主编◎薛琼　肖小峰

数学文化导论

SHUXUEWENHUA
DAOLUN

武汉理工大学出版社
WUTP　Wuhan University of Technology Press

数学文化导论

主编　薛　琼　肖小峰
参编　何　朗　韩　华　宗志雄
　　　万　源　陈建业　尹　强
　　　方　玺　胡　荣

武汉理工大学出版社
·武汉·

内容简介

本书分4篇，共12章，主要介绍了数学文化的内涵、中西方古代数学思想、数学各学科分支的发展历史、数学思想及文化意义。本书虽然以知识为载体，但是并不以传授数学理论知识为主要目的，而是以教授数学思想和精神为主，通过展示丰富的数学文化知识，让读者充分体会数学的科学价值、应用价值、人文价值、美学价值，感受数学思想的奇妙和有趣。

本书适合文、理、工科各专业的学生、教师作为教材或参考书，也适合所有对数学文化感兴趣的读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

数学文化导论/薛琼，肖小峰主编. —武汉：武汉理工大学出版社，2016.7
ISBN 978-7-5629-5097-4

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①薛… ②肖… Ⅲ. ①数学-普及读物 Ⅳ. ①O1－49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第134247号

项目负责人：陈军东 彭佳佳
责任编辑：彭佳佳
责任校对：王 思
封面设计：芳华时代
出版发行：武汉理工大学出版社
地　　址：武汉市洪山区珞狮路122号
邮　　编：430070
网　　址：http://www.wutp.com.cn
经　　销：各地新华书店
印　　刷：崇阳文昌印务有限责任公司
开　　本：787×960 1/16
印　　张：24
字　　数：440千字
版　　次：2016年7月第1版
印　　次：2016年7月第1次印刷
定　　价：38.50元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题，请向出版社发行部调换。
本社购书热线：027－87515778 87515848 87785758 87165708(传真)

前　　言

著名数学教育家丁石孙教授说:“我们长期以来,不仅没有意识到数学的文化教育功能,甚至不了解数学是一种文化,这种状况在相当程度上影响了数学研究与数学教育。”南开大学顾沛教授也提到,数学不仅是一种重要的“工具”或“方法”,也是一种思维模式,即“数学方式的理性思维”;数学不仅是一门科学,也是一种文化,即“数学文化”;数学不仅是一些知识,也是一种素质,即“数学素质”。进行必要的数学文化教育,不仅能让学生了解数学与人类社会发展的关系,体会数学的科学价值、应用价值、人文价值、美学价值,感受数学思维的奇妙性、趣味性,开阔视野,更能端正学生的学习态度、激发其学习兴趣、提高教学效果,为高校文化素质教育贡献一份力量。

本书的选材从学生的角度出发。一位刚进大学攻读数学专业的新生,对于即将要接触的大学数学,他想要了解什么?答案马上就有了:大学数学有哪些课程;哪些是必修,哪些是选修;它们的知识难易度及发展前景怎样……因此,本书的选材着眼于以下几点:

第一,数学学科分类。大学数学学科分类繁多,本书主要介绍几大类:代数学、几何学、微积分学,以及它们的众多分支,如线性代数、概率论与数理统计等。

第二,数学思想及文化意义。本书不求讲解过深的数学理论,也不求涵盖所有知识体系,而是以数学史、数学问题、数学知识、数学观点为载体,从数学思想、数学方法、数学精神的角度提高学生对数学各学科分支的认识,体会其文化价值。

第三,古往今来,中外兼顾,数学与人文交叉。本书主要按照历史演变的过程,介绍中外数学文化发展史、数学家的生平及事迹,注重数学与政治、哲学、艺术、生活的联系及交叉影响,不仅能为数学的课堂教学提供文化素材,还能通过有趣的故事调动学生的学习积极性。

本书是对湖北省教学名师张小柔教授主持的省级教研项目“大学文化素质教育中数学文化传承的研究和实践”所获教学成果的整理和推广。全书分 4 篇,共 12 章,数学文化篇首先从审美的角度介绍了数学的基本特点,阐述了数学文化的内涵,让读者从宏观上了解数学文化,认识数学文化在数学教育中的作用和地位;数学历史篇简单介绍了古代中西方数学文化史,让读者接受历史的熏陶,感受古文明的辉煌,感叹古人的智慧;数学内容篇介绍了代数学、几何

学、分析学等几大类的基本内容，从知识中探讨数学的思想，从方法上讲述数学的规律，丰富读者理性思考世界的方式，以期加深读者对这些经典数学内容的理解；数学应用篇介绍了现代数学的应用分支，让读者从纵向上熟悉数学的其他分支及内容，指引他们探索世界的奥秘，从横向上了解数学分支产生和发展的来龙去脉，点燃他们强烈的求知欲望，并带领他们寻找发明创造的乐土。

