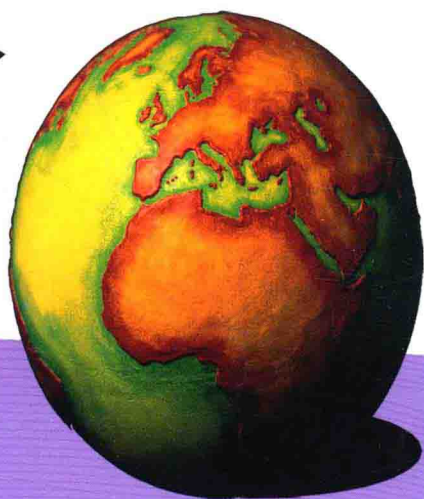
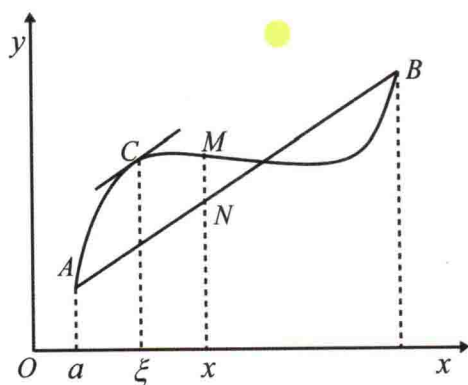




李自玲 熊传霞 主编

Weijifen Lianxice

微积分练习册



华中师范大学出版社

微积分练习册

主编：李自玲 熊传霞

华中师范大学出版社

内容介绍

本书是根据《微积分》教学大纲和作者多年的教学经验按照章节形式编写而成的。书中习题几乎涵盖了《微积分》中要求学生掌握的所有知识点,题型丰富,难度适中。书中较难部分用“*”标出,可供学有余力的学生练习使用。

另外,为保证各章节体例的统一,我们将前四章的综合练习安排在各章节练习题的后面,并在书的最后还提供了所有习题的参考答案。

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

微积分练习册/李自玲 熊传霞 主编. —武汉:华中师范大学出版社,2014.8

ISBN 978-7-5622-6680-8

I. ①微… II. ①李… ②熊… III. ①微积分—习题集 IV. ①O172-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 127607 号

微积分练习册

©李自玲 熊传霞 主编

编辑室:第二编辑室

责任编辑:陈梅 袁正科

封面设计:甘英

出版发行:华中师范大学出版社

社址:湖北省武汉市珞喻路 152 号

销售电话:027-67863426/67863280(发行部) 027-67861321(邮购) 027-67863291(传真)

网址:<http://www.ccnapress.com>

印刷:湖北民政印刷厂

开本:890mm×1240mm 1/16

版次:2014 年 8 月第 1 版

印数:1—2000

电话:027-67867362

责任校对:易雯

封面制作:张蕾

邮编:430079

电子信箱:hscbs@public.wh.hb.cn

督印:章光琼

印张:6.5 字数:130 千字

印次:2014 年 8 月第 1 次印刷

定价:15.00 元

欢迎上网查询、购书

敬告读者:欢迎举报盗版,请打举报电话 027-67861321

目 录

第 1 章 函数与极限	1
习题 1.1 函数	1
习题 1.2 初等函数	3
习题 1.3 常用经济函数简介	5
习题 1.4 数列的极限	7
习题 1.5 函数的极限	8
习题 1.6 无穷大量与无穷小量	9
习题 1.7 极限及其运算法则	11
习题 1.8 极限存在准则与两个重要极限	13
习题 1.9 连续函数	15
第 2 章 导数与微分	17
习题 2.1 导数的概念	17
习题 2.2 求导法则与基本初等函数求导公式	19
习题 2.3 高阶导数	21
习题 2.4 隐函数的导数	22
习题 2.5 微分	23
第 3 章 中值定理与导数的应用	25
习题 3.1 中值定理	25
习题 3.2 洛必达法则	27
习题 3.3 函数单调性与曲线的凹凸性	29
习题 3.4 函数的极值、最大值和最小值	31
习题 3.5 函数作图	34
第 4 章 不定积分	35
习题 4.1 原函数与不定积分	35
习题 4.2 换元积分法	37
习题 4.3 分部积分法	41
第 5 章 定积分及其应用	43
习题 5.1 定积分的概念	43
习题 5.2 定积分的性质	44
习题 5.3 微积分基本定理	45
习题 5.4 定积分的计算	47
习题 5.5 定积分的应用	49
第 6 章 向量代数与空间解析几何	51
习题 6.1 空间直角坐标系、向量代数	51
习题 6.2 空间的平面与直线	52
习题 6.3 空间曲面	53

