

— SHUXUE —  
WENHUA SHANGXI

# 数学文化赏析

潘大勇 成庭荣 何先平 编著



科学出版社

# 数学文化赏析

潘大勇 成庭荣 何先平 编著

科学出版社

北 京

## 版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

### 内 容 简 介

本书通俗地介绍了数学文化的内涵,以不同的视角展现数学文化的魅力,从数学的文人情怀到数学发展的简要历程,从数字游戏、数字文化到数论,从对称现象到群论,从数据挖掘到统计,从数学建模到数学广泛的应用等方面,对读者感兴趣的话题进行了比较深入和有趣的诠释。

本书可作为大学生提高数学素养的读物或作为大学通识类课程的教材,兼顾通俗性、知识性及趣味性,重在宣扬数学的思想与方法,感悟数学的美妙和神奇,提升当代大学生人文素养和科学素养,也可供中小学数学教师以及数学爱好者参考,对于中学生也可以从中找到一些有趣有益的内容。

#### 图书在版编目(CIP)数据

数学文化赏析/潘大勇,成庭荣,何先平编著. —北京:科学出版社,2016.3  
ISBN 978-7-03-047915-0

I. ①数… II. ①潘… ②成… ③何… III. 数学-文化-高等学校-教材  
IV. O1-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 060735 号

责任编辑:王雨舸/责任校对:董艳辉

责任印制:彭 超/封面设计:蓝 正

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

武汉市首壹印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

开本:787×1092 1/16

2016年5月第 一 版 印张:15

2016年5月第一次印刷 字数:350 000

定价:36.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 前言

在西方文明中,数学一直是一种主要的文化力量.几乎每个人都知道,数学在工程设计中具有极其重要的实用价值,但是却很少有人懂得数学在科学推理中的重要性,以及它在重要的物理科学理论中所起的核心作用.至于数学决定了大部分哲学思想的内容和研究方法,摧毁和构建了诸多宗教教义,为政治学说和经济理论提供了依据,塑造了众多流派的绘画、音乐、建筑和文学风格,创立了逻辑学,而且为我们必须回答的人和宇宙的基本问题提供了最好的答案,这些就更加鲜为人知了.作为理性精神的化身,数学已经渗透到以前由权威、习惯、风俗所统治的领域,而且取代它们成为思想和行动的指南.最为重要的是,作为一种宝贵的、无可比拟的人类成就,数学在使人赏心悦目和提供审美价值方面,至少可与其他任何一种文化门类媲美.

转引自《西方文化中的数学》,莫里斯·克莱因(M. Kline, 1908~1992)

“我们需要数学,我们欣赏数学”,这是数学家陈省身(1911~2004)先生勉励年轻一代的话.我们很多人对数学的情感可谓五味俱全.读书时很多人是被迫接受数学的.我们大多数人接触数学主要是为了应对考试,但有的人从中享受了数学带来的快乐,也有很多人获得的却是伤感.数学不只是考试,它能给予我们的要比考试带给我们的多得多.数学就像是一个百花园,但很多人从未真正走进来.虽然我们的生活中天天都在无形之中运用数学和数学的成果,但真正感知这一点的人却不多.数学就在我们的生活中,“我们需要数学”.同时我们也要“欣赏数学”,增长我们的数学常识和素养,增强我们数学的思辨能力和理性精神,用数学的眼光去观察我们的生活和世界,探寻用数学的思维去解决碰到的问题,去理解和感受“数学的力和美”.

2011年秋季,“数学文化赏析”作为通识教育(公共选修)课首次开设的时候,对于这样一门新开设课程,在此之前作过的介绍很少,对学生有多大的吸引力,有多少学生报名选修,心里多少有些忐忑,好在唯一不缺的是上好课程的信心.没有想到的是新课程很受学生欢迎,这一点实在出乎我的意料.第一次上课,在东校区主教304教室,一百八十多人济济一堂,气氛热烈.从2012年春季学期起,我在武汉校区每个学期都开设了该课程.

