

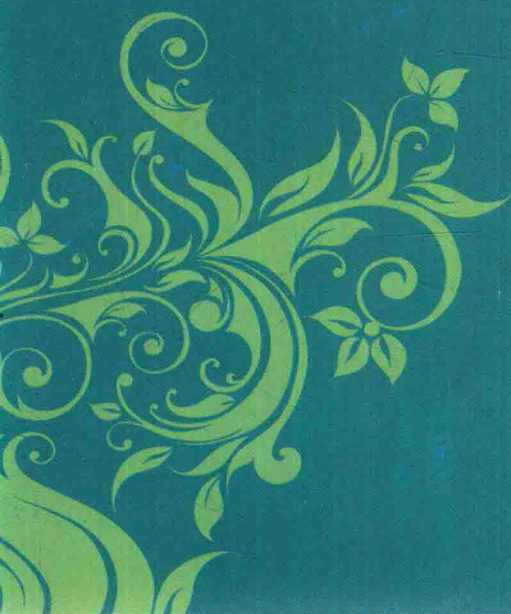
高等学校机械设计制造及其自动化专业“十三五”规划教材

材料力学

(第二版)

◎主 编 张功学

◎副主编 李建军



CAILIAO LIXUE



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

高等学校机械设计制造及其自动化专业“十三五”规划教材

材料力学

(第二版)

主 编 张功学

副主编 李建军

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本套教材包括《材料力学》主教材、相配套的多媒体课堂教学课件及规范化练习册。

本教材根据教育部《高等学校工科非力学专业力学基础课程教学基本要求》对材料力学课程的内容加以精选,考虑到机械类应用型本科院校生源的实际情况,在保证基础扎实的前提下广泛涉及诸多工程实践,强化对学生工程应用能力的培养。

全教材共 12 章内容。前 6 章为材料力学基础与基本变形,第 7、8 两章为应力状态分析与组合变形,第 9 章为压杆稳定,第 10 章为构件的疲劳强度,第 11 章为能量法,第 12 章为静不定问题分析。各章均附有思考题与习题,并在书末附有答案。本教材的推荐学时数为 56~80 学时。

本教材可供应用型本科机械、包装、土木、航空、航天、装备、制造、地质、采矿、冶金、材料专业学生学习之用。

★本书配有电子教案,需要者可登出版社网站,免费下载。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/张功学主编. —2 版. —西安:西安电子科技大学出版社,2016.8

高等学校机械设计制造及其自动化专业“十三五”规划教材

ISBN 978 - 7 - 5606 - 4201 - 7

I. ①材… II. ①张… III. ①材料力学—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 186213 号

策 划 马乐惠

责任编辑 张 玮 马乐惠

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西大江印务有限公司

版 次 2016 年 8 月第 2 版 2016 年 8 月第 5 次印刷

开 本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印 张 18.25

字 数 458 千字

印 数 11 001~14 000 册

定 价 32.00 元

ISBN 978 - 7 - 5606 - 4201 - 7/TB

XDUP 4493002 - 5

*** 如有印装问题可调换 ***

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

前 言

本书第一版出版后，我们听取了兄弟院校教师及广大读者的意见，依据教育部《高等学校工科非力学专业力学基础课程教学基本要求》，结合当前材料力学课程的教学实际，对第一版教材进行了修改。

此次修订对全书的内容和文句做了必要的增删和修改，订正了第一版中存在的印刷错误以及符号使用不够规范之处，删除了课堂教学中很少讲授的“非金属材料的力学性能简介”一章，重新编写了“应力状态分析与强度理论”和“组合变形”两章内容，更换补充了部分例题、习题。

本版的修订工作由张功学、李建军两位老师完成，张功学负责第1~7章及附录的修订，李建军负责第8~12章的修订。最后，由张功学对全书进行了统稿校阅。张功学任主编，李建军任副主编。

本书虽经修改，但由于编者水平所限，疏漏之处仍在所难免，衷心希望大家提出批评和指正。

联系方式 E-mail: zhanggx@sust.edu.cn

编 者

2016年5月

第一版前言

材料力学是为高等院校机械、包装、土木、航空、航天、装备、制造、地质、采矿、冶金、材料等专业本科生开设的一门技术基础课，是机械设计、结构计算等课程的重要理论基础。本教材考虑到当前应用型本科院校的生源特点和实际情况，根据国家教育部颁布的高等院校工科非力学专业材料力学课程教学基本要求，结合编者 20 多年的教学经验编写而成，可满足 56~80 学时的材料力学课程教学需求。

本教材内容以构件的基本变形为主线索，同时介绍了应力状态分析、组合变形、压杆稳定、构件的疲劳、能量法、静不定问题分析等材料力学课程的基本内容。为了开阔学生的眼界，同时还介绍了工程中应用越来越广泛的复合材料、高分子聚合物、工业陶瓷等非金属材料的力学性能。考虑到各院校学时大幅度减少的实际情况，编写本教材时简化了理论推导过程，同时可使学生在有限的教学时间内掌握构件的强度、刚度、稳定性计算方法，了解工程材料的力学行为，为后续专业课的学习打下良好基础。

