研究背景	1
----------------	---

第二节 研究意义	2
----------------	---

第三节 研究思路	4
----------------	---

第四节 主要工作	5
----------------	---

第一章 互模拟理论研究概况.....	6
--------------------	---

第一节 模态逻辑中互模拟理论的研究概况.....	6
--------------------------	---

一、互模拟产生的动因.....	6
-----------------	---

二、互模拟的诞生.....	8
---------------	---

三、互模拟的运用研究.....	10
-----------------	----

四、互模拟的纯理论研究	12
-------------------	----

第二节 集合论中互模拟理论的研究概况	13
--------------------------	----

一、互模拟的萌芽（1926—1982）	13
---------------------------	----

二、互模拟的产生及初步研究（1983—1987）	15
--------------------------------	----

三、互模拟的深入研究（1988—2001）	15
-----------------------------	----

四、互模拟的拓展研究（2002—）	17
-------------------------	----

第一部分 互模拟与模态逻辑

第二章 模态逻辑中互模拟的基本理论	21
-------------------------	----

第一节 互模拟的定义	21
------------------	----

一、加标转换系统及相关概念	21
---------------------	----

二、互模拟的定义	22
----------------	----

第二节 互模拟的基本性质	24
--------------------	----

第三节 互模拟证明方法.....	27
------------------	----

第四节 互模拟与模态逻辑	30
--------------------	----

一、基础知识	30
二、互模拟及其不变性	31
三、互模拟等价性	33
四、互模拟与模态等价性之关系	34
第三章 互模拟与模型构造	38
第一节 经典的模态逻辑模型构造方法	39
一、不相交的并	39
二、生成子模型	40
三、有界态射	42
第二节 两种非经典的模态模型构造方法：凸起和压延	45
一、凸起	45
二、压延	47
第三节 模语言等价与模互模拟的商模型	51
一、 Σ -过滤商模型	51
二、模语言等价的商模型	53
三、模互模拟的商模型	54
四、模语言等价的商模型与模互模拟的商模型之间的关系	55
第四章 双模拟	58
第一节 双模拟的定义和性质	58
一、双模拟的定义	58
二、模拟和双模拟的一些基本性质	60
第二节 双模拟与模拟、互模拟之间的关系	63
第三节 双模拟与模态逻辑	66
一、模型上的双模拟定义	66
二、有关双模拟的一些事实	67
第五章 互模拟和有界互模拟	69
第一节 基本概念	69
第二节 集合	70

第三节 知识结构	71
第四节 语言	72
第五节 艾伦芬赫特游戏	73
第六节 一些结论	74

第二部分 互模拟与非良基集合

第六章 互模拟与非良基公理	81
第一节 非良基集合的一些基本理论	82
一、关系、集合与外延性	83
二、可达点图及其装饰	83
三、系统与互模拟	85
第二节 精确图与非良基公理	93
一、精确图像	93
二、外延性与 BA_1 ($BAFA$ 的弱形式)	94
三、外延的且严格的与 $YAFA$	95
四、芬斯勒-外延的与 $FAFA$	96
五、斯科特-外延的与 $SAFA$	96
六、强外延的与 AFA	98
七、 $FAFA$ 或 AFA	98
第三节 正则互模拟 $\sim$ 与 $AFA^\sim$	100
一、正则互模拟 $\sim$	100
二、公理模式 $AFA^\sim$	102
三、 $ZFC^- + AFA^\sim$ 的模型	103
第四节 正则互模拟 $\cong^*$ 与 $AFA^{\cong^*}$	104
一、正则互模拟 $\cong^*$	104
二、非良基公理 $AFA^{\cong^*}$	107
三、 $AFA^{\cong^*}$ 与 $FAFA$ 的等价性	107
四、 $ZFC^- + AFA^{\cong^*}$ 的模型	108
第五节 正则互模拟 $\cong^t$ 与 $AFA^{\cong^t}$	109
一、正则互模拟 $\cong^t$	109