关于这门课程起初的设想,就是通过选取一些比较生动、有趣、能引发思考的素材,介绍一些平时在数学教材中和课堂教学中较少触及的东西,增加学生的学习兴趣,开阔学生的视野,提升学生的人文素养和科学素养.因此,对所选择内容必需的准备知识不能太深,以略懂高等数学为支撑,兼顾理工农医、文史及管理学科.内容之间也没有过多考虑内在的逻辑关系和学术严谨性,重在传播数学的思想和方法,感受数学的情怀和精神,宣扬数学对社会进步的作用和贡献,发现数学可见和不可见的应用,欣赏数学的美妙和神奇,感悟数学的魅力

与美好……

应试教育抹杀了相当一部分学生的学习兴趣 and 乐趣,当然也包括学习数学的兴趣和乐趣.学习数学的乐趣也许有点不足为外人道,但一旦感受其中,必定是乐不思蜀.学习数学的乐趣是思考的乐趣,是挑战的乐趣,是探索的乐趣,是审美的乐趣,是发现新大陆的兴奋和激情,是高山流水觅知音的相知和感怀.实际上,学习数学能给我们的更多.数学能帮助我们感受到数学的魅力与神奇,改变看世界的思维方式,开阔眼界,登高望远,从感性走向理性,提高人的品位与文化,使生活更加充实、愉悦和快乐.

### 数学的神奇与魅力

数学是一座深藏宝物的高山,不知吸引了多少人进山寻宝;数学是一条蜿蜒清清的小河,不知吸引多少学子投身其中嬉戏.随着数学学习的不断深入,学习的旅程中总会有许多的感动,就会发现原来世界上还蕴藏着如此美妙的规律,让人惊讶,让人心跳加速.

爱因斯坦在他的回忆录中说,当他 12 岁的时候,知道“三角形的三条高线必交于一点”时,这样的逻辑推理和可靠的结果让他受到了无比震撼,他觉得这个世界上一定有更多这样的“奥秘”还没被人发现,这对他的人生起到了决定性的影响,奠定了他从事科学研究的信念.

数学中有 5 个常数(有人称它们为 5 朵金花)经常用到:自然对数底  $e$ , 圆周率  $\pi$ , 虚数单位  $i$ , 自然数 1 和 0, 如果用  $e$  为底  $i$  乘以  $\pi$  为指数的幂,然后加上 1,会得到什么样的结果呢?

这确实是个有挑战的问题.第一次知道结果竟然是 0 时,我和很多人一样真是非常惊讶,难以置信!

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

5 朵金花没有任何明显的特征能够联系在一起,在欧拉恒等式中却以这样一种方式简洁、和谐地统一在一起,得到这样一个既普通又寻常的结果,实在出乎意料,真是大道至简!

更加令人意想不到的,把  $e^{i\pi} = -1$  写成对数的形式,便可得

$$\ln(-1) = i\pi$$

就是说  $-1$  的对数是一个虚数!这大大超越了我们的思维疆域.

这样的体验,笛卡儿有过,牛顿有过,欧拉有过,华罗庚有过……你我也曾有过?!

### 数学力量与光芒

很多人在小学都有这样的经历,常常被四则运算应用题搞得焦头烂额,可一旦学习了列方程解应用题,过去许多百思不解的问题,就会迎刃而解,那种痛快淋漓的感觉记忆犹新.在牛顿、莱布尼茨微积分还没有创立之前,人们对很多曲线面积问题就已经找到了解决的办法,不过这些解决办法因问题而变,缺少统一思想和方法,此外还有很多几乎无法下手的难题.牛顿-莱布尼茨公式像黑夜中的一道闪电,亮彻了天空,就像英国诗人蒲柏(A. Pope, 1688~1744)写的:“自然和自然的规律隐藏在茫茫黑夜之中.上帝说:让牛顿降生吧.于是一片光明”.在掌握了定积分和不定积分的深刻联系后,之前成千上万的问题迎刃而解.我们在学习数学的道路上每向前一步,每攀登一座高峰,都会感受到一种力量.力量的源泉是生生不息的数学思想和方法,而且这种力量获得可谓筚路蓝缕、历经沧桑.如果站在巨人的肩膀上,巨人的思想方法如同黑夜中的灯塔指引我们前进的方向.学习、感悟巨人的数学思想,

