

主编 © 薛琼 肖小峰

数学文化导论

SHUXUEWENHUA
DAOLUN



武汉理工大学出版社
WUTP Wuhan University of Technology Press

数学文化导论

主编	薛琼	肖小峰	
参编	何朗	韩华	宗志雄
	万源	陈建业	尹强
	方玺	胡荣	

武汉理工大学出版社

· 武汉 ·

内 容 简 介

本书分4篇,共12章,主要介绍了数学文化的内涵、中西方古代数学思想、数学各学科分支的发展历史、数学思想及文化意义。本书虽然以知识为载体,但是并不以传授数学理论知识为主要目的,而是以教授数学思想和精神为主,通过展示丰富的数学文化知识,让读者充分体会数学的科学价值、应用价值、人文价值、美学价值,感受数学思想的奇妙和有趣。

本书适合文、理、工科各专业的学生、教师作为教材或参考书,也适合所有对数学文化感兴趣的读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

数学文化导论/薛琼,肖小峰主编. —武汉:武汉理工大学出版社, 2016. 7
ISBN 978-7-5629-5097-4

I. ①数… II. ①薛… ②肖… III. ①数学-普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 134247 号

项目负责人:陈军东 彭佳佳

责任编辑:彭佳佳

责任校对:王 思

封面设计:芳华时代

出版发行:武汉理工大学出版社

地 址:武汉市洪山区珞狮路 122 号

邮 编:430070

网 址:<http://www.wutp.com.cn>

经 销:各地新华书店

印 刷:崇阳文昌印务有限责任公司

开 本:787×960 1/16

印 张:24

字 数:440 千字

版 次:2016 年 7 月第 1 版

印 次:2016 年 7 月第 1 次印刷

定 价:38.50 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请向出版社发行部调换。

本社购书热线:027-87515778 87515848 87785758 87165708(传真)

· 版权所有,盗版必究 ·

前 言

著名数学教育家丁石孙教授说:“我们长期以来,不仅没有意识到数学的文化教育功能,甚至不了解数学是一种文化,这种状况在相当程度上影响了数学研究与数学教育。”南开大学顾沛教授也提到,数学不仅是一种重要的“工具”或“方法”,也是一种思维模式,即“数学方式的理性思维”;数学不仅是一门科学,也是一种文化,即“数学文化”;数学不仅是一些知识,也是一种素质,即“数学素质”。进行必要的数学文化教育,不仅能让了解数学与人类社会发展的关系,体会数学的科学价值、应用价值、人文价值、美学价值,感受数学思维的奇妙性、趣味性,开阔视野,更能端正学生的学习态度、激发其学习兴趣、提高教学效果,为高校文化素质教育贡献一份力量。

本书的选材从学生的角度出发。一位刚进大学攻读数学专业的新生,对于即将要接触的数学,他想要了解什么?答案马上就有了:大学数学有哪些课程;哪些是必修,哪些是选修;它们的知识难易度及发展前景怎样……因此,本书的选材着眼于以下几点:

第一,数学学科分类。大学数学学科分类繁多,本书主要介绍几大类:代数学、几何学、微积分学,以及它们的众多分支,如线性代数、概率论与数理统计等。

第二,数学思想及文化意义。本书不求讲解过深的数学理论,也不求涵盖所有知识体系,而是以数学史、数学问题、数学知识、数学观点为载体,从数学思想、数学方法、数学精神的角度提高学生对数学各学科分支的认识,体会其文化价值。

第三,古往今来,中外兼顾,数学与人文交叉。本书主要按照历史演变的过程,介绍中外数学文化发展史、数学家的生平及事迹,注重数学与政治、哲学、艺术、生活的联系及交叉影响,不仅能为数学的课堂教学提供文化素材,还能通过有趣的故事调动学生的学习积极性。