本教材共包含 13 章内容。前 6 章为绪论与基本变形部分，第 7、8 章为复杂应力状态部分，第 9 章为压杆稳定，第 10 章为构件的疲劳强度，第 11 章为能量法，第 12 章为静不定问题，第 13 章为非金属材料的力学性能简介。

参加本教材编写工作的有张功学、侯东生教授和西安石油大学李军强教授。张功学、侯东生任主编。其中张功学编写第 1、4、5、6、13 章及附录；侯东生编写第 2、3、9、10、11、12 章；李军强编写第 7、8 章。

西安理工大学王忠民教授详细审阅了本教材，并提出了许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，教材中的不足之处在所难免，恳请各位读者批评指正。

主编张功学 E-mail: zhanggx@sust.edu.cn

编者
2007 年 8 月

目 录

第 1 章 绪论	1	2.5.3 轴向拉压时的应变能	32
1.1 材料力学的任务与研究对象	1	2.6 简单拉压静不定问题	33
1.1.1 材料力学的任务	1	2.6.1 静不定问题分析	33
1.1.2 材料力学的研究对象	2	2.6.2 热应力与预应力	36
1.2 材料力学的基本假设	2	2.7 连接件的强度计算	37
1.3 外力与内力	4	2.7.1 剪切与剪切强度条件	37
1.4 应力与应变	5	2.7.2 挤压与挤压强度计算	38
1.5 杆件变形的基本形式	7	思考题	41
思考题	8	习题	42
习题	8		
第 2 章 轴向拉压与材料的力学性能 ..	11	第 3 章 扭转	47
2.1 引言	11	3.1 引言	47
2.2 拉压杆的内力与应力	12	3.2 扭力偶矩、扭矩与扭矩图	48
2.2.1 轴力与轴力图	12	3.3 薄壁圆筒扭转试验与剪切	
2.2.2 横截面上的应力	13	胡克定律	50
2.2.3 圣维南原理	14	3.4 圆轴扭转的应力与变形	52
2.2.4 拉压杆斜截面上的应力	15	3.4.1 试验与假设	52
2.3 材料拉伸与压缩时的力学性能	17	3.4.2 圆轴扭转切应力的一般公式	53
2.3.1 拉伸试验与应力-应变曲线	17	3.4.3 最大扭转切应力	54
2.3.2 低碳钢拉伸时的力学性能	19	3.4.4 圆轴的扭转变形	55
2.3.3 卸载定律及冷作硬化现象	20	3.5 圆轴扭转时的强度条件与	
2.3.4 材料的塑性	21	刚度条件	56
2.3.5 其他材料拉伸时的力学性能	21	* 3.6 圆柱形密圈螺旋弹簧的应力	
2.3.6 复合材料与高分子材料的拉伸		与变形	61
力学性能	22	3.7 非圆截面轴扭转	64
2.3.7 材料在压缩时的力学性能	23	思考题	66
2.3.8 应力集中	24	习题	67
2.4 拉压杆的强度计算	25	第 4 章 弯曲内力	70
2.4.1 失效与许用应力	25	4.1 引言	70
2.4.2 强度条件	26	4.2 梁的计算简图	71
2.5 拉压杆的变形计算	29	4.3 弯曲内力及内力图	72
2.5.1 拉压杆的轴向变形与		4.3.1 梁横截面上的内力——剪力与	
胡克定律	29	弯矩	72
2.5.2 拉压杆的横向变形与泊松比	29	4.3.2 剪力图与弯矩图	74

4.4 剪力、弯矩与载荷集度间的 微分关系	79	7.5 广义胡克定律	145
4.5 平面刚架与曲杆的内力	83	7.6 复杂应力状态下的应变能与 畸变能	148
思考题	85	7.7 强度理论概述	149
习题	85	思考题	154
第5章 弯曲应力	90	习题	155
5.1 弯曲正应力	90	第8章 组合变形	158
5.1.1 试验与假设	90	8.1 引言	158
5.1.2 弯曲正应力的一般公式	91	8.2 拉(压)弯组合变形	159
5.1.3 最大弯曲正应力	93	8.2.1 杆件同时承受横向力与 轴向力作用	159
5.1.4 弯曲正应力公式的适用范围	94	8.2.2 偏心拉(压)	161
5.2 弯曲切应力简介	95	* 8.2.3 截面核心	163
5.2.1 矩形截面梁的弯曲切应力	96	8.3 弯曲与扭转的组合	164
5.2.2 圆形截面的弯曲切应力	98	8.3.1 弯曲与扭转组合变形时轴的 强度计算	165
5.2.3 薄壁截面梁的弯曲切应力	98	8.3.2 双向弯曲时轴的强度计算	168
5.2.4 弯曲正应力与弯曲切应力的 比较	99	思考题	171
5.3 弯曲强度条件及其应用	100	习题	172
5.3.1 弯曲正应力强度条件	100	第9章 压杆稳定	177
5.3.2 弯曲切应力强度条件	101	9.1 引言	177
5.4 提高梁弯曲强度的主要措施	106	9.2 细长压杆的临界载荷	178
思考题	109	9.2.1 两端铰支细长压杆的临界 载荷	179
习题	109	9.2.2 大挠度理论与实际压杆	180
第6章 弯曲变形	114	9.2.3 两端非铰支细长压杆的临界 载荷	181
6.1 引言	114	9.2.4 欧拉公式的一般形式	182
6.2 确定梁位移的积分法	115	9.3 压杆的临界应力	183
6.2.1 挠曲线的近似微分方程	115	9.4 压杆的稳定条件与合理设计	186
6.2.2 积分法求梁的变形	116	9.4.1 压杆的稳定条件	186
6.3 确定梁位移的叠加法	119	9.4.2 折减系数法	187
6.4 梁的刚度条件及合理设计	124	9.4.3 压杆的合理设计	188
6.5 简单静不定梁	125	思考题	190
思考题	129	习题	190
习题	129	第10章 构件的疲劳强度	193
第7章 应力状态与强度理论	132	10.1 引言	193
7.1 引言	132	10.2 交变应力的描述及其分类	194
7.2 平面应力状态分析的解析法	136	10.3 S-N 曲线与材料的疲劳极限	196
7.3 平面应力状态分析的几何法 ——应力圆	139		
7.4 三向应力状态下的最大应力	143		

