



口袋题库考研数学“化繁为简”轻松学系列

# 概率论与数理统计

## 习题精解巧析

李 曜 • 主编



● 解题水到渠成

● 知识查漏补缺

● 串联海量题型

● 探索逻辑共性



海量精品资源，实时答疑，与名师互动，口袋题库与瀚海考研强强联手，扫二维码，尽享无限增值服务！



中国工信出版集团



电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY  
<http://www.phei.com.cn>

口袋题库考研数学“化繁为简”轻松学系列

# 概率论与数理统计 习题精解巧析

李 曦 主 编  
陈艳君 副主编

电子工业出版社  
Publishing House of Electronics Industry  
北京 · BEIJING

## 内 容 简 介

本书是作者 20 余年教学经验的结晶。作者在广泛收集、细致筛选习题素材的基础上，用 55 个知识点将概率论与数理统计课程“庖丁解牛”，并且设法将各个知识点根据知识体系及解题方法有机地联系起来，体现了本系列图书一贯的先以思想引出方法，再以方法指导解题的“化繁为简学习法”的总构思。

本书分为 8 篇，分别是随机事件和概率、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、数理统计的基本概念、参数估计、假设检验，每篇均由知识网络图、章节综述、若干知识点、综合测试题及详解组成。知识网络图可使读者形成知识框架，是学习本课程及解题的思维导图；章节综述言简意赅，系统解释知识网络图，是连接各章节及各个知识点的枢纽；题目按难度系数分为 5 类，循序渐进；题目的解析，从宏观思想方法到微观的解题技巧两方面深入解剖，其中穿插的 8 大“招数”是作者在海量题目中提炼出的解题技巧的精华。

本书每个章节及知识点中均穿插“书链”二维码，内含更多免费资源。本书适合考研复习和初学本课程的学生作为强化练习使用，也适合大学教师用于教学参考。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

## 图书在版编目（CIP）数据

概率论与数理统计习题精解巧析 / 李曦主编. —北京：电子工业出版社，2016.7

口袋题库考研数学“化繁为简”轻松学系列

ISBN 978-7-121-29351-1

I. ①概… II. ①李… III. ①概率论—高等学校—题解 ②数理统计—高等学校—题解 IV. ①O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 157828 号

策划编辑：齐 岳

责任编辑：徐 静 特约编辑：刘 凡

印 刷：涿州市京南印刷厂

装 订：涿州市京南印刷厂

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：887×1 092 1/16 印张：20 字数：455 千字

版 次：2016 年 7 月第 1 版

印 次：2016 年 7 月第 1 次印刷

定 价：45.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，  
联系及邮购电话：(010) 88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 [zlts@phei.com.cn](mailto:zlts@phei.com.cn)，盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

本书咨询联系方式：(010) 88254473、[qiyue@phei.com.cn](mailto:qiyue@phei.com.cn)。

# 前 言



《高等数学习题精解巧析》、《线性代数习题精解巧析》及《概率论与数理统计习题精解巧析》是我们编写的系列习题书，此书是继《线性代数习题精解巧析》之后的第二本习题书。我们考虑到此类书多而繁杂，深感若不能写出特色，则很难被读者认可，因此殚精竭虑，力图将我们多年教学之精华全倾注于这套书中。

在写本套书之前，我们已经总结出了学习大学数学的“化繁为简学习法”。此方法立足于知识点的概括与联系，力图将繁杂不堪的知识点变得简单易懂。其特点是以思想提炼方法，以方法指导繁杂的题型，以专题带动知识点。若运用此方法，将彻底打破数学学习枯燥刻板的印象，给学习者一种全新的体验。