本书是对湖北省教学名师张小柔教授主持的省级教研项目“大学文化素质教育中数学文化传承的研究和实践”所获教学成果的整理和推广。全书分4篇,共12章,数学文化篇首先从审美的角度介绍了数学的基本特点,阐述了数学文化的内涵,让读者从宏观上了解数学文化,认识数学文化在数学教育中的作用和地位;数学历史篇简单介绍了古代中西方数学文化史,让读者接受历史的熏陶,感受古文明的辉煌,感叹古人的智慧;数学内容篇介绍了代数学、几何

学、分析学等几大类的基本内容,从知识中探讨数学的思想,从方法上讲述数学的规律,丰富读者理性思考世界的方式,以期加深读者对这些经典数学内容的理解;数学应用篇介绍了现代数学的应用分支,让读者从纵向上熟悉数学的其他分支及内容,指引他们探索世界的奥秘,从横向上了解数学分支产生和发展的来龙去脉,点燃他们强烈的求知欲望,并带领他们寻找发明创造的乐土。

本书在编写过程中遵循少而精、直观明了和涵盖基本知识的原则,并没有苛求精准、严密和面面俱到。另外,本书尽可能要求各篇之间相互独立,自成体系,以便于读者取舍。

本书是为提高大学生数学素质而编写的教材,具有系统性、知识性和通俗性,是学习数学课程的一本好的课外读物,对于大学、中学数学教师以及数学爱好者而言,也是一本好的教学参考书。

本书参考了国内外众多与数学历史、数学文化、数学学科、数学专家等有关的书籍、论文及研究成果。其中,M. 克莱因的《古今数学思想》,顾沛的《数学文化》,薛有才的《数学文化》对本书影响较大。另外,齐民友、张奠宙、方延明、张景中、张楚廷、郑毓信、王宪昌等先生的著作,也为本书提供了宝贵的参考。在此对他们表示衷心的感谢。同时感谢张小柔教授、王卫华教授、王展青教授的大力支持,感谢课题组成员何朗、韩华、宗志雄、万源、陈建业、尹强、方玺、胡荣参与书籍编写,为本书的完成提供了大量的资料。在本书的编写过程中,何朗副院长和韩华教授认真审阅了书稿,并提出了修改意见,陈欢欢和陈爱云对书稿进行了初次校对,武汉理工大学出版社陈军东编辑在本书的策划、出版过程中付出了辛勤劳动,在此一并表示衷心的感谢。

本书得到国家大学生文化素质教育基地“十二五”文化素质教育著作及教材项目基金的资助,特此致谢。

由于编者水平有限,书中的缺点和错误在所难免,敬请读者批评指正。

编 者

2015 年 9 月

目 录

数学文化篇

1 数学与数学文化	(2)
1.1 数学的基本特点	(2)
1.1.1 数学的简洁性	(3)
1.1.2 数学的抽象性	(5)
1.1.3 数学的对称性	(7)
1.1.4 数学的奇异性	(10)
1.2 数学文化的内涵	(12)
1.2.1 数学是一种文化	(12)
1.2.2 什么是数学文化	(13)
1.3 数学文化在数学教育中的作用和地位	(14)
1.4 如何把数学文化融入数学教学实践中	(16)
思考题	(20)
阅读材料	(21)

数学历史篇

2 古代西方数学	(36)
2.1 西方古代文明中的数学	(36)
2.1.1 古埃及的数学	(36)
2.1.2 古巴比伦的数学	(37)
2.1.3 古希腊数学产生的背景	(38)
2.2 论证数学的开始:古希腊数学学派	(39)
2.2.1 泰勒斯与爱奥尼亚学派	(39)
2.2.2 毕达哥拉斯与毕达哥拉斯学派	(40)

2.2.3	芝诺和埃利亚学派	(42)
2.2.4	诡辩学派	(43)
2.2.5	柏拉图和柏拉图学派	(44)
2.2.6	原子论学派	(45)
2.3	希腊亚历山大时期的三大数学家	(45)
2.3.1	欧几里得	(45)
2.3.2	阿基米德	(46)
2.3.3	阿波罗尼奥斯	(48)
2.4	希腊数学的衰落	(49)
	思考题	(51)
	阅读材料	(51)
3	中国古代数学	(64)
3.1	中国古代数学思想的萌芽	(64)
3.2	中国古代数学思想体系的形成	(66)
3.2.1	《周髀算经》	(66)
3.2.2	《九章算术》	(69)
3.2.3	刘徽	(72)
3.2.4	赵爽	(79)
3.2.5	祖冲之	(80)
3.3	中国古代数学发展的顶峰	(81)
3.3.1	秦九韶	(82)
3.3.2	李冶	(83)
3.3.3	杨辉	(84)
3.3.4	朱世杰	(85)
3.4	中国古代数学的衰落	(86)
3.5	中国古代数学的文化意义	(87)
	思考题	(87)