理解、掌握必要的方法,相应的问题就能轻易地解决,这就是数学巨人、当然也是数学给予我们的伟大力量。

### 数学的趣味与美妙

一幅美妙的图画能赏心悦目、过目难忘,一首动听的乐曲能绕梁三日、不绝于耳。数学更有超越其自身的美学价值。数学的美妙是其本质特征的表现。数学的美妙靠我们去领悟:一切绝妙的美都显示出奇异的均衡关系(培根);美是各部分之间以及各部分与整体之间固有的和谐(海森堡)。数学的美,质朴深沉,数学的妙,鬼斧神工,令人拍案称绝!数学的趣,醇浓如酒,令人神魂颠倒。因为美,才更有趣;因为有趣,才显得更美。美和趣的和谐统一,造就了数学的种种奇妙。数学理论的发展有几种可能的形式可供选择时,能迅速地帮助我们作出抉择的理由最有可能就是数学的美感——和谐、简洁、有序、对称。正如伯特兰·罗素(B. Russell, 1872~1970)所言:数学,如果正确地看它,则具有……至高无上的美——正像雕刻的美,是一种冷而严肃的美,这种美不是投合我们天性的微弱的方面,这种美没有绘画或音乐的那些华丽的装饰,它可以纯净到崇高的地步,能够达到严格的只有最伟大的艺术才能显示的那种完美的境地。

### 数学的思想与精神

科学理性精神的源头在古希腊。古代希腊人敢于正视自然,他们摒弃了传统概念中的愚昧、迷信,对自然采取了一种非同寻常的态度。他们深信,冥冥之中有一种神奇的东西主宰世界,自然界是按照这种神奇的意志设计的。这种设计虽然不受人的行为所影响,但却能被人感知,被人的思维所理解。希腊人这样的信条换一种方式表达,就是相信自然界是按照数学原理构成的,即所谓“万物皆数”——毕达哥拉斯(Pythagoras)。最早把数的概念提到突出地位的是毕达哥拉斯学派。他们很重视有理数,企图用数来解释一切。宣称数是宇宙万物的本原,研究数学的目的并不仅仅在于使用而是为了探索自然的奥秘,甚至于认为是某种数学关系决定了自然的规律与秩序,借助数学知识就可以充分地认识自然和世界。这种态度是批判的和反宗教的,体现的精神就是所谓的理性精神。理性精神成为人类探索宇宙奥秘的精神支柱,成为人类抗争宗教、迷信的力量源泉,成为科学研究的不二信念。数学精神的精髓就是理性精神。在当代我们把理性精神概括为:独立思考,不迷信权威;尊重事实,不感情用事;思辨分析,不混淆是非;严谨推理,不违背逻辑(张奠宙)。数学中蕴藏着大量朴素而深刻的思想,形成了一套独特的科学研究方法,如分析与综合、演绎与归纳、抽象与具体、联想与类比。例如,虽然我们千百次地精确测量等腰三角形的两底角都是相等的,但是还不能说明已经证明了等腰三角形的底角相等,而必须用逻辑推理的方法严格地给予证明。在数学里证明一个定理,必须利用定义、公理或者已经证明过的定理用逻辑推理的方法推导出这个新定理来。

### 数学的规则与自由

学习数学,会感到被很多“清规戒律”所束缚,但随着学习的深入,它们被一个个打破。小学学习减法只能5减3,到了初中3也可以减5;从只有数字才可以相加,到后来字母也可以相加、符号也可以相加;从字母到变量,从变量到函数,从函数到泛函……学习越深入就越有

这种自由解放的感受. 数学中,人们可以通过完全自由的思想,达到无比的满足. 乔治·康托尔(G. Cantor, 1845~1918)坦言“数学的本质就在于它的自由”. 数学没有任何外在的约束,能约束数学的还是数学. 德国数学家赫尔曼·汉克尔(H. Hankel, 1839~1873)也曾说过“数学沿着它自己的道路而无拘无束地前进着,这并不是因为它有什么不受法律约束之类的种种许可证,而是因为数学本来就具有一种由其本性所决定的,并且与其存在相符合的自由”.

有人说,摄影师本是去欣赏美景、去寻找美景、去捕捉美景的,结果摄影师往往却是被美景捕获. 多年来,我们一直沉醉于探寻数学文化的美妙,数学的故事总是那么容易吸引我们,吸引着我们去发现,吸引着我们去欣赏,吸引我们去交流、传播. 正如英国大文豪萧伯纳(G. B. Shaw, 1856~1950)所说:“倘若你有一个苹果,我也有一个苹果,而我们彼此交换这些苹果,那么你和我仍然各有一个苹果,但是倘若你有一种思想,我也有一种思想,而我们彼此交流这些思想,那么我们每个人将各有两种思想.”每讲授一次“数学文化赏析”,我们都要对内容进行增补和删减,力争完善. 事实上,这项工作带给我们的快乐的同时也有少许的遗憾,所接触的资料越来越多,但限于课时的原因,有很多好的内容不得不忍痛割爱.