就概率论与数理统计课程而言，其内容比高等数学课程的内容少很多，题型的变化也不如后者。但是本课程的特点在于它研究的是“不确定的现象”，而高等数学与线性代数研究的对象都是“确定的现象”。高等数学的内容可以认为是中学数学的内容加上“极限”的思想而已，是在中学数学的学习基础上的再提高；而概率论与数理统计则可以看成高等数学中微积分部分的一个具体而生动的应用，因此本课程与高等数学课程具有较强的相关性，具有良好的高等数学基础加上理解概率模型是学好本课程的保证。学习本课程最重要的是理解其中的基本概念，掌握建立概率模型的方法。概率模型有“集合模型”与“函数模型”两种，其中函数模型是建立在集合模型的基础之上的。本课程分为两大部分，即概率论部分与数理统计部分，概率论是理论基础，数理统计是实际应用，其中第5篇是连接两者的中心枢纽。为了帮助同学们在较短的时间内掌握本课程的中心思想与主要解题方法，我们特编写本书，并计划编写《考研概率论与数理统计专题全讲》。我们会在多年教学实践的基础上，将“化繁为简学习法”进行到底，将概率论与数理统计的核心问题概率——随机变量及其分布——多维随机变量及其分布等内容通过专题形式紧密地联系起来，这样就可以让所有习题真正生动起来。我们不做习题的“搬运工”，而是要引导学生在题海中畅游无阻。

为了帮助同学们学好概率论与数理统计课程，本书的解决方案是在结构上以细分知识点为主，运用“化繁为简”的思想，先将所有知识点联系起来引出整本书的“思维导图”，同时在每一篇前面也各有一个框图，这些图可反映出几个方面：一是反映知识点之间的联系，不让每个知识点成为“孤岛”，让学生在各个知识点之间能够通行无阻；二是引导学生有目的地选择题目来练习，也就是说，不一定要按部就班地沿着知识点的顺序

机械地去做题，通过这些图可以引导学生有选择性、有重点地做题，大大提高学习的效率；三是通过这些图让大家明白综合题的出题思路，从而顺利拆解综合题。

本书将概率论与数理统计课程精确地分为 55 个知识点，每一个知识点均为一个最小的功能模块：知识点内容包含其涉及的定理、定义、结论与解题方法综述等，相关的习题按照 5 个等级的难点尽可能铺开，习题皆精选而来且比较全面，有精细的解析，部分习题后面有精彩的点评，中间插入一些“小而精”的总结。总结中有不少原创的或归纳的方法，我们将其总结为 8 大招数：妙招、怪招、险招、绝招、奇招、趣招、无招胜有招、比招，合起来就是“妙怪险绝，奇趣无比”。

最具吸引力的是，书中每一个知识点均加入“口袋题库考研”App 的二维码，学习者只要在书中扫一扫，即可进入一种全新的学习模式：共享海量学习资源，吸取前人的学习经验，与学长、专家零距离互动等，最大限度地提高学习数学的效率。口袋题库考研学习平台与本书联合，学习者与作者零距离互动，书中的不足将在第一时间反馈到作者的面前，使得习题书的更新速度加快，习题书于是有了自我修复、自身造血的强大功能。最可喜的是，口袋题库考研作为线上平台可与书籍系列形成线上与线下互相补充、相得益彰的局面，这是其他同类书籍所不具备的优势。

总之，本习题书系列与其他同类习题书不同的特色是：打破习题书总结大同小异、大而散、中心不突出的现象，力求做到形散而神不散，简约而不简单，既有引导、又有独特的解题招数。更重要的是在形式、结构与内容上均有所突破，令人耳目一新、一目了然。

本书既适合考研的学生，同时也适合初学的学生，不过对于初学者来说，可能会感到题型略微偏难一些，它最适合基础中等以上的学生。当然对教师而言，它也是一个不错的题库，因为题型十分丰富，可供教师教学研究和出卷参考使用。

本书的关联平台除口袋题库考研外，瀚海网 (<http://hanhai.org>) 也将有与书籍对应的题库内容供大家试读，题库中的题量比书籍大一倍左右，可供学生补充使用。其他任何个人和机构不可发布本系列书籍与题库中的内容，若需合作，必须与口袋题库考研及瀚海网联系。