二、非良基公理 $\text{AFA}^{\cong^t}$	111
三、 $\text{AFA}^{\cong^t}$ 与 SAFA 的等价性	112
四、 $\text{ZFC}^- + \text{AFA}^{\cong^t}$ 的模型	115
第六节 正则互模拟 $\equiv_{v_0}$ 与 $\text{AFA}^{\equiv_{v_0}}$	115
一、正则互模拟 $\equiv_{v_0}$	115
二、非良基公理 $\text{AFA}^{\equiv_{v_0}}$	118
三、 $\text{AFA}^{\equiv_{v_0}}$ 与 AFA 的等价性	118
四、 $\text{ZFC}^- + \text{AFA}^{\equiv_{v_0}}$ 的模型	121
第七章 非良基集合论的域和分类	122
第一节 非良基集合的域	122
一、 AFA^- 之间的关系	122
二、非良基集合的域	124
第二节 非良基集合的分类	127
一、芬斯勒集合的分类	127
二、斯科特集合的分类	129
三、埃泽尔集合的分类	130
第三节 关于非良基集合论的一点余论	131
第八章 非基础公理 AFA 与方程组的解	133
第一节 解引理	133
一、从良基论域到非良基论域	133
二、模型化方程组和方程组的解	134
三、反基础公理 AFA 的解引理表达	135
四、广义平坦方程组和典范平坦方程组	137
第二节 方程组之间的互模拟关系	138
第三节 广义方程组和广义解引理	141
第四节 ZFA 的一致性	145
一、模型 M 和 M_{afa}	146
二、平坦互模拟方程组	148
三、 ZFA	150

第九章 集合的典范装饰与方程组的典范解	155
第一节 AFA 解引理	155
一、AFA $\sim$ 集合论	155
二、方程和方程组	156
三、AFA 解引理 (在 AFA 下的解引理)	157
第二节 互模拟坍塌	157
一、迭代互模拟坍塌	157
二、完全坍塌	162
第三节 AFA $\sim$ 解引理	162
一、典范装饰	162
二、典范解	163
三、AFA $\sim$ 解引理	164
 第三部分 模态逻辑、非良基集合与互模拟	
第十章 基于互模拟的模态逻辑与非良基集合论之关系	169
第一节 互模拟与模态逻辑语义	169
一、模态逻辑的克里普克语义	169
二、模态逻辑的集合论语义	170
三、两种语义之间的关系	171
第二节 集合上的互模拟与模态等价	173
一、集合上的互模拟和模态等价的含义	173
二、集合上的互模拟与模态等价的关系	173
参考文献	177
一、著作	177
二、论文类	178
后记	187

绪 论

第一节 研究背景

“从直观上讲,互模拟就是两个系统能够相互模仿对方,从而从观察者的角度讲,它们在某种程度上是行为等价的(两个系统从某一时刻开始行为等价是指,如果观察者对它们做任意长时间同样的观察都可得到同样的结果)”。^①

经典的互模拟概念定义在加标转换系统(LTS)上。令 Σ 是 LTS 的所有状态集, Σ 上的互模拟是一个满足下列条件的关系 $Z \subseteq \Sigma \times \Sigma$:

- (1) $\langle w, v \rangle \in Z$, 并且 $w \xrightarrow{a} w'$ 蕴涵存在一个 v' 使得 $v \xrightarrow{a} v'$, 并且 $\langle w', v' \rangle \in Z$.
- (2) $\langle w, v \rangle \in Z$, 并且 $v \xrightarrow{a} v'$ 蕴涵存在一个 w' 使得 $w \xrightarrow{a} w'$, 并且 $\langle w', v' \rangle \in Z$.