本书在编写过程中遵循少而精、直观明了和涵盖基本知识的原则，并没有苛求精准、严密和面面俱到。另外，本书尽可能要求各篇之间相互独立，自成体系，以便于读者取舍。

本书是为提高大学生数学素质而编写的教材，具有系统性、知识性和通俗性，是学习数学课程的一本好的课外读物，对于大学、中学数学教师以及数学爱好者而言，也是一本好的教学参考书。

本书参考了国内外众多与数学历史、数学文化、数学学科、数学专家等有关的书籍、论文及研究成果。其中，M. 克莱因的《古今数学思想》，顾沛的《数学文化》，薛有才的《数学文化》对本书影响较大。另外，齐民友、张奠宙、方延明、张景中、张楚廷、郑毓信、王宪昌等先生的著作，也为本书提供了宝贵的参考。在此对他们表示衷心的感谢。同时感谢张小柔教授、王卫华教授、王展青教授的大力支持，感谢课题组成员何朗、韩华、宗志雄、万源、陈建业、尹强、方玺、胡荣参与书籍编写，为本书的完成提供了大量的资料。在本书的编写过程中，何朗副院长和韩华教授认真审阅了书稿，并提出了修改意见，陈欢欢和陈爱云对书稿进行了初次校对，武汉理工大学出版社陈军东编辑在本书的策划、出版过程中付出了辛勤劳动，在此一并表示衷心的感谢。

本书得到国家大学生文化素质教育基地“十二五”文化素质教育著作及教材项目基金的资助，特此致谢。

由于编者水平有限，书中的缺点和错误在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

2015 年 9 月

目　　录

数学文化篇

数学历史篇

数学内容篇

数学应用篇

数学文化篇

数学是一种精神,一种理性的精神。正是这种精神,激发、促进、鼓舞并驱使人类的思维得以运用到最完善的程度,亦正是这种精神,试图决定性地影响人类的物质、道德和社会生活;试图回答有关人类自身存在提出的问题;努力去理解和控制自然;尽力去探求和确立已经获得知识的最深刻的和最完美的内涵。①

——美国数学家 M. 克莱因

数学是除了语言与音乐之外,人类心灵自由创造力的主要表达方式之一,而且数学是经由理论的建构成为了解宇宙万物的媒介。因此,数学必须保持为知识、技能与文化的主要构成要素,而知识与技能是得传授给下一代的,文化则是需要下一代来传承的。

——德国数学家外尔

① M. 克莱因. 西方文化中的数学[M]. 张祖贵,译. 上海:复旦大学出版社,2005.

1　数学与数学文化

本章从审美的角度依次论述了数学的基本特点，即简洁性、抽象性、对称性、奇异性，一方面充分展示数学的美，还原一个真实的数学世界；另一方面提醒绝大多数人抛开对数学的世俗观念，重新认识身边的数学。数学究竟是什么？没有一个明确的回答。但数学不只是数的世界、形的世界或应用广阔的科学世界中的数学，数学还是一种文化，是人类创造的最重要的文化之一。随着社会科技的发展和人类的不断进步，数学文化在数学教育中的地位日益突出，作用日趋明显，如何将数学文化融入数学教学之中，已成为文化素质教育的研究课题，本书即为相关课题的研究成果之一。

1.1　数学的基本特点

现代社会中的每个人都需要学习数学，每个人也都会用到数学，但说起数学是什么，却并不好回答。抛开学术上咬文嚼字的定义，仅仅谈对数学的基本认识，不同的人也会有不同的看法。

大多数人认为数学只是一种计算工具，包括日常生活中的买卖交易，保险受益的计算，储蓄利率的比较，房屋贷款的类型等。这些大都是初等数学的应用，贴近人们的生活，容易被人们接受。事实上，生活中常用的数学还有出行计划的安排（涉及运筹学）、家庭任务的分派（涉及线性规划）、购商品房的还贷（涉及差分方程）、房屋装修的成本（涉及线性代数）等。这些都涉及高等数学的应用，只是一般人仅凭感觉和经验行事，不会刻意去寻求相关数学的精确解答而已。

多数中学生认为数学是一门课时最多，且在高考中能占150分的考试科目，尽管头疼也要硬着头皮学习；多数大学生认为数学是一门教学计划内的必修课，为了“学会”不愿学也要学；只有少数学生能体会到学好数学对其他科目有促进作用，但具体原因不容易说清楚。