数学内容篇

4	代数学的数学思想及文化意义	(89)
4.1	代数学的萌芽	(89)
4.2	代数学的确立	(91)

4.2.1	阿拉伯数学产生的背景	(91)
4.2.2	花拉子米和《代数学》	(92)
4.2.3	卡米尔和《代数书》	(94)
4.2.4	凯拉吉和《发赫里》	(95)
4.2.5	海亚姆和《代数问题的证明》	(97)
4.2.6	欧洲文艺复兴时期的代数	(98)
4.3	代数学的发展	(99)
4.3.1	符号体系	(99)
4.3.2	数系的扩充	(101)
4.3.3	三次、四次方程的解法	(102)
4.3.4	伽罗瓦理论及群论的发展	(104)
4.3.5	四元数与向量	(110)
4.4	线性代数	(115)
4.4.1	行列式和二次型	(115)
4.4.2	矩阵	(118)
4.4.3	线性方程组	(121)
4.4.4	应用举例	(123)
4.5	抽象代数	(128)
思考题		(130)
阅读材料		(130)
5	几何学的数学思想及文化意义	(138)
5.1	几何学的起源	(138)
5.2	古希腊的几何学	(139)
5.2.1	古希腊几何学产生的背景	(139)
5.2.2	古希腊几何学的发展阶段	(139)
5.2.3	代表作——《几何原本》	(140)
5.2.4	古希腊“三大作图问题”	(142)
5.3	解析几何	(144)
5.3.1	解析几何产生的背景	(144)
5.3.2	费马的解析几何思想	(144)
5.3.3	笛卡尔的解析几何思想	(145)
5.3.4	解析几何的文化价值	(148)
5.3.5	解析几何应用举例	(149)

5.4	射影几何	(151)
5.4.1	射影几何产生的背景	(151)
5.4.2	射影几何的发展	(151)
5.4.3	射影几何的繁荣	(153)
5.4.4	射影几何应用举例	(154)
5.5	非欧几何	(155)
5.5.1	非欧几何产生的背景	(155)
5.5.2	罗氏几何	(156)
5.5.3	黎曼几何	(158)
5.5.4	非欧几何的文化价值	(159)
5.5.5	非欧几何应用举例	(159)
5.6	微分几何	(160)
5.6.1	微分几何的产生	(160)
5.6.2	柯西的工作	(161)
5.6.3	高斯的工作	(162)
5.6.4	黎曼的工作	(164)
5.6.5	微分几何应用举例	(166)
5.7	拓扑学	(167)
5.7.1	拓扑学的萌芽	(167)
5.7.2	拓扑学的发展	(172)
5.7.3	拓扑学应用举例	(174)
5.8	代数几何	(174)
5.8.1	代数几何的发展历程	(175)
5.8.2	代数几何应用举例	(176)
	思考题	(176)
6	微积分的数学思想及文化意义	(177)
6.1	微积分的创立	(177)
6.1.1	微积分产生的背景	(177)
6.1.2	微积分的早期思想	(178)
6.1.3	科学的巨人——牛顿	(181)
6.1.4	多才多艺的数学大师——莱布尼茨	(184)
6.2	18世纪微积分的发展	(188)
6.2.1	欧拉的工作	(188)