10.4 影响构件疲劳极限的因素	197	习题	226
10.5 构件的疲劳强度计算与提高构件 疲劳强度的途径	201	第 12 章 静不定问题分析	230
10.5.1 对称循环应力下构件的疲劳 强度条件	201	12.1 引言	230
10.5.2 非对称循环应力下构件的疲劳 强度条件	201	12.2 用力法分析求解静不定问题	231
10.5.3 弯扭组合交变应力下构件的 疲劳强度条件	202	12.2.1 外力静不定结构分析	231
10.5.4 提高构件疲劳强度的途径	205	12.2.2 内力静不定结构分析	234
思考题	205	12.3 对称与反对称静不定问题分析	236
习题	206	12.3.1 结构对称、载荷对称的静 不定结构分析	237
第 11 章 能量法	208	12.3.2 结构对称、载荷反对称的 静不定结构分析	240
11.1 外力功与应变能的一般表达式	208	12.3.3 平面静不定刚架空间 受力分析	242
11.1.1 外力功的计算	208	思考题	244
11.1.2 应变能的计算	209	习题	244
11.1.3 互等定理	211	附录 A 平面图形的常用几何性质	247
11.2 变形体虚功原理	212	A.1 平面图形的静矩与形心	247
11.3 单位载荷法	213	A.2 惯性矩、惯性积、惯性半径与 极惯性矩	250
11.4 冲击应力分析	218	A.3 惯性矩的平行轴公式	254
11.4.1 铅垂冲击应力分析	218	思考题	255
11.4.2 水平冲击应力分析	220	习题	256
11.4.3 吊索冲击应力分析	221	附录 B 单位制及数值精度	258
11.4.4 扭转冲击应力分析	222	附录 C 型钢规格表	260
* 11.5 构件加速运动时的动应力分析	223	习题答案	273
11.5.1 构件作加速直线平动时的 动应力分析	223	参考文献	282
11.5.2 构件转动时的动应力分析	224		
思考题	225		

第1章 绪论

1.1 材料力学的任务与研究对象

机械和工程结构都是由许多零件或部件组成的,组成机械与工程结构的零、部件统称为构件。当机械或工程结构工作时,每个构件都将受到外力的作用。在外力作用下,构件的形状、尺寸都将发生变化,这种变化称为变形。构件的变形分为两类:一类是外力卸除后能够消失的变形,称为弹性变形;另一类是外力卸除后不能消失的变形,称为塑性变形或残余变形。

1.1.1 材料力学的任务

实践表明:构件的变形与作用力有关。当作用力过大时构件将产生显著塑性变形或发生断裂,这在工程中是不允许的。为了保证机械或工程结构能够安全、正常工作,构件应有足够的能力承担相应的载荷。为此,一般需要满足如下三方面的要求。

(1) 强度要求:在规定载荷作用下构件不应发生破坏。这里所指的破坏,不仅是指构件在外力作用下的断裂,还包含构件产生过大的塑性变形,如储气罐在工作时不应发生爆裂。强度是指构件抵抗破坏的能力。

(2) 刚度要求:在规定载荷作用下构件不应发生过大的弹性变形,如机床主轴若产生过大弹性变形会影响加工精度。刚度是指构件抵抗弹性变形的能力。

(3) 稳定性要求:在规定载荷作用下构件应保持其原有的平衡状态。受压的细长杆件,如千斤顶的螺杆、内燃机的挺杆等,当压力增大到一定值时会突然变弯。稳定性是指构件保持其原有平衡状态的能力。

在工程中,一般构件都应满足上述三个要求,但对某一个具体构件往往又有所侧重。如储气罐主要要求保证强度,车床主轴主要要求具备足够的刚度,受压的细长杆则要求足够的稳定性。此外,对某些特殊构件可能还有相反的要求,例如为了防止超载,当载荷超出某一范围时,安全销应立即破坏。又如为了降低振动冲击,车辆的缓冲弹簧应有较大的弹性变形等。