最大互模拟被定义为所有互模拟关系的并。当 LTS 的状态是进程时,最大互模拟被看作是这些进程的行为等价性定义。

在 20 世纪 80 年代左右,人们在计算机科学、模态逻辑和集合论中大体上是同时发现了互模拟。无论是在计算机科学中,还是在模态逻辑和集合论中,互模拟都是通过对代数结构之间的态射概念进行提炼而产生的。最基本的态射形式是同态,它给予了我们把一个结构(源结构)嵌入另一个结构(目标结构)的方式,使得源结构中的所有关系保持在目标结构中。然而,它的逆不一定成立;鉴于此,需要更强的态射概念。而常用的一个概念是同构,然而同构的概念又太强,因为同构的结构在本质上和形式上都是相同的。于是,人们希望有一个介于同态和同构之间的概念,在这一探索过程中,互模拟被引入。

互模拟理论在模态逻辑、集合论和计算机科学中已经发挥了日益重要的作用。当今,互模拟已成为模态逻辑模型论的一个核心概念:可以使用互模拟证明插值定理等重要定理;使用互模拟证明一些模态逻辑的表达力;用它去解释什么样的模型性质是模态可定义的;用它来定义在模型上保持模态公式有效性的运算;使用互模拟构造商模型,等等。

互模拟理论也是非良基集合论的核心。当人们把集合的论域由良基集合扩展到非良基集合时,经典的外延公理在判断非良基集合之间的相等性方面显得无能为力,运用基于互模拟概念的各种加强的外延公理可以很好的解决这一问题。互模拟也可以定义在图上或方程组上,通过图之间或方程组之间的互模拟关系,可

^① 周晓聪. 2009. 代数与共代数方法及其运用讲义. <http://www.cs.sysu.edu.cn/~zxc/report/coalgebra.pdf> [2009-10-10].

以间接的判断集合之间的等价性。最早为标准集合论设计的各种可满足性的判定算法在非良基集合论中有它们的对应算法。在这里,属于关系以所有可能的方式违反了良基性,然而基于互模拟的限制原则避免了论域中个体的过分增加。另外,互模拟还被用来判断由某个集合生成的流之间的相等性,用来证明后继函数的单射性质以及被用来刻画序数等。

今天,互模拟理论因为各种目的被广泛地运用于并发系统的研究中,例如,最大互模拟一般被看作是施加于系统上的最精致的行为等价性;互模拟证明方法被用来证明进程之间的等价性;利用最大互模拟检测算法的效力和最大互模拟合成性特征使进程的状态空间最小化;最大互模拟和它的变体被用来对某些系统进行抽象化。互模拟和由它生成的共归纳技术被运用于许多领域,如函数语言、对象定位语言、类型论、数据类型、域论、数据库、编辑最优化、程序分析、证明工具等。^①

第二节 研究意义

互模拟在模态逻辑、计算机科学和集合论中已经发挥了日益重要的作用。

自从范本特姆(Johan van Benthem)定理问世之后,互模拟被广泛地运用于模态逻辑的研究中,目前已成为模态逻辑模型论的一个核心概念;在集合论中,互模拟的研究不断向深度和广度扩展。当今,互模拟不断地被用到新的形式化理论中,这对于逻辑学,特别是哲学逻辑的进一步发展将会起到更大的促进作用。但是互模拟在各领域的研究很不平衡,比如在计算机科学中互模拟的研究比较深入和广泛,并且现在还是该领域的研究热点,而互模拟在模态逻辑和集合论中的研究显得单一。对模态逻辑来说,人们主要是运用互模拟判断各种模态逻辑的表达力等;对于集合论来说,人们主要是使用三个正则互模拟形成不同的外延性概念,从而导出非良基集合之间相等的不同标准,这些研究显得很不够,因此有必要在模态逻辑和非良基集合论中加强互模拟理论的研究。本书除了阐述互模拟在模态逻辑和非良基集合论中的基本理论外,主要做这样一些工作:系统梳理互模拟理论,并加以详实地证明;在模态逻辑中定义并研究了互模拟的一个新变体“双模拟”;探讨构造互模拟等价的模型的方法,使用这样的方法构造新模型,并运用所构造的新模型证明了模态逻辑的一些性质;研究两类商模型,并比较它们之间的关系;研究非良基集合的分类;研究与正则互模拟簇相对应的方程组的解引理;基于互模拟和有界互模拟,阐明模态逻辑的克里普克(Kripke)模型和非良基集合论模型之间的关系;从方程组的解这一角度梳理反基础公理 AFA 的基本理论。下面分别探讨这些研究的意义。

^① 李娜,姚从军. 2010. 互模拟的一些基本性质. 云南师范大学学报, 42(5): 68-73.