6.2.2 主要成就	(189)
6.3 19 世纪微积分的发展	(193)
6.3.1 伯克莱的责难	(193)
6.3.2 分析严格化——柯西的工作	(195)
6.3.3 分析算术化——魏尔斯特拉斯的工作	(197)
6.4 常微分方程	(200)
6.4.1 常微分方程的思想和方法	(200)
6.4.2 常微分方程应用举例	(202)
6.5 偏微分方程	(206)
6.5.1 偏微分方程的思想和方法	(206)
6.5.2 偏微分方程应用举例	(209)
6.6 变分法	(211)
6.6.1 变分法的思想和方法	(211)
6.6.2 变分法的应用举例	(213)
6.7 复变函数论	(214)
6.7.1 复变函数的思想和方法	(214)
6.7.2 复变函数论应用举例	(217)
6.8 实变函数论	(219)
6.8.1 实变函数的思想和方法	(219)
6.8.2 实变函数论应用举例	(221)
思考题	(222)
7 数论的数学思想及文化意义	(223)
7.1 数论的研究阶段	(223)
7.2 数论的基本分类	(225)
7.2.1 初等数论	(225)
7.2.2 代数数论	(230)
7.2.3 解析数论	(234)
7.2.4 几何数论	(235)
7.3 数论中的数学名题	(235)
7.3.1 梅森素数和孪生素数	(236)
7.3.2 费马大定理	(239)
7.3.3 哥德巴赫猜想	(243)
7.4 数论的应用价值	(247)

7.4.1	数论与密码	(247)
7.4.2	数论知识补充	(249)
7.4.3	新的密码方法简介	(250)
	思考题	(253)
	阅读材料	(253)
8	概率论与数理统计的数学思想及文化意义	(256)
8.1	概率论	(256)
8.1.1	概率论的产生	(256)
8.1.2	18 世纪的概率论	(257)
8.1.3	19 世纪的概率论	(260)
8.2	统计学	(261)
8.2.1	统计学的萌芽	(261)
8.2.2	统计学的发展	(262)
8.2.3	统计学的展望	(268)
8.3	概率论与数理统计应用举例	(269)
8.3.1	古典概型在福利彩票中的应用	(269)
8.3.2	大数法则和中心极限定理在保险行业中的应用	(271)
8.3.3	化妆品销售量的预测	(273)
8.3.4	决策问题	(276)
8.3.5	足球门的危险区域	(278)
8.3.6	小结	(283)
	思考题	(283)

数学应用篇

9	数学建模的数学思想及文化意义	(285)
9.1	数学模型与数学建模	(285)
9.1.1	原型与模型	(285)
9.1.2	数学模型	(285)
9.1.3	数学建模	(287)
9.1.4	数学建模的步骤	(288)
9.2	数学模型的分类与特点	(288)
9.2.1	数学模型的分类	(288)

9.2.2 数学模型的特点	(290)
9.3 数学建模的作用和应用	(292)
9.3.1 数学建模的作用	(292)
9.3.2 数学建模的应用	(293)
9.4 数学建模举例	(294)
9.5 数学建模的意义	(300)
思考题	(302)
10 运筹学的数学思想及文化意义	(303)
10.1 运筹学的发展历程	(303)
10.1.1 西方运筹学的发展	(303)
10.1.2 中国运筹学的发展	(305)
10.2 运筹学的性质及特点	(307)
10.3 运筹学研究的内容	(308)
10.4 运筹学研究的步骤	(310)
10.5 运筹学应用举例	(311)
10.6 运筹学的展望	(319)
思考题	(322)
11 计算数学的数学思想及文化意义	(323)
11.1 计算数学的发展历程	(323)
11.1.1 计算数学的萌芽	(323)
11.1.2 计算数学的建立	(324)
11.1.3 计算数学的蓬勃发展	(326)
11.1.4 计算数学未来的发展	(327)
11.2 计算数学研究的内容	(327)
11.2.1 数值计算	(327)
11.2.2 数值模拟	(332)
11.3 计算数学应用举例	(336)
11.4 计算数学的意义	(338)
思考题	(344)
12 混沌与分形的数学思想及文化意义	(345)
12.1 混沌	(345)
12.1.1 混沌理论产生的背景	(345)
12.1.2 混沌理论的基本概念	(346)