本书是在这几年讲授“数学文化赏析”课程的讲义的基础上整理而成的,内容进行了大量增减并作了必要的调整,讲义 PPT 中有大量的图片和少量视频,在本书中适当保留了一些图片. 如果说读者通过阅读本书,又能重新激发学习数学的兴趣,感受学习数学的乐趣,哪怕这个火苗还不是那么耀眼,我们也心满意足了,离我们期许的目标也就不远了.

感谢数学学院孙玉秋院长的大力支持,是学院为我们提供了一个展示数学文化魅力的舞台;感谢何先平教授和成庭荣副教授的全力协助和无私奉献;感谢学院资料室提供了众多的资料和素材;书中引用了较多相关书籍、文献和网络资料,在此不胜枚举,表示衷心感谢!

特别感谢长江大学校友总会孙启军主任和校友基金会的大力支持,科学出版社编辑的热情鼓励,没有他们的鼎力相助,本书也不可能这么快问世.

潘大勇

2015 年 11 月 29 日

# 目 录

|                            |    |
|----------------------------|----|
| 第一章 数学的情怀.....             | 1  |
| 欢迎来到“数学文化赏析”.....          | 1  |
| 数学的情怀你有没有? .....           | 1  |
| 笛卡儿致克里斯蒂娜的“心形线”.....       | 3  |
| 数学文化的内涵.....               | 5  |
| 数学的文化情怀.....               | 5  |
| 小赖小戴互换柴和菜——绕口令的数学问题.....   | 7  |
| 盲人听鼓——耳朵能听出鼓的形状吗.....      | 9  |
| 数学文化和数学素养 .....            | 10 |
| 数学和数学文化的教育价值 .....         | 10 |
| 趣味思考题一 .....               | 12 |
| 第二章 数学的魅力 .....            | 13 |
| 听数学—— $\pi$ 的声音 .....      | 13 |
| 斯特林近似公式 .....              | 15 |
| $\pi$ 的连分数表示式 .....        | 16 |
| 欧拉恒等式——史上最美的公式 .....       | 16 |
| 匪夷所思的蒲丰投针试验 .....          | 17 |
| 任意两个自然数互质的概率 .....         | 18 |
| 高斯积分和 $\pi$ .....          | 18 |
| 看得见的数学和看不见的数学 .....        | 19 |
| 悬链线—— $e$ 和美丽的数学风景 .....   | 19 |
| 悬链线方程的求解 .....             | 21 |
| 七桥问题——欧拉的巧妙构思 .....        | 23 |
| 渔网中的数字密码和欧拉公式 .....        | 24 |
| 抽象的力量——数学的魅力 .....         | 24 |
| 所有的问题都是可解的吗——“存在性命题” ..... | 25 |
| “抽屉原理”与存在性命题 .....         | 26 |
| 推理严密和结论的精确 .....           | 27 |
| 罗素“证明”自己是教皇 .....          | 27 |
| 地球赤道上的箍和小老鼠 .....          | 27 |
| 应用——数学展示的魅力 .....          | 28 |

|                                      |    |
|--------------------------------------|----|
| 哈雷彗星的发现 .....                        | 29 |
| 海王星和谷神星的发现 .....                     | 30 |
| 谷神星的发现 .....                         | 30 |
| 黄金分割——数学之美 .....                     | 31 |
| 斐波那契数列与黄金分割 .....                    | 32 |
| 斐波那契螺旋线——黄金螺旋 .....                  | 32 |
| 数学认知的角度和层次 .....                     | 34 |
| 数学的眼睛和数学的翅膀 .....                    | 34 |
| 英国律师在大学里要必修多门高等数学类课程 .....           | 35 |
| 西点军校里的数学 .....                       | 35 |
| 埃尔米特——不会考试的数学家 .....                 | 35 |
| 数学的美妙 .....                          | 36 |
| 数学的趣味美 .....                         | 36 |
| 信息时代——数学将震撼你的世界 .....                | 38 |
| 趣味思考题二 .....                         | 39 |
| <b>第三章 数学的故事——数学的起源和初等数学时期</b> ..... | 40 |
| 数学发展的坐标 .....                        | 40 |
| 河谷文明——数学生长的地方 .....                  | 40 |
| 记数的起源——记数与十进制 .....                  | 41 |
| 手的延伸——结绳记事和刻痕记数 .....                | 41 |
| 书写印记——纸草书和泥板 .....                   | 43 |
| 几何萌生——早期的几何图形 .....                  | 45 |
| 留给世界之谜——埃及金字塔 .....                  | 46 |
| 数学起源时期特征 .....                       | 47 |
| 初等数学时期——邻家碧玉初长成 .....                | 47 |
| 古希腊——西方文明的源头 .....                   | 47 |
| 历史的回响——雅典学院 .....                    | 47 |
| 泰勒斯——“命题需要证明” .....                  | 49 |
| 毕达哥拉斯——“万物皆数” .....                  | 50 |
| 欧几里得——《几何原本》 .....                   | 52 |
| 阿基米德——理论天才与实验天才合于一人的理想化身 .....       | 53 |
| 阿波罗尼奥斯——《圆锥曲线论》 .....                | 55 |
| 托勒密——三角学之父 .....                     | 55 |
| 丢番图——不定方程 .....                      | 55 |
| 代数的历史演进 .....                        | 56 |
| 东方——中国古代数学巡礼 .....                   | 56 |
| 《算术书》——中国最早的数学专著 .....               | 56 |
| 《周髀算经》与“勾股定理” .....                  | 57 |