多数数学教师认为数学是一种难教难学的科目，逻辑推理太强，一旦落下很难补上；由于“隔行如隔山”，很少有教师去总结数学对其他科目的影响。

作为创造数学的数学家们则认为数学是内容丰富多彩、应用极其广泛的科学;多数数学家陶醉于数学王国的象牙塔中,认为数学"好玩",研究数学能感觉到"快乐";但多数数学家却并不关心数学的传播与普及,认为那是数学科普工作者或者数学教师的事。

对数学的不同认识来自于"只缘身在数学中",有"盲人摸象"的局限。要提高对数学的认识,首先应该了解数学自身的特点。

为了呈现一个真实的数学世界,下面从审美角度介绍数学的基本特点,并结合具体实例让大家充分感受到数学处处充满了美。

1.1.1 数学的简洁性

自然界原本就是简洁的,简洁本身就是一种美,而数学的首要特点在于它的简洁。数学家莫德尔曾说:"在数学美的各个属性中,首先要推崇的大概是简单性了。"

光是沿直线方向传播的——这是光传播的最简捷路线。

植物的叶序排布方式是植物叶子通风、采光的最佳布局。

某些攀缘植物如藤类,它们绕着攀依物螺旋式向上生长,它们所选的螺线形状对于植物上攀路径来讲是最节省的。

大雁迁徙时排成的人字形,一边与其飞行方向的夹角是 $54°44'8''$,从空气动力学角度看,这个角度对于大雁队伍飞行是最佳的,即阻力最小(顺便一提:金刚石晶体中也蕴含这种角度)。

在人体中,人的粗细血管直径之比总是$\sqrt[3]{2}:1$,经流体动力学研究表明,这种比值的分支导流系统在输导液体时能量消耗最少。

生物学家和数学家们在研究蜂房构造时发现,在体积一定的条件下,蜂房的构造是最省材料的(图 1.1)。

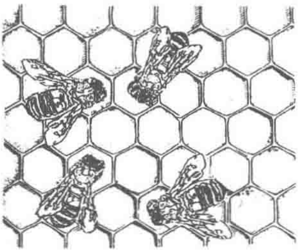

图 1.1 蜂房

这些最佳、最好、最省等的事实,来自生物的进化与自然的选择,然而它同时展现了自然界的简洁与和谐。宇宙万物皆如此,数学作为用来描述宇宙的文字和工具也应当是简洁与和谐的。

诗人但丁曾赞美道:"圆是最美的图形。"太阳是圆的、满月是圆的、水珠看上去(投影)是圆的……圆的线条明快、简练、对称。近代数学研究还发现圆的等周极值性质:在周长给定的封闭图形中,圆所围的

面积最大。

数学中人们对于简洁的追求是永无止境的。建立公理体系时,人们试图找出最少的几条(抛弃任何多余的赘物);对命题的证明,人们力求严谨、简练(因而人们对某些命题的证明在不断地改进);对计算的方法,人们要求尽量便捷、明快(因而人们不断地探索计算方法的创新)……数学拒绝烦冗。

正如英国数学家、物理学家牛顿所说:"数学家不但更容易接受漂亮的结果,不喜欢丑陋的结论,而且他们也非常推崇优美与雅致的证明,而不喜欢笨拙与繁复的推理。"比如"植树问题",牛顿曾经对这类问题很感兴趣,如:9 棵树栽 9 行,每行栽 3 棵,如何栽?乍看此题似乎无解,其实不然,看了图 1.2(图中黑点表示树的位置,下同),你就会恍然大悟!

牛顿还发现:9 棵树每行栽 3 棵,可栽行数的最大值不是 9,而是 10,见图1.3。而图 1.4 所示为 10 棵树,栽 10 行,每行栽 3 棵的栽法。其实,10 棵树,每行栽 3 棵,可栽行数的最大值也不是 10,而是 12,见图 1.5。

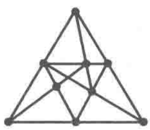

图 1.2　9 棵树,栽 9 行,3 棵/行

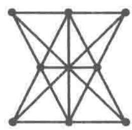

图 1.3　9 棵树,栽 10 行,3 棵/行

图 1.4　10 棵树,栽 10 行,3 棵/行

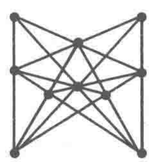

图 1.5　10 棵树,栽 12 行,3 棵/行

数学中简洁性的例子是不胜枚举的,比如三角形,尽管它的形状千姿百态,但人们却可用

$$S = \frac{1}{2}ah（a \text{ 为底边长},h \text{ 为该边上的高}）$$

或海伦公式

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

(p 为三角形半周长,a,b,c 分别为三角形的三条边长)

去表达所有三角形的面积。

数学的简洁性系指其抽象性、概括性和统一性。正是因为数学具有抽象性