12.2 混沌的应用实例	(347)
12.2.1 混沌与天体运动	(347)
12.2.2 混沌与生物进化	(348)
12.3 分形	(350)
12.3.1 分形理论的发展历程	(351)
12.3.2 分形的特征	(354)
12.3.3 分形维数及其计算方法	(355)
12.4 分形理论的应用	(358)
12.4.1 分形理论在工程技术中的应用	(358)
12.4.2 分形理论在物理学中的应用	(359)
12.4.3 分形理论举例	(360)
思考题	(362)
附录 数学学科分类与代码	(363)
参考文献	(366)

数学文化篇

数学是一种精神,一种理性的精神。正是这种精神,激发、促进、鼓舞并驱使人类的思维得以运用到最完善的程度,亦正是这种精神,试图决定性地影响人类的物质、道德和社会生活;试图回答有关人类自身存在提出的问题;努力去理解和控制自然;尽力去探求和确立已经获得知识的最深刻的和最完美的内涵。^①

——美国数学家 M. 克莱因

数学是除了语言与音乐之外,人类心灵自由创造力的主要表达方式之一,而且数学是经由理论的建构成为了解宇宙万物的媒介。因此,数学必须保持为知识、技能与文化的主要构成要素,而知识与技能是得传授给下一代的,文化则是需要下一代来传承的。

——德国数学家外尔

^① M. 克莱因, 西方文化中的数学[M]. 张祖贵, 译. 上海: 复旦大学出版社, 2005.

1 数学与数学文化

本章从审美的角度依次论述了数学的基本特点,即简洁性、抽象性、对称性、奇异性,一方面充分展示数学的美,还原一个真实的数学世界;另一方面提醒绝大多数人抛开对数学的世俗观念,重新认识身边的数学。数学究竟是什么?没有一个明确的回答。但数学不只是数的世界、形的世界或应用广阔的科学世界中的数学,数学还是一种文化,是人类创造的最重要的文化之一。随着社会科技的发展和人类的不断进步,数学文化在数学教育中的地位日益突出,作用日趋明显,如何将数学文化融入数学教学之中,已成为文化素质教育的研究课题,本书即为相关课题的研究成果之一。

1.1 数学的基本特点

现代社会中的每个人都需要学习数学,每个人也都会用到数学,但说起数学是什么,却并不好回答。抛开学术上咬文嚼字的定义,仅仅谈对数学的基本认识,不同的人也会有不同的看法。

大多数人认为数学只是一种计算工具,包括日常生活中的买卖交易,保险受益的计算,储蓄利率的比较,房屋贷款的类型等。这些大都是初等数学的应用,贴近人们的生活,容易被人们接受。事实上,生活中常用的数学还有出行计划的安排(涉及运筹学)、家庭任务的分派(涉及线性规划)、购商品房的还贷(涉及差分方程)、房屋装修的成本(涉及线性代数)等。这些都涉及高等数学的应用,只是一般人仅凭感觉和经验行事,不会刻意去寻求相关数学的精确解答而已。

多数中学生认为数学是一门课时最多,且在高考中能占 150 分的考试科目,尽管头疼也要硬着头皮学习;多数大学生认为数学是一门教学计划内的必修课,为了“学会”不愿学也要学;只有少数学生能体会到学好数学对其他科目有促进作用,但具体原因不容易说清楚。

多数数学教师认为数学是一种难教难学的科目,逻辑推理太强,一旦落下很难补上;由于“隔行如隔山”,很少有教师去总结数学对其他科目的影响。

作为创造数学的数学家们则认为数学是内容丰富多彩、应用极其广泛的科学；多数数学家陶醉于数学王国的象牙塔中，认为数学“好玩”，研究数学能感觉到“快乐”；但多数数学家却并不关心数学的传播与普及，认为那是数学科普工作者或者数学教师的事。