第 7 章 多元函数微分学	55
习题 7.1 二元函数的概念、极限与连续性	55
习题 7.2 偏导数	57
习题 7.3 全微分	59
习题 7.4 多元复合函数的求导法则	60
习题 7.5 隐函数的偏导数	61
习题 7.6 多元函数的极值	62
第 8 章 二重积分	63
习题 8.1 二重积分的概念和性质	63
习题 8.2 二重积分的计算方法	65
第 9 章 常微分方程初步	69
习题 9.1 常微分方程的基本概念	69
习题 9.2 一阶微分方程	71
习题 9.3 高阶微分方程	73
第 10 章 无穷级数	77
习题 10.1 常数项级数的概念和性质	77
习题 10.2 正项级数	79
习题 10.3 任意项级数	80
习题 10.4 幂级数	81
习题 10.5 泰勒级数	83
综合练习题一	85
综合练习题二	89
综合练习题三	91
综合练习题四	93
参考答案	95

第 1 章 函数与极限

习题 1.1 函数

1. (1) 求 $f(x) = 2^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{1 - \ln x}$ 的定义域;

(2) 设 $f(x) = e^x + 2$, $f[\varphi(x)] = x^2$, 求 $\varphi(x)$ 。

2. 设分段函数 $\varphi(x) = \begin{cases} |\sin x|, & |x| < \frac{\pi}{3}, \\ 0, & |x| \geq \frac{\pi}{3}, \end{cases}$ 求 $\varphi\left(\frac{\pi}{6}\right)$, $\varphi(-2)$, 并作出函数 $\varphi(x)$ 的图形。

3. 判断下列各对函数是否相同, 并说明理由。

(1) $f(x) = 2\ln x$ 与 $g(x) = \ln x^2$;

(2) $f(x) = x \cdot \sqrt[3]{x}$ 与 $g(x) = \sqrt[3]{x^4}$;

(3) $f(x) = \sin x$ 与 $f(x) = \sqrt{1 - \cos x^2}$ 。

4. 已知 $y=f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$, 求下列函数的定义域。

(1) $f(x+1)$;

(2) $f(\sin x)$ 。

5. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 则函数 $g(x)=f(x)-f(-x)$ 是()。

A. 偶函数

B. $g(x)\equiv 0$

C. 非奇非偶函数

D. 奇函数

6. $y=\sin \frac{1}{x}$ 在定义域内是()。

A. 单调函数

B. 周期函数

C. 无界函数

D. 有界函数

7. 证明: 若 $f(x), g(x)$ 是 D 上的有界函数, 则 $f(x)\pm g(x)$ 与 $f(x)\cdot g(x)$ 也是 D 上的有界函数。

并判断 $\sin x \cdot \frac{x}{1+x^2}$ 的有界性。

8. 证明: 若 $f(x), g(x)$ 是 $(-a, a)$ 上的奇函数, 则在 $(-a, a)$ 上, $f(x)\pm g(x)$ 是奇函数, $f(x)g(x)$, $f(x)/g(x)$ [$g(x)\neq 0$] 是偶函数。并判断 $x^2\sin x, 1+x^2$ 的奇偶性。

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

习题 1.2 初等函数

1. 设 $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数, 又设 $g[g(x)], f[g(x)], g[f(x)], f[f(x)]$ 均有意义, 则 () 为奇函数。

A. $f[g(x)]$

B. $g[f(x)]$

C. $f[f(x)]$

D. $g[g(x)]$

2. 求函数 $y=1+\ln(x+2)$ 的反函数。

3. (1) 设 $y=u^2, u=\log_a x$, 将 y 表示成 x 的函数;

(2) 设 $y=\sqrt{u}, u=2+v^2, v=\cos x$, 将 y 表示成 x 的函数。

4. 将下列函数分解成基本初等函数的复合。

(1) $f(x)=\arctan x^2$;