在设计构件时,不仅要满足上述三方面的安全性要求,还应尽可能选用合适的材料,减少材料的用量,以降低成本或减轻重量。也就是说,设计构件时既要考虑安全性,又要考虑经济性。安全性要求选用优质材料或增大横截面尺寸,经济性要求尽可能使用廉价材料或减小横截面尺寸,这两个要求是彼此矛盾的。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性要求的前提下,以最经济的代价为构件确定合理的截面形状和尺寸,选择合适的材料,为设计构件提供必要的理论基础和计算方法。

1.1.2 材料力学的研究对象

工程中有各种形状的构件,按照其几何特征,主要可分为杆件、板件和块。

一个方向的尺寸远大于其他两个方向尺寸的构件,称为杆件(见图 1-1)。杆件是工程中最常见、最基本的构件。梁、轴、柱等均属杆类构件。

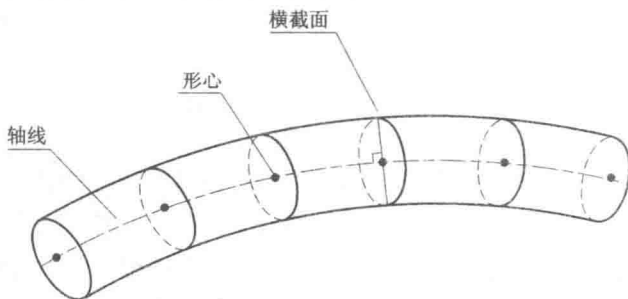


图 1-1

杆件横截面的几何中心称为形心,各横截面形心的连线称为杆件的轴线。横截面与轴线相互正交。轴线为直线的杆称为直杆;轴线为曲线的杆称为曲杆。所有横截面形状和尺寸相同的杆称为等截面杆;横截面的形状和尺寸不完全相同的杆称为变截面杆。

一个方向的尺寸远小于其他两个方向尺寸的构件,称为板件(见图 1-2)。平分板件厚度的几何面,称为中面。中面为平面的板件称为板(见图 1-2(a)),中面为曲面的板件称为壳(见图 1-2(b))。薄壁容器等均属此类构件。

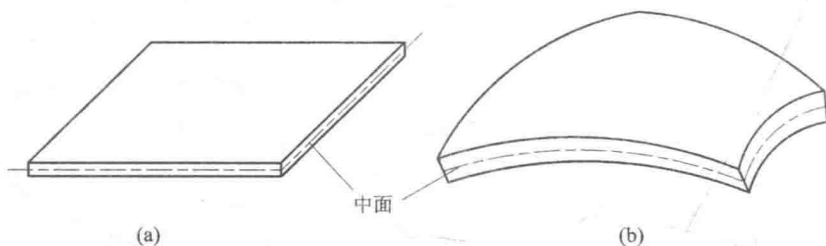


图 1-2

三个方向几何尺寸相近的构件称为块。

材料力学的主要研究对象是杆,以及由若干杆组成的简单杆系,同时也研究一些形状与受力均比较简单的板、壳、块。至于一般较复杂的杆系与板壳问题,则属于结构力学与弹性力学的研究范畴。工程中的大部分构件属于杆件,杆件分析的原理与方法分析其他形式构件的基础。

1.2 材料力学的基本假设

构件在外力作用下会产生变形,制造构件的材料称为变形固体。变形固体的性质是多方面的,从不同角度研究问题,侧重面也有所不同。在研究构件的强度、刚度、稳定性问题时,为了抽象出力学模型,掌握与研究问题有关的主要因素,略去一些次要因素,材料力学对变形固体做出如下基本假设:

(1) 连续性假设：假设组成固体的物质毫无间隙地充满了固体的几何空间。实际上，组成固体的粒子之间存在着空隙(图 1-3 是球墨铸铁的显微组织，图 1-4 是普通碳素钢的显微组织，图 1-5 是优质碳素钢的显微组织)。但这种空隙的大小与构件尺寸相比极其微小，可以忽略不计，于是就认为固体在其整个体积内是连续的。这样，构件内的一些力学量(例如各点的位移)可用坐标的连续函数来表示，对这些函数可进行坐标增量为无限小的极限分析。

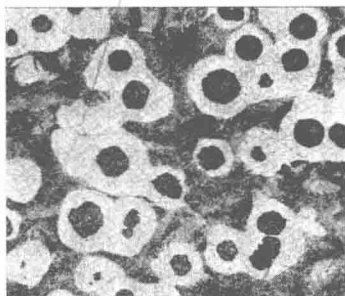


图 1-3

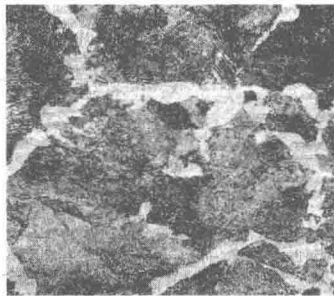


图 1-4

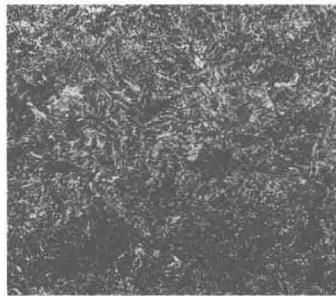


图 1-5

应该指出，连续性不仅存在于构件变形前，而且存在于变形后，即构件内变形前相邻的质点变形后仍保持邻近，既不产生新的空隙或空洞，也不出现重叠现象。所以，上述假设也称为变形连续性假设。