第一, 据我们所知, 在国内学术界, 除了课题组成员外, 还没有人研究互模拟, 所以有必要系统地引进它, 加以消化并力促创新。目前国际上也没有一本系统介绍互模拟的专著, 因此有必要系统梳理互模拟理论, 并加以翔实地证明。鉴于此, 本书在第二章系统地介绍了模态逻辑中互模拟的一些概念, 并对其中的一些定理进行了独立证明; 第六章系统地介绍了互模拟在非良基集合论中的基本理论; 第八章从方程组的视角诠释了互模拟及非良基公理。所有这些条分缕析工作和补证工作不仅可以还原互模拟一个完整的理论概貌, 而且有利于人们学习和了解互模拟, 进一步运用互模拟。

第二, 模型在解释模态理论中有着举足轻重的作用, 模态逻辑许多性质的证明依赖于合适的模型, 本书在第三章对休斯(Hughes, G E)和克雷斯韦尔(Cresswell, M J)的压延技术进行改造, 创造出它的两种变体, 证明运用这样的变体构造的模型与原模型是互模拟等价的, 并借此证明了模态系统的一些特征。构造一个模型的商模型也是一种重要的模型构造技术。在计算机科学中人们常用互模拟来缩小状态空间, 在直觉主义逻辑中帕特森(Anna Patterson)运用一个模型内部的互模拟及语言等价性构造该模型的两种商模型, 并且比较了两种商模型之间的关系。但是在模态逻辑里, 还没有学者以互模拟为模构造商模型。构造模互模拟的商模型, 讨论这样的商模型的作用及其与其他商模型的关系, 揭示这样的商模型的优越性等, 这样的研究在理论上弥补了这方面的研究空缺, 并将进一步促进模态逻辑的发展。本书第三章在模态逻辑中构造模互模拟的商模型和模语言等价的商模型, 比较这两种商模型之间的关系。

第三, 今天, 互模拟仍然是计算机科学研究热门课题, 计算机科学的学者们研究了互模拟的许多变体, 如弱互模拟、开互模拟等, 并且运用它们刻画计算机行为。模态逻辑中很少有人研究互模拟的变体。在模态逻辑中定义各种互模拟变体, 讨论这些变体在模态逻辑中的作用等, 这样的研究将会为模态逻辑的发展注入新的活力: 运用这些变体会发现模态逻辑的一些新性质, 找到证明模态定理的新方法, 或者导致新的逻辑理论产生。本书在第四章提出了互模拟的一种新变体“双模拟”, 定义双模拟及与之有关的其他概念, 讨论双模拟的性质, 比较双模拟与模拟、互模拟的关系, 并基于模态逻辑得出有关双模拟的一些事实。本书第五章介绍了模态逻辑的非良基模型定义和知识结构模型定义, 并基于克里普克模型上的互模拟与有界互模拟概念证明这两类模型与克里普克模型之间的关系。

第四, 数学研究的论域扩展到非良基集合时, 经典的外延公理在判断集合的相等性上无能为力, 因此需要更强的外延性公理, 正则互模拟是目前人们用来强化外延性的一个通用工具。良基集合类只有一个唯一的正则互模拟 $\sim_G$, 而非良基集合类有许多不同的正则互模拟关系, 人们在定义不同的正则互模拟时发现了不同的非良基公理。埃泽尔(Aczel, P)定义了正则互模拟 $\sim$ 和与之相应的非良基