对数学的不同认识来自于“只缘身在数学中”，有“盲人摸象”的局限。要提高对数学的认识，首先应该了解数学自身的特点。

为了呈现一个真实的数学世界，下面从审美角度介绍数学的基本特点，并结合具体实例让大家充分感受到数学处处充满了美。

1.1.1 数学的简洁性

自然界原本就是简洁的，简洁本身就是一种美，而数学的首要特点在于它的简洁。数学家莫德尔曾说：“在数学美的各个属性中，首先要推崇的大概是简单性了。”

光是沿直线方向传播的——这是光传播的最简捷路线。

植物的叶序排布方式是植物叶子通风、采光的最佳布局。

某些攀缘植物如藤类，它们绕着攀依物螺旋式向上生长，它们所选的螺旋形状对于植物上攀路径来讲是最节省的。

大雁迁徙时排成的人字形，一边与其飞行方向的夹角是 $54^{\circ}44'8''$ ，从空气动力学角度看，这个角度对于大雁队伍飞行是最佳的，即阻力最小（顺便一提：金刚石晶体中也蕴含这种角度）。

在人体中，人的粗细血管直径之比总是 $\sqrt[3]{2} : 1$ ，经流体动力学研究表明，这种比值的分支导流系统在输导液体时能量消耗最少。

生物学家和数学家们在研究蜂房构造时发现，在体积一定的条件下，蜂房的构造是最省材料的（图 1.1）。

这些最佳、最好、最省等的事实，来自生物的进化与自然的选择，然而它同时展现了自然界的简洁与和谐。宇宙万物皆如此，数学作为用来描述宇宙的文字和工具也应当是简洁与和谐的。

诗人但丁曾赞美道：“圆是最美的图形。”太阳是圆的、满月是圆的、水珠看上去（投影）是圆的……圆的线条明快、简练、对称。近代数学研究还发现圆的等周极值性质：在周长给定的封闭图形中，圆所围的

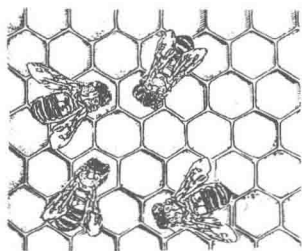


图 1.1 蜂房

面积最大。

数学中人们对于简洁的追求是永无止境的。建立公理体系时,人们试图找出最少的几条(抛弃任何多余的赘物);对命题的证明,人们力求严谨、简练(因而人们对某些命题的证明在不断地改进);对计算的方法,人们要求尽量便捷、明快(因而人们不断地探索计算方法创新)……数学拒绝烦冗。

正如英国数学家、物理学家牛顿所说:“数学家不但更容易接受漂亮的结果,不喜欢丑陋的结论,而且他们也非常推崇优美与雅致的证明,而不喜欢笨拙与繁复的推理。”比如“植树问题”,牛顿曾经对这类问题很感兴趣,如:9棵树栽9行,每行栽3棵,如何栽?乍看此题似乎无解,其实不然,看了图1.2(图中黑点表示树的位置,下同),你就会恍然大悟!

牛顿还发现:9棵树每行栽3棵,可栽行数的最大值不是9,而是10,见图1.3。而图1.4所示为10棵树,栽10行,每行栽3棵的栽法。其实,10棵树,每行栽3棵,可栽行数的最大值也不是10,而是12,见图1.5。

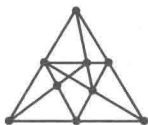


图 1.2 9 棵树,栽 9 行,3 棵/行

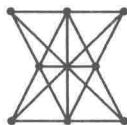


图 1.3 9 棵树,栽 10 行,3 棵/行



图 1.4 10 棵树,栽 10 行,3 棵/行

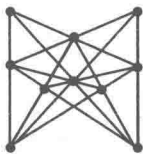


图 1.5 10 棵树,栽 12 行,3 棵/行

数学中简洁性的例子是不胜枚举的,比如三角形,尽管它的形状千姿百态,但人们却可用

$$S = \frac{1}{2}ah \quad (a \text{ 为底边长, } h \text{ 为该边上的高})$$

或海伦公式

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

(p 为三角形半周长, a, b, c 分别为三角形的三条边长)

去表达所有三角形的面积。

数学的简洁性系指其抽象性、概括性和统一性。正是因为数学具有抽象性