(2) 均匀性假设：假设固体内各点处具有完全相同的力学性能。材料在外力作用下所表现的性能，称为材料的力学性能。就工程中使用最多的金属材料来说，组成金属的各晶粒的力学性能并不完全相同。但构件或构件的任何一部分都包含了无数晶粒，而且无规则地排列，固体的力学性能是各晶粒力学性能的统计平均值，所以可认为各部分的力学性能是均匀的。这样，如果从固体中取出一部分，不论大小，也不论从何处取出，其力学性能总是相同的。

上述两种假设可统称为均匀连续性假设。以此假设为基础，研究构件的强度、刚度、稳定性问题所得出的结论是满足工程要求的。而对于发生在晶粒大小范围内的力学问题，均匀连续性假设不成立。

(3) 各向同性假设：假设材料沿各个方向具有完全相同的力学性能。沿各个方向具有相同力学性能的材料称为各向同性材料。例如玻璃为典型的各向同性材料。金属的各个晶粒均属于各向异性体，但由于金属构件所含晶粒极多，而且晶粒的排列也是完全无序的，因此，在各个方向上力学性质趋于相同，宏观上可将金属视为各向同性材料。在今后的讨论中一般都将变形固体假定为各向同性的。

综上所述，在材料力学中，一般将实际材料看做是连续、均匀和各向同性的可变形固体。实践表明，在此基础上所建立的理论与分析结果，与大多数工程材料制成的构件的实际情况相吻合，符合工程要求。

但是，上述假设并不适用于所有材料，竹子、木材、胶合板及某些人工合成材料的宏观力学性能就是各向异性的，沿各个方向力学性能不同的材料称为各向异性材料。某些高强度或超高强度材料对缺陷具有较强的敏感性，考虑这些材料制成的构件的强度时，便不能采用均匀连续性假设。

1.3 外力与内力

1. 外力及其分类

研究某一构件时,该构件以外的其他物体作用在该构件上的力称为外力。

按外力的作用方式,可将作用在构件上的外力分为表面力和体积力。表面力是作用于物体表面的力,又可分为分布力和集中力。分布力是连续作用于物体表面的力,如作用于油缸内壁上的油压力等。有些分布力是沿杆件轴线作用的,如楼板对屋梁的作用力。若外力分布面积远小于物体的表面尺寸,或沿杆件轴线分布范围远小于轴线长度,就可将其视为作用于一点的集中力,如车轮对钢轨的压力,轴承对轴的支承力等。体积力是连续分布于物体内各点的力,如物体的自重和惯性力等。

按载荷随时间变化的情况又可将外力分为静载荷与动载荷。载荷缓慢地由零增加到某一定值,以后即保持不变,或变动不显著,这种载荷称为静载荷。如机器缓慢地放置在基础上,机器的重量对基础的作用便是静载荷。载荷随时间的变更而变化,这种载荷称为动载荷。随时间交替变化的载荷称为交变载荷,物体的运动在短时内突然改变所引起的载荷称为冲击载荷。

材料在静载荷和动载荷作用下的性能颇不相同,分析方法也迥异。因为静载荷问题比较简单,所建立的理论和方法又可作为解决动载荷问题的基础,所以,先研究静载荷问题,后研究动荷问题。

2. 内力与截面法

构件即使不受外力作用,内部各质点之间仍然存在着相互作用力。构件受到外力作用产生变形时,构件内部各质点之间的相对位置将发生变化,同时各质点间的相互作用力也将发生改变。材料力学中的内力,是指在外力作用下构件各质点间相互作用力的改变量,即“附加内力”。这样,内力随外力的增加而增加,达到一定限度时就会引起构件失效,因而内力与构件的破坏、变形密切相关。

为了显示内力,假想地用一个 $m-m$ 截面将构件分为 I、II 两部分,如图 1-6(a) 所示。任取其中一部分作为研究对象(如 I),将 II 对 I 的作用,用截面上的内力来代替。由均匀连续性假设可知,内力在横截面上是连续分布的。这些分布力构成一空间任意力系,见图 1-6(b),将其向截面形心 C 简化,可得一合力和一合力偶,合力等于力系的主矢,合力偶的矩与力系对形心的主矩一致,称该合力与合力偶为该截面上的内力。本书中用粗体表示力矢量,用普通字体表示力的大小。