公理簇 AFA^* , 讨论了关于 AFA^* 的一些定理, 给出了 AFA^* 的模型; 进一步给出了三个具体的正则互模拟 $\cong^*$, $\cong'$ 和 $\equiv_{v_0}$ 及与它们相对应的反基础公理 $\text{AFA}^{\cong^*}$, $\text{AFA}^{\cong'}$ 和 $\text{AFA}^{\equiv_{v_0}}$ 。由这些反基础公理形成了不同的非良基集合论, 布斯 (Booth) 对 1~3 层的芬斯勒 (Finsler, P) 集合进行了分类, 塔克斯 (Nitta Takashi) 对布斯的 3 层芬斯勒集合分类进行了修改, 并对 1~3 层的斯科特 (Scott, D) 集合进行了分类, 但是还没有人对埃泽尔集合进行分类, 本书填补了这一空缺。其次, 巴威斯 (Barwise, J) 运用方程组来刻画集合, 提出了与 AFA 相对应的平坦方程组的解引理。但是目前还没有人研究与 SAFA , FAFA 等非良基公理相对应的解引理, 本书给出与非良基公理簇相对应的解引理“每个方程组有唯一的典范解”。所有这些研究必将进一步促进非良基集合理论本身的发展, 扩大非良基集合论的应用范围, 增加非良基集合论的应用价值。

第五, 既然互模拟在模态逻辑与非良基集合论中几乎同时产生, 那么模态逻辑与非良基集合论之间的关系也是一个可以研究的领域。本书基于互模拟探讨了它们之间的关系, 证明了“模态逻辑的非良基模型描述了互模拟等价的克里普克模型类”, 并讨论了集合上的互模拟与模态等价的关系。

第三节 研究思路

第一章沿着图同构—自动机的路径等价—进程的行为等价性这个轨迹追溯互模拟产生的内在逻辑, 综述互模拟的研究历史和现状, 接下来章节分三部分对互模拟理论进行介绍和研究。

第一部分 (第二章到第五章) 介绍并证明模态逻辑中有关互模拟的一些基本理论, 定义一些新概念、给出并证明一些新结论。第二章定义经典互模拟, 概述互模拟的基本理论, 并在模态模型上定义互模拟, 把互模拟运用于模态逻辑的研究中, 得出一些基本定理。本章对一些基本理论进行了系统的梳理, 并对其中提到的定理、推论或命题给予完整的证明, 这里主要是进行梳理和补证工作。第三章定义几种商模型, 并对各种商模型进行比较, 得出一些新结论。第四章引入互模拟的一个变体“双模拟”, 在这里提出一些新定义, 证明一些新结论。第五章引入了模态逻辑的非良基模型定义和知识结构模型定义, 并基于互模拟和有界互模拟概念证明了这两类模型与克里普克模型之间的关系。

第二部分 (第六章到第九章) 介绍并研究集合论中互模拟的一些理论。非良基公理和非良基集合有两种表达方式: 可达点图和方程组。第六、七章从可达点图的视角探讨了互模拟和非良基集合理论, 介绍了集合论中互模拟的基本理论, 给出三个具体的正则互模拟 $\cong^*$, $\cong'$ 和 $\equiv_{v_0}$ 以及与它们相对应的非良基公理 FAFA , SAFA 和 AFA , 讨论了正则互模拟 $\cong^*$, $\cong'$ 和 $\equiv_{v_0}$ 之间的关系, 探究了与它们相对应的非良基集合论的域及这些域之间关系, 并对这些非良基集合论的域进行分类。

第八、九章从方程组的视角探讨了互模拟和非良基集合理论, 讨论方程、方程组和解引理(称之为 AFA 解引理), 接着引入一系列互模拟坍塌概念, 主要是迭代互模拟坍塌和完全互模拟坍塌, 最后在可达点图的典范装饰概念的基础上得出方程的典范解, 并证明: 在基于正则互模拟的非良基集合论中, 每个方程组有唯一的典范解。