(2) $f(x)=e^{\sin^2 x}$;

$$(3) f(x) = \lg \sin \sqrt{x};$$

$$(4) f(x) = (\sin \ln x)^2;$$

$$(5) y = \sin^3 \sqrt{2x+1}.$$

5. 火车站行李收费规定如下:20kg 以下不计费,20kg~50kg 每千克收费 0.20 元,超出 50kg 的部分每千克收费 0.30 元,试建立行李收费 $f(x)$ (元)与行李重量 x (kg)之间的函数关系,并作出函数图形。

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

习题 1.3 常用经济函数简介

1. 某企业生产一种产品,其固定成本为 1000 元,单位产品的变动成本为 18 元,市场需求函数为 $q = 90 - p$,求总利润函数。

2. 某厂生产的掌上游戏机每台卖 110 元,固定成本为 7500 元,可变成本为每台 60 元。

(1) 要卖掉多少台掌上游戏机,厂家才可保本?

(2) 卖掉 100 台的话,厂家盈利或亏损了多少?

(3) 要获得 1250 元利润,需要卖掉多少台?

3. 设某商品的需求函数与供给函数分别为 $D(P) = \frac{5600}{P}$ 和 $S(P) = P - 10$ 。

(1) 找出均衡价格, 并求此时的供给量与需求量;

(2) 在同一坐标系中画出供给函数与需求函数。

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

习题 1.4 数列的极限

1. 观察下列数列 $\{y_n\}$ 当 $n \rightarrow \infty$ 时的变化趋势, 判断它们是否收敛, 若收敛则指出它们的极限。

(1) $y_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$;

(2) $y_n = \sin \frac{n\pi}{2}$;

(3) $y_n = (-1)^n n$ 。

2. 设数列 $y_n = \frac{n+2}{n+1}$ 。

(1) 估计 $n \rightarrow \infty$ 时, y_n 的极限 A ;

(2) 若给定 $\epsilon = 0.1$, 问第几项以后有不等式 $|y_n - A| < \epsilon$ 恒成立? 若 ϵ 分别取 0.01 和 0.0001 时呢?

(3) 若 ϵ 是任意指定的正数, 问哪一项以后不等式 $|y_n - A| < \epsilon$ 恒成立?

3. 设 $u_n = (-1)^n \frac{n}{n+1}$, 数列 $\{u_n\}$ 是否有极限? 能否说如果数列 $\{|u_n|\}$ 收敛, 则数列 $\{u_n\}$ 也收敛?

习题 1.5 函数的极限

1. 设函数 $f(x) = \frac{|x|}{x}$, 回答下列问题:

(1) 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的左右极限是否存在?

(2) 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处是否有极限? 为什么?

(3) 函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处是否有极限? 为什么?

2. 设 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 3, \\ 3x-1, & x \geq 3, \end{cases}$ 作 $f(x)$ 的图形, 并讨论当 $x \rightarrow 3$ 时, $f(x)$ 的左右极限。

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

习题 1.6 无穷大量与无穷小量

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量中哪些是无穷小量? 哪些是无穷大量?

$$\sqrt[3]{x}; \frac{2}{x}; \frac{x}{0.01}; \frac{x}{x^2}; x^2 + 0.1; \frac{1}{2}x - x^2; e^{\frac{1}{x}}; \ln x.$$

2. 比较下列无穷小的阶。

(1) 当 $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ 时, $\sin(2\cos x)$ 与 $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$;

(2) 当 $x \rightarrow \infty$ 时, $\sqrt{x^2+2} - \sqrt{x^2+1}$ 与 $\frac{1}{x^2}$ 。

班级: _____

姓名: _____

学号: _____

习题 1.7 极限及其运算法则

1. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} (y_n - x_n) = 0$, 则数列 $\{y_n\}$ ()。

A. 收敛于 a

B. 不一定收敛

C. 收敛于 0

D. 不收敛

2. 计算下列极限。

(1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 3};$

(2) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2}{x^2 + 1};$

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2}{x^2 - 3};$

(4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1};$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^2 - 1}{x};$

(6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+1}}{x-2};$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x}{4x^3 + x - 1} (3 + \cos x);$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right);$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1});$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}.$$

3. 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} = 3$, 求 a 和 b 的值。