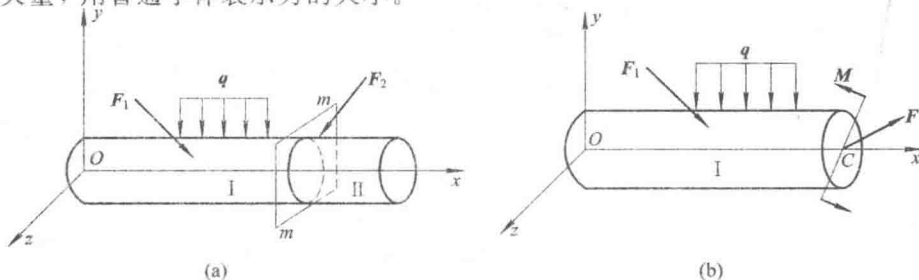


图 1-6

原构件在外力作用下处于平衡状态, I 部分也应处于平衡状态, 作用于其上的外力与横截面上的内力 F 、 M 构成一平衡力系。根据静平衡方程即可确定 $m-m$ 截面上的内力。

上述用截面假想地将构件分为两部分, 以显示并确定内力的方法称为截面法。可将其归纳为以下三个步骤:

(1) 截: 欲确定构件某一截面上的内力时, 假想地用一平面将构件沿该截面分为两部分。

(2) 取: 取其中任一部分为研究对象, 弃去另一部分, 并用作用于截面上的内力代替弃去部分对留下部分的作用。

(3) 算: 对留下的部分建立静平衡方程, 确定该截面上的内力。

例 1-1 某摇臂钻床如图 1-7(a) 所示, 承受载荷 F 作用。试确定 $m-m$ 截面上的内力。

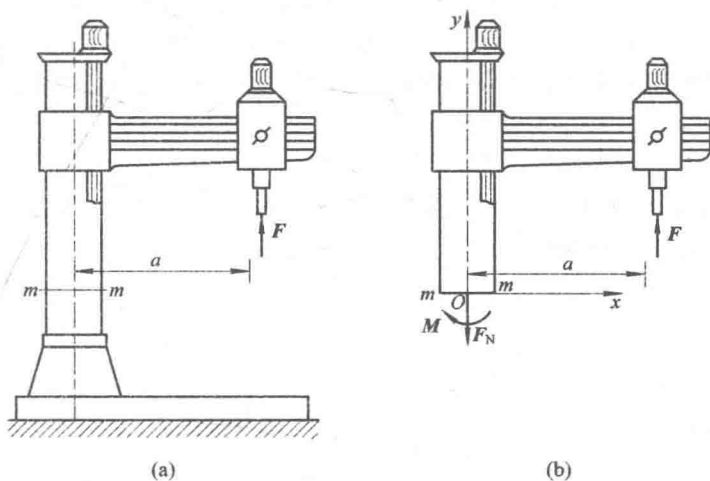


图 1-7

解 (1) 截: 沿 $m-m$ 截面假想地将立柱截开。

(2) 取: 取上半部分为研究对象, 并选取 Oxy 坐标系, 如图 1-7(b) 所示。

(3) 算: 整个钻床处于平衡状态, 上半部分在载荷及内力作用下亦应处于平衡状态。

列出静平衡方程为

$$\begin{cases} \sum F_y = 0, F - F_N = 0 \\ \sum M_O = 0, Fa - M = 0 \end{cases}$$

求得内力 F_N 和 M 分别为

$$F_N = F, \quad M = Fa$$

求出的内力是 $m-m$ 截面上分布内力系向 O 点简化的结果。

1.4 应力与应变

1. 应力

前面所求出的杆件横截面上的内力是分布内力系向截面形心简化的结果。它说明了截面上的内力与作用在杆件上的外力的平衡关系, 但不能说明分布内力系在截面内某一点处

的强弱程度。显然构件的变形和破坏,不仅取决于内力的大小,还取决于内力的分布状况。为此引入内力集度即应力的概念。

设在图 1-8(a)所示受力构件的 $m-m$ 截面上,围绕 C 点取一微小面积 ΔA , ΔA 上内力的合力为 ΔF 。则 ΔF 与 ΔA 的比值称为 ΔA 上的平均应力,并用 p_m 表示,即

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-1)$$

一般情况下,内力在截面上并非均匀分布,平均应力的大小、方向将随所取 ΔA 的大小不同而变化。当 $\Delta A \rightarrow 0$ 时,平均应力的极限值称为 C 点的内力集度,或总应力 p ,即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1-2)$$

总应力 p 的方向就是当 $\Delta A \rightarrow 0$ 时 ΔF 的极限方向。

通常将总应力 p 沿截面的法向与切向分解为两个量(见图 1-8(b))。沿截面法向的应力分量称为正应力,用 σ 表示;沿截面切向的应力分量称为切应力,用 τ 表示。显然有

$$p^2 = \sigma^2 + \tau^2 \quad (1-3)$$

在国际单位制中,应力的单位为 Pa(帕), $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ 。由于这个单位太小,使用起来不方便,通常用 MPa(兆帕)表示, $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 10^6 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ N/mm}^2$ 。为了计算方便,本书规定各物理量单位如下:力(N),长度(mm),力矩($\text{N} \cdot \text{mm}$),应力(MPa)。