本书与另两本习题书是不可分割的整体，整套习题书为邹群老师总负责。在本书中，邹群老师为参编，负责整本书文字和风格的统一以及终审工作。最后，向为本书提供资料、提供建议及参与本书编辑修改工作的所有老师们致以深深的敬意和诚挚的谢意！由于水平及编写时间有限，书中错、漏难免，也欢迎读者批评指正！

本书的所有参与编写人员如下：

主编：李曦 南昌航空大学

副主编：陈艳君 南昌大学科学技术学院

参编：邹群 南昌航空大学。

主编 李 曦

2016 年 3 月于南昌航空大学

# 目 录

---



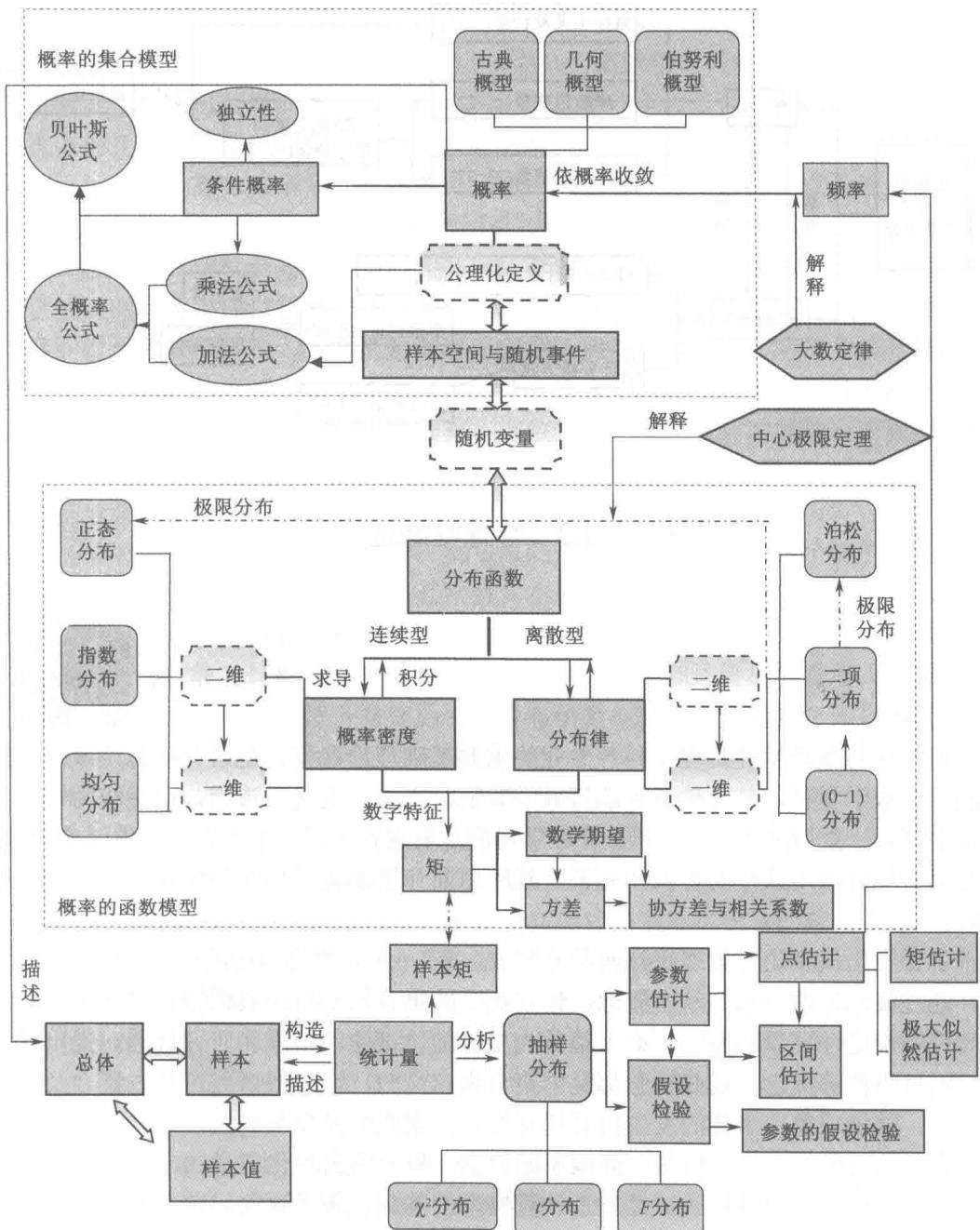
0 总框图及全课程综述.....	1
第 1 篇 随机事件与概率 .....	
综述.....	6
知识点 1 样本空间、随机事件的概念 .....	8
知识点 2 事件的关系及运算 .....	10
知识点 3 事件的运算律 .....	13
知识点 4 概率的概念与性质 .....	15
知识点 5 古典概型 .....	18
知识点 6 几何概型 .....	22
知识点 7 条件概率 .....	25
知识点 8 全概率公式 .....	28
知识点 9 贝叶斯公式（数学一、数学三） .....	31
知识点 10 事件独立性的概念及计算方法 .....	35
知识点 11 用事件独立性进行概率计算 .....	38
第 1 篇测试题 .....	40
第 1 篇测试题答案 .....	44
第 2 篇 随机变量及其分布 .....	
综述.....	55
知识点 12 随机变量 .....	56
知识点 13 分布函数的概念及性质 .....	58
知识点 14 一维离散型随机变量及其分布律 .....	60
知识点 15 0-1 分布与几何分布 .....	64
知识点 16 二项分布 .....	68
知识点 17 泊松分布 .....	72
知识点 18 一维连续型随机变量及其概率密度 .....	74
知识点 19 均匀分布 .....	77