|                                       |    |
|---------------------------------------|----|
| 史上最早的乘法口诀表——战国秦朝 .....                | 58 |
| 弦图——勾股定理的证明 .....                     | 59 |
| 《九章算术》——中国影响最大的数学著作 .....             | 59 |
| 刘徽——“中国古代数学第一人” .....                 | 59 |
| 魏晋南北朝到隋唐时期的中国数学(公元 3 世纪~11 世纪) .....  | 60 |
| 十三世纪的宋元数学 .....                       | 60 |
| 印度古代数学的主要成就 .....                     | 61 |
| 主要贡献 .....                            | 62 |
| 阿拉伯国家数学(公元 8 世纪~15 世纪) .....          | 62 |
| 欧洲文艺复兴时期的数学(公元 16 世纪~17 世纪初) .....    | 62 |
| 透视与射影几何 .....                         | 63 |
| 对数——英国数学家纳皮尔 .....                    | 65 |
| 趣味思考题三 .....                          | 66 |
| <b>第四章 数学英雄的时代——近代数学和现代数学时期</b> ..... | 67 |
| 笛卡儿的坐标系——解析几何的诞生 .....                | 67 |
| “世纪英雄”——牛顿和莱布尼茨 .....                 | 68 |
| 微积分的创立是牛顿最卓越的数学成就 .....               | 69 |
| 莱布尼茨——又一个时代英雄 .....                   | 70 |
| 莱布尼茨的中国文化情结 .....                     | 72 |
| 18 世纪——分析的时代 .....                    | 72 |
| 欧拉——我们大家的老师 .....                     | 73 |
| 柯西——业绩永存的分析大师 .....                   | 74 |
| 高斯——数学王子 .....                        | 75 |
| 数学史上的一件奇事——洛必达法则 .....                | 76 |
| 费马大定理 .....                           | 77 |
| 新的时期——打开现代数学的大门 .....                 | 78 |
| 近代数学上两项革命性的发现——非欧几何与不可交换代数 .....      | 79 |
| 罗巴契夫斯基——非欧几何第一人 .....                 | 79 |
| 英年早逝的阿贝尔和伽罗瓦 .....                    | 80 |
| 我见到了,但我不相信——康托尔和他的无穷世界 .....          | 81 |
| 希尔伯特和他的 23 个问题 .....                  | 81 |
| 实数系作为分析基础的设想 .....                    | 82 |
| 拓扑学——庞加莱定理和庞加莱猜想 .....                | 83 |
| 边缘数学学科 .....                          | 84 |
| 克雷数学研究所悬赏的世界七大数学难题 .....              | 85 |
| 数学发展呈现出一些比较明显的特点 .....                | 85 |
| 趣味思考题四 .....                          | 87 |