第三部分(第十章)借助互模拟讨论模态逻辑与非良基集合之间的关系。第一节介绍了模态逻辑的两种语义: 克里普克模型和非良基集合模型, 给出了这两种语义相互推演的过程, 并进一步比较二者的外延关系; 第二节从模型的视角讨论了集合上的互模拟与模态等价的关系。

第四节 主要工作

本书的主要工作在于:

第一, 梳理了互模拟在模态逻辑和非良基集合论中的产生背景、发展历程和研究现状, 系统地阐述了互模拟在这两个领域中的基本理论和运用, 并对一些定理和命题进行了补证。

第二, 从一个传递模型分别构造出它的禁对称传递模型和反对称传递模型, 并运用这些新模型证明: $K4$ 被禁对称的传递模型类所刻画; $S5$ 被自返的、反对称的传递模型类所刻画。构造了模互模拟的商模型和模语言等价的商模型, 提出并证明: 在无穷模态逻辑 $ML_{\infty}(\tau, \Phi)$ 中, 恒等映射 $I: \mathcal{W}^* \rightarrow \mathcal{W}''$ 是从模互模拟的商模型 $\langle \mathcal{W}^*, R^*, V^* \rangle$ 到模语言等价的商模型 $\langle \mathcal{W}'', R'', V'' \rangle$ 的一个同态; 在亨尼西-米尔纳 (Hennessy-Milner) 模型类中, 恒等映射 $I: \mathcal{W}^* \rightarrow \mathcal{W}''$ 是从模互模拟的商模型 $\langle \mathcal{W}^*, R^*, V^* \rangle$ 到模语言等价的商模型 $\langle \mathcal{W}'', R'', V'' \rangle$ 的一个同态。

第三, 在模拟的基础上, 定义了“双模拟”的概念, 探索了“双模拟”的一些基本性质, 讨论了模拟、互模拟和双模拟之间的关系。

第四, 对 1~3 层的埃泽尔非良基集合进行了分类; 提出并证明: “在 $ZFC^+ + AFA^*$ 中每个可达点图有唯一的典范装饰”和“在 $ZFC^+ + AFA^*$ 中每个方程组有唯一的典范解”。

第五, 证明了“非良基集合模型描述了互模拟等价的克里普克模型类”和“模态逻辑在集合上的互模拟下具有不变性”, 讨论了集合上的互模拟与模态等价的关系。

第一章 互模拟理论研究概况

互模拟研究的开端可追溯到 20 世纪 60 年代后期计算机科学的研究, 米尔纳 (Milner) 的工作最为突出, 帕克 (Park) 在固定点理论的指导下, 于 1981 年正式提出互模拟与互模拟证明方法。在计算机科学之外, 互模拟在哲学逻辑和集合论等逻辑领域也得到持续而深入的研究。

本章只梳理和概括互模拟在模态逻辑和集合论这两个逻辑领域的研究状况, 其中第一节主要从横向角度概述了互模拟在模态逻辑领域的研究状况, 而第二节是从纵向角度概述了互模拟在集合论中的研究状况。

本章主要参考了桑吉罗吉 (Davide Sangiorgi) 的论文《互模拟与共归纳的起源》^①, 李娜、姚从军合著《互模拟理论的逻辑研究述评》^②, 同时参看了本章提到的所有文章和专著。

第一节 模态逻辑中互模拟理论的研究概况

一、互模拟产生的动因

加标转换系统 LTS 是用来描述一个系统可能产生的交互的最常采用的结构。在计算机的并发系统中, 计算就是交互。例如, 进入一个记忆单元, 访问一个数据库, 在一台洗衣机中选择一个程序。一个交互的参与者就是进程 (在洗衣机的例子中, 洗衣机和选择程序的人就是被涉及的进程)。一个进程的行为应该告诉我们进程和外部世界在什么时候交互以及怎样交互。因此, 我们首先需要适当的方法来描述一个进程的行为。