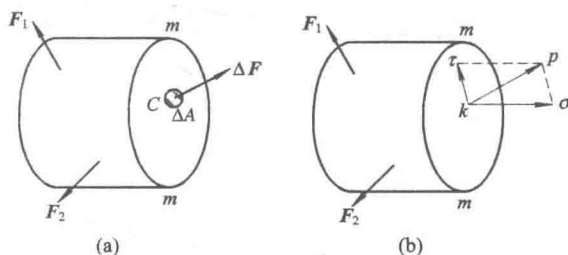


图 1-8

2. 应变

假想将构件分割成许多微小的单元体。构件受力后不仅各单元体的位置发生改变,而且单元体棱边的长度发生改变(见图 1-9(a)),相邻棱边间的夹角也发生改变(见图 1-9(b))。

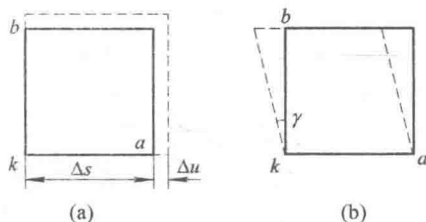


图 1-9

设棱边 ka 的原长为 Δs , 长度改变量为 Δu , 则 Δu 与 Δs 的比值称为棱边 ka 的平均线应变, 用 ε_m 表示, 即

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta u}{\Delta s} \quad (1-4)$$

一般情况下, 棱边 ka 各点处的变形程度并不相同。为了精确地描述 k 点沿棱边 ka 方向的变形情况, 应选取无限小的单元体进行研究, 由此可得平均线应变的极限值:

$$\epsilon = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta s} \quad (1-5)$$

称其为 k 点处沿棱边 ka 方向的线应变。采用同样方法, 还可确定 k 点处沿其他方向的线应变。杆件伸长时 $\epsilon > 0$, 杆件缩短时 $\epsilon < 0$ 。

当单元体变形时, 相邻棱边间的夹角一般也会发生改变。微体相邻棱边所夹直角的改变量(见图 1-9(b))称为切应变, 用 γ 表示。切应变的单位为弧度(rad)。其正负规定为: 直角变大, $\gamma > 0$, 直角变小, $\gamma < 0$ 。

由定义可以看出线应变与切应变均是量纲为 1 的量。

构件的整体变形是构件的微体局部变形组合叠加的结果, 而微体的局部变形则可用线应变与切应变来度量。

例 1-2 两边固定的矩形薄板如图 1-10 所示。变形后 ab 和 ad 两边保持为直线。 a 点沿垂直方向向下移动 0.025 mm。试求 ab 边的平均线应变和 ab 、 ad 两边夹角的变化量。

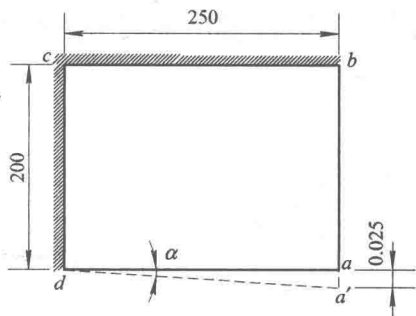


图 1-10

解 ab 边的平均线应变为

$$\epsilon_m = \frac{\overline{a'b} - \overline{ab}}{\overline{ab}} = \frac{0.025}{200} = 1.25 \times 10^{-4}$$

变形后 ab 和 ad 两边的夹角变化量为

$$\angle ba'd - \frac{\pi}{2} = \gamma$$

由于 γ 非常微小, 显然有

$$\gamma = -\alpha \approx -\tan \alpha = -\frac{0.025}{250} = -1 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

1.5 杆件变形的基本形式

工程中很多构件都可简化为杆件, 如连杆、传动轴、立柱、丝杠等。某些构件, 如齿轮的轮齿、曲轴的轴颈等, 并不是典型的杆件, 但在近似计算或定性分析时亦可简化为杆。所以, 杆是工程中最常见、最基本的构件。

杆件受外力作用时发生的变形是多种多样的。对其进行仔细分析, 可以将杆件的变形分为以下四种基本形式:

(1) 拉伸或压缩变形: 这种变形是由沿轴线方向作用的外力所引起的变形, 表现为杆件长度的伸长或缩短, 任意横截面间只有沿轴线方向的线位移(见图 1-11(a))。如起吊重物的钢索、构成桁架的杆件等都属于拉伸或压缩变形。

(2) 剪切变形: 这种变形是由等值、反向、相距很近、作用线垂直于轴线的一对力引起的变形, 表现为横截面沿外力作用方向发生相对错动(见图 1-11(b))。机械中常用的连接件, 如铆钉、键、销钉、螺栓等的变形属于剪切变形。

(3) 扭转变形: 这种变形是由力偶矩大小相等、转向相反、作用面均垂直于杆件轴线的两个力偶引起的变形, 表现为杆件的任意两个横截面绕轴线发生相对转动(见图 1-11(c))。如汽车的传动轴、转向轴、水轮机的主轴等发生的变形均属于扭转变形。

(4) 弯曲变形: 这种变形是由垂直于杆件轴线的横向力, 或由作用于纵向对称面内的一对等值、反向的力偶引起的变形, 表现为杆件轴线由直线变为曲线(见图 1-11(d))。如火车轮轴、起重机大梁的变形均属于弯曲变形。