|                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| 第五章 对称与群 .....                  | 88  |
| 下一个符号是什么? .....                 | 88  |
| 投放硬币的趣味问题 .....                 | 88  |
| 对称——我们生活的世界 .....               | 88  |
| 平面图形的两种不同的对称形式 .....            | 89  |
| 谢尔平斯基三角形与谢尔平基地毯 .....           | 89  |
| 门格尔海绵(Menger sponge) .....      | 91  |
| 完美图形与富勒烯 .....                  | 92  |
| 海伦—秦九韶公式 .....                  | 93  |
| 图形的面积与对称——等周问题 .....            | 95  |
| 托里拆利小号(Torricelli's Horn) ..... | 97  |
| 欧拉公式与正多面体 .....                 | 98  |
| 美国数学会会徽错误 50 多年才发现 .....        | 99  |
| 地球上的对跖点(antipodes) .....        | 100 |
| 紫禁城——世界宫殿的杰作 .....              | 100 |
| 对称——伊斯兰教建筑的装饰图案(motif) .....    | 101 |
| 花窗——园林建筑的眼睛 .....               | 102 |
| 诗词中的对称 .....                    | 103 |
| “天然居”酒家的门联 .....                | 103 |
| 埃舍尔和他的魔幻世界 .....                | 104 |
| 艾米·诺特与物理中的对称性 .....             | 106 |
| 苯的分子结构和对称 .....                 | 107 |
| 埃尔米特与对称矩阵 .....                 | 108 |
| 对称与平面图形的初等变换 .....              | 108 |
| 运动中的图形和变换 .....                 | 109 |
| 从对称到群 .....                     | 111 |
| 伽罗瓦——超越时代的孤独 .....              | 113 |
| 正规子群——构筑对称的砖块 .....             | 115 |
| 晶体分类——群大显身手 .....               | 116 |
| 追求几何理论统一性的数学家——克莱因 .....        | 116 |
| 趣味思考题五 .....                    | 117 |
| 第六章 数字游戏与数论 .....               | 119 |
| 数字游戏与数字黑洞 .....                 | 119 |
| 西西弗斯(Sisyphus)——123 黑洞 .....    | 119 |
| 卡普雷卡尔黑洞 .....                   | 120 |
| 数字幻想曲 .....                     | 120 |
| 神奇的“无 8 数” .....                | 120 |

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| $3n+1$ 谜题 .....            | 122 |
| “数学好玩”和数论 .....            | 123 |
| 关于研究素数规律的三个角度 .....        | 123 |
| 孪生素数和一个执著的数学家张益唐的传奇 .....  | 124 |
| 梅森素数——数论中的钻石 .....         | 126 |
| 科尔和他无声的数学学术报告 .....        | 127 |
| 梅森素数和国家的科技水平 .....         | 127 |
| 梅森素数和代数编码 .....            | 130 |
| 寻找完美数之路 .....              | 132 |
| 趣味思考题六 .....               | 134 |
| 第七章 数字与数字文化 .....          | 135 |
| 中西数字文化现象趣谈 .....           | 135 |
| 数字文化趣谈——数字 1 .....         | 136 |
| “一”的含义较广 .....             | 136 |
| 占卜者的机智——“一”的妙用 .....       | 136 |
| 数字文化趣谈——数字 2 .....         | 136 |
| 数字文化趣谈——数字 3 .....         | 137 |
| 高大上——犇犇麤酒楼 .....           | 138 |
| 数字文化趣谈——数字 4 .....         | 138 |
| 章太炎为三千金取名 .....            | 138 |
| 数字文化趣谈——数字 5 .....         | 139 |
| 品茶五字——可以清心也 .....          | 139 |
| 循环素数——已知与未知 .....          | 140 |
| 数字文化趣谈——数字 6 .....         | 140 |
| 六尺巷——来自安徽桐城的传奇 .....       | 141 |
| 数字文化趣谈——数字 7 .....         | 141 |
| 数字 7 的传奇故事 .....           | 141 |
| 知人之道有七焉——蜀汉丞相诸葛亮 .....     | 143 |
| 7 的计算和神秘之数 142857 .....    | 144 |
| 数字文化趣谈——数字 8 .....         | 144 |
| 8888——小镇布利特海姆非同一般的邮戳 ..... | 144 |
| 数字文化趣谈——数字 9 .....         | 145 |
| 键盘上的偶然发现 .....             | 146 |
| 数字文化趣谈——数字 0 .....         | 146 |
| 不可不知的常识——塑料瓶底三角形中的数字 ..... | 146 |
| 数字文化趣谈——数字 10 .....        | 147 |
| 诗词和对联中的数字文化现象 .....        | 148 |
| 灵动的数字——数字入诗欣赏 .....        | 150 |