交互的另一个例子是能够卖茶和咖啡的自动售货机^③。机器有一个投钱的狭孔, 一个是索要咖啡的按钮, 另一个是索要茶水的按钮, 还有一个用于储藏饮料的空间。机器的行为就是与机器交互中我们能够看到的东西。这意味着用机器进行试验活动: 按按钮并看看发生了什么。我们能够看到的是哪个按钮何时被按下去了和我们何时能得到什么饮料。其他的每件事情, 比如机器的颜色和形状是不相关的。我们能够把与机器行为相关的东西描述成一个加标转换系统, 如图 1.1 所示。

① Sangiorgi D. 2007. On the Origins of Bisimulation and Coinduction. Technical Report 24, Department of Computer Science, University of Bologna.

② 李娜, 姚从军. 2010. 互模拟理论的逻辑研究述评. 哲学动态, (4): 104-107.

③ Sangiorgi D. 2009. Bisimulation and Coinduction, part 1: Behaviour, Fixed-points. Unpublished manuscript: 16.

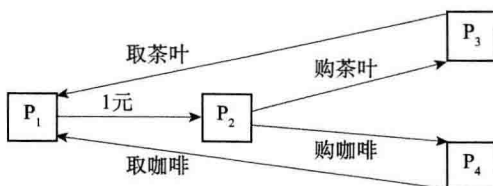


图 1.1 自动售货机的模型一

一个加标转换系统告诉我们一个系统可能处于什么状态，以及从每一个状态开始的可能的交互。一个交互用一个加标的直线表示，用加标转换系统的术语来说，称之为转换。在图 1.1 自动售货机里，存在四个状态。开始机器处于状态 P_1 。 P_1 与 P_2 之间的标有 1 元的转换表示在状态 P_1 ，机器接受了一个硬币，并因此进入了状态 P_2 ；在 P_2 中进一步有两种可能转换，一种转换表示要咖啡，另一种转换表示要茶叶，如此等等。

下面是一个与图 1.1 自动售货机有相同语言的另一台售货机的模型图 1.2^①。

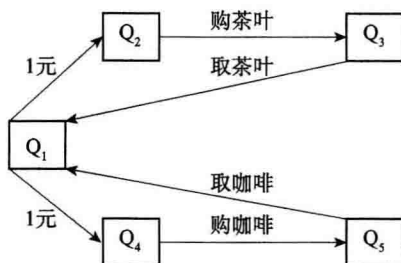


图 1.2 自动售货机的模型二

“虽然这个自动机与上一个自动机有相同的语言，也就是 P_1 和 Q_1 有相同的路径集，但是在一个办公室里，拥有第一台机器和拥有第二台机器的确不一样！当我们把硬币投入图 1.2 描述的机器时，结果状态可能是 Q_2 ，也可能是 Q_4 ，机器的非确定性决定了我们无法控制这一点。结果，如果我们想要一杯饮料，就必须接受机器提供给我们的任一饮料。与此不同的是，图 1.1 描述的机器总是让我们选择我们最喜欢的饮料。这就说明这两个自动机不是行为等价的，更具体地说，虽然 P_1 和 Q_1 是语言等价（路径等价）的，但是与它们进行交互可能导致迥异的结果。这说明，正如同态不能用来刻画状态的行为等价性一样，路径等价性也不能用来刻画进程的行为等价性；同时，数学中的同构、强同态，以及模态逻辑的有界态射，虽然可以用来判断一些进程之间的行为等价性，但是这些概念使用的是加标转换系统之间的函数关系，这就把许多实际上是行为等价的进程（结构）排除在行为等价类之外，因此需要寻找合适的概念描述进程之间的行为等价性，这

① Sangiorgi D. 2009. Bisimulation and Coinduction, part 1: Behaviour, Fixed-points. Unpublished manuscript: 16.