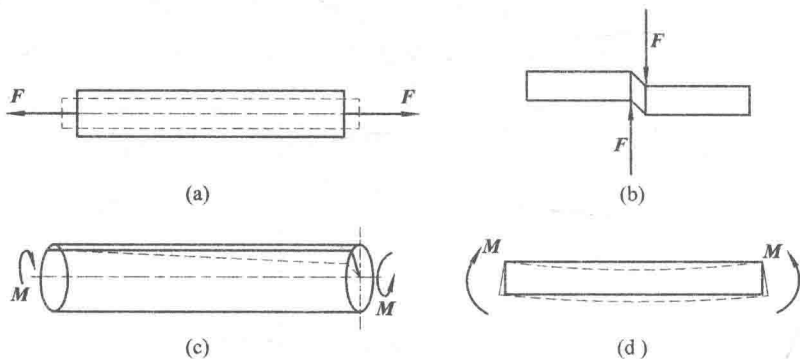


图 1-11

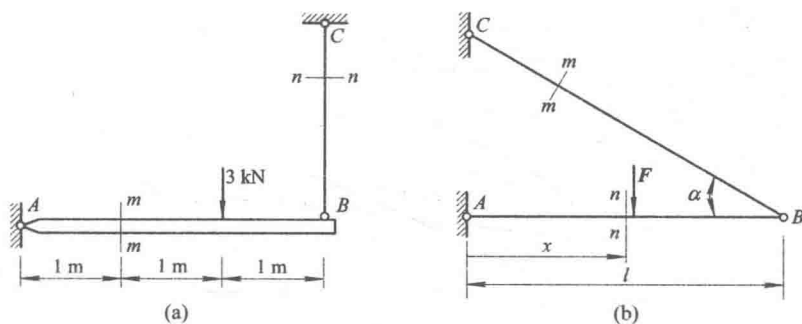
有一些杆件同时发生两种或两种以上的基本变形, 例如车床主轴工作时同时发生扭转、弯曲及压缩三种基本变形; 钻床立柱同时发生拉伸与弯曲两种基本变形。这种变形称其为组合变形。本书首先依次讨论四种基本变形形式的强度及刚度计算, 然后再讨论组合变形。

思考题

- 1-1 何谓强度、刚度与稳定性? 刚度与强度有何区别?
- 1-2 材料力学的任务是什么? 它能解决工程中哪些方面的问题?
- 1-3 材料力学对变形固体做了哪些假设? 假设的根据是什么?
- 1-4 何谓内力? 何谓截面法? 用截面法求内力的关键是什么?
- 1-5 何谓应力? 何谓正应力与切应力? 应力的单位是什么?
- 1-6 何谓线应变与切应变? 它们的量纲各是什么? 切应变的单位是什么?

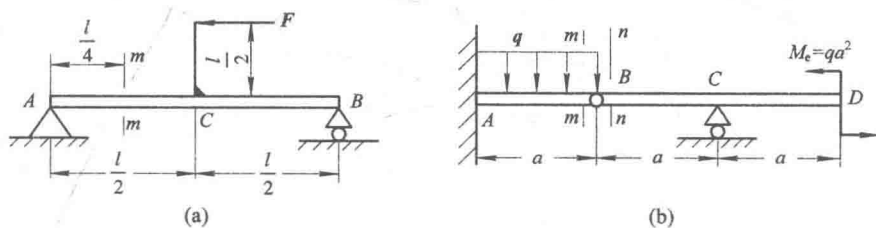
习题

1-1 分别求题 1-1 图所示结构中构件 $m-m$ 、 $n-n$ 横截面上的内力, 并指明各构件的变形形式。



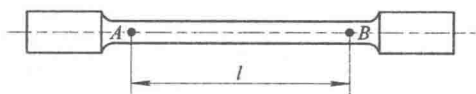
题 1-1 图

1-2 分别求出题 1-2 图所示杆件指定截面上的内力。



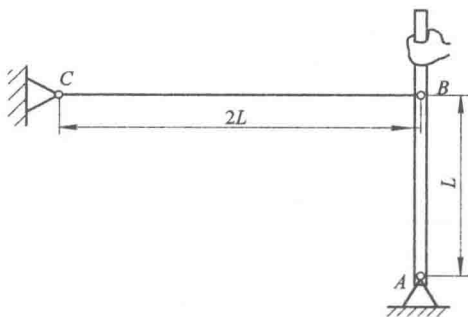
题 1-2 图

1-3 如题 1-3 图所示, 拉伸试样上 A、B 两点的距离为 l , 称为标距。受力作用后, 用变形仪测出两点的距离增量为 $\Delta l = 5 \times 10^{-2} \text{ mm}$, 若 $l = 100 \text{ mm}$, 试求 A、B 两点间的平均线应变。



题 1-3 图

1-4 在题 1-4 图所示结构中, 当力作用在把手上时, 引起摇臂 AB 顺时针转过 $\theta = 0.002 \text{ rad}$, 求绳子 BC 的平均线应变。



题 1-4 图