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| 24748,小坟葬伟大·····         | 151 |
| 才情与诗情——数学家华罗庚的诗·····     | 151 |
| 数学大师陈省身的诗人情怀·····        | 151 |
| 顺读逆吟皆成诗——回文诗·····        | 152 |
| 诗词中的数学问题·····            | 153 |
| 画龙点睛——数字与对联·····         | 153 |
| 丞相吕蒙正怪联寓深意·····          | 154 |
| 诗人的难题——黄庭坚对联·····        | 154 |
| 一生功绩在此中——南阳武侯祠联·····     | 155 |
| 卓文君从一到万——道不尽的相思·····     | 155 |
| 乾隆大摆千岁宴联·····            | 155 |
| 王安石三难苏学士·····            | 156 |
| 析字联——汉字的神奇·····          | 156 |
| 丰子恺先生谐音成趣对联·····         | 156 |
| 趣味思考题七·····              | 156 |
| <b>第八章 数学的语言</b> ·····   | 157 |
| 数学是一种语言·····             | 157 |
| 数学语言的特点·····             | 158 |
| 数学语言的科学性·····            | 158 |
| 数学语言的简洁性·····            | 159 |
| 数学语言的严谨性·····            | 159 |
| 数学语言是人类文明、宇宙文明的共同语言····· | 160 |
| 自然之秘——自然的数学语言·····       | 160 |
| 从一维到多维——维度语言·····        | 161 |
| 证明了勾股定理的美国总统·····        | 163 |
| 圈儿、圈儿寄相思——别样符号语言·····    | 164 |
| 数学家与语言、文学·····           | 165 |
| 诗意数学·····                | 166 |
| 塞尚的视觉语言与数学语言·····        | 166 |
| 上得山多终遇虎——用数学的眼光理解俗语····· | 167 |
| 统计学与语言文学之间的联系·····       | 167 |
| 数学语言的学习与课程标准·····        | 169 |
| 趣味思考题八·····              | 170 |
| <b>第九章 无处不在的应用</b> ····· | 171 |
| 数学技术——时代大潮的潮头·····       | 171 |
| 21 世纪的门口挂着一块牌子·····      | 172 |
| “数学地”思考问题·····           | 173 |

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| 自然模式和数学秘钥·····                 | 174 |
| 数学技术是高新技术的核心·····              | 176 |
| 逻辑代数——布尔代数·····                | 176 |
| 从烽火台到现场电视直播·····               | 177 |
| 互联网搜索引擎·····                   | 178 |
| 从 X 光透视到 CT 扫描——拉东变换·····      | 179 |
| 小波分析——从指纹识别到老唱片翻新·····         | 180 |
| 一项关键数学技术——卡尔曼滤波·····           | 180 |
| 余弦定理和新闻的分类·····                | 181 |
| 三根导线的故事——在看不见数学的地方发现数学·····    | 183 |
| 蝴蝶效应·····                      | 184 |
| 数学建模·····                      | 184 |
| 放射纪年法·····                     | 187 |
| “天再旦”与夏商周断代工程·····             | 188 |
| 微分方程——马尔萨斯人口模型·····            | 189 |
| 反问题——石油勘探中的重要数学方法·····         | 192 |
| 应用数学——当代与未来的发展的重器·····         | 194 |
| 趣味思考题九·····                    | 194 |
| <b>第十章 当下最迷人的学科——统计学</b> ····· | 195 |
| 统计学·····                       | 195 |
| 统计学的方法论意义·····                 | 198 |
| 一封学统计的学生写的情书·····              | 199 |
| 恩格尔系数和肥胖·····                  | 200 |
| 统计学家献妙计,盟军飞机炸德军·····           | 200 |
| 改变人类社会的大数据·····                | 201 |
| 数据挖掘潜力无穷·····                  | 202 |
| 大数据将重构汽车行业·····                | 202 |
| 大数据和现代企业·····                  | 204 |
| 变革中的大数据·····                   | 205 |
| 大数据新创企业·····                   | 206 |
| 大数据思维将会颠覆我们很多原来的思维·····        | 206 |
| 大数据和品酒师·····                   | 207 |
| 两个故事和大数据背后的相关关系·····           | 208 |
| 用盐食用量估计避难人数·····               | 209 |
| 大数据悖论·····                     | 209 |
| 信号与噪音·····                     | 210 |
| 新智慧生物的诞生? ·····                | 211 |
| 关于统计学的笑话·····                  | 213 |

---

|              |     |
|--------------|-----|
| 统计学家的故事..... | 213 |
| 趣味思考题十.....  | 213 |
| 趣味思考题答案..... | 215 |
| 趣味思考题一.....  | 215 |
| 趣味思考题二.....  | 215 |
| 趣味思考题三.....  | 216 |
| 趣味思考题四.....  | 217 |
| 趣味思考题五.....  | 218 |
| 趣味思考题六.....  | 218 |
| 趣味思考题七.....  | 218 |
| 趣味思考题八.....  | 219 |
| 趣味思考题九.....  | 220 |
| 趣味思考题十.....  | 221 |
| 主要参考书.....   | 223 |

# 第一章 数学的情怀

一个国家只有数学蓬勃发展,才能展现它国力的强大.数学的发展和至善与国家繁荣昌盛密切相关.

——拿破仑(Napoléon Bonaparte,1769~1821)

在学校的许多知识,如果毕业后没有机会去用的话,不到一两年就会忘掉.然而,唯有深深铭刻在头脑中的数学精神,数学的思维方法、研究方法、推理方法和着眼点等,都随时随地发挥作用,使他们终生受益.

——米山国藏

## 欢迎来到“数学文化赏析”

欢迎来到“数学文化赏析”,这是我们熟悉而陌生的园地.我们熟悉,是因为我们每个人都走过太长太长的数学路,学过时间最长的课程,从牙牙学语初识1,2,3,历经面壁十年寒窗苦读,从一个校园走向另一个校园,从小学课堂走向中考、高考战场,走到令人向往的大学校园.回首当年,当高考结束,对很多人而言,对数学的记忆恐怕留在高考的那张考卷上面了.解放的头脑,也许不再为数学留下一点儿的空间.我们陌生,是因为对很多人而言,模糊的记忆里,是残缺的公式和零乱无章的图形,是沉闷的课堂和连绵的催眠曲,是堆积的资料和无边的题海,是做不完的试卷.那些被考试和升学异化了的数学,留在我们记忆中的是少许的快乐,而更多的则是压抑的痛楚.

忘掉记忆里那一片片残枝和败叶吧,重新唤醒对数学的情感,我们会迎来一个新的数学百花园.这里没有考试的压力,没有紧张的智力竞赛,没有偏题、难题、怪题;这里不再讲授深奥的数学知识,不再研究深奥的解题技巧.只要你带着轻松平和的心态,带着欣赏的眼光,一同来享受数学文化的盛宴.

## 数学的情怀你有没有?

在一本书上,有一段描述不同领域的学者对数学的感悟,他们是怎么说的呢?

音乐家说:数学是世界上最和谐的音符.

植物学家说:世界上没有比数学更美的花朵.

美学家说:哪里有数学,哪里才有真正的美.

哲学家说:你可以不相信上帝,但是你必须相信数学,世界什么都在变,唯有数学是永恒的.

对数学的感悟如此真切、如此深厚,把我们引向一个美妙的世界中.也许我们大多数人难以达到他们站立的高度,难以领略他们眼中的风采,但这并不影响我们对数学的感受和理

解,并不影响我们发现数学的美丽.

数学是抽象的,数学也是具体的.其实数学无时无刻不在我们的身边,关乎我们每一个人的生活,而不是仅仅只和数学家有关.学习数学的人,研究数学的人,或多或少对数学都有一种难以割舍的情感.

英国诗人马佛尔(A. Marvell, 1621~1678)通过几何中平行线、角度、相交等数学概念来描写、象征对爱的情感,他写的《爱的定义》颇为有趣:

像直线一样,爱也是倾斜的,  
它们自己能够相交在每个角度,  
但我们的爱确实是平行的,  
尽管无限,却永不相遇.

爱情,向来是难以用语言表达清楚的一个名词.作者用读者都熟悉的平行线,借助数学丰富的意象,巧妙地向读者准确地传达了爱的真谛.

据传,清华大学一位数学教授曾经发表了一首关于数学的情诗,被誉为“千古绝唱”,广为传播(诗文来自网络):

我的心就是一个圆形,因为它的离心率永远是零.  
我对你的思念就是一个循环小数,一遍一遍,执迷不悟.

我们就像抛物线,你是焦点,我是准线,  
你想我有多深,我念你便有多真.

零向量可以有很多方向,却只有一个长度,  
就像我,可以有很多朋友,  
却只有一个你,值得我来守护.

生活可以是甜的,也可以是苦的,  
但却不能没有你,枯燥平平.  
就像分母,可以是正的,也可以是负的,  
却不能没有意义,取值为零.

有了你,我的世界才有无穷大,  
因为任何实数,都无法表达我对你深深的 Love.

我对你的感情,就像以自然对数  $e$  为底的指数函数,  
不论经过多少求导的风雨,依然不改本色,真情永驻.

不论我们前面是怎样的随机变量,不论未来有多大的方差,  
相信波谷过了,波峰还会远吗?