知识点 20 指数分布.....	84
知识点 21 正态分布.....	87
知识点 22 一维随机变量函数的概率分布.....	92
第 2 篇综合测试题 .....	97
第 2 篇综合测试题详解.....	101
 第 3 篇 多维随机变量及其分布.....	113
综述.....	114
知识点 23 二维随机变量的联合分布函数.....	115
知识点 24 二维随机变量的边缘分布函数.....	119
知识点 25 二维离散型随机变量的联合分布、边缘分布和条件分布.....	123
知识点 26 二维连续型随机变量的联合概率密度.....	128
知识点 27 二维连续型随机变量的边缘概率密度 .....	132
知识点 28 二维连续型随机变量的条件概率密度 .....	136
知识点 29 随机变量的独立性 .....	141
知识点 30 二维均匀分布和二维正态分布.....	146
知识点 31 二维离散型随机变量函数的分布.....	150
知识点 32 二维连续型随机变量函数的分布.....	154
第 3 篇综合测试题 .....	158
第 3 篇综合测试题详解.....	164
 第 4 篇 随机变量的数字特征.....	181
综述.....	182
知识点 33 数学期望的概念及性质 .....	183
知识点 34 随机变量函数的数学期望 .....	187
知识点 35 方差的概念及性质 .....	193
知识点 36 随机变量的矩 .....	197
知识点 37 常见概率分布的数学期望与方差 .....	200
知识点 38 协方差的概念及性质 .....	203
知识点 39 相关系数的概念及性质 .....	209
第 4 篇综合测试题 .....	213
第 4 篇综合测试题详解.....	215
 第 5 篇 大数定律和中心极限定理.....	223
综述.....	224
知识点 40 切比雪夫不等式及大数定律 .....	225
知识点 41 中心极限定理 .....	228

第 5 篇 综合测试题 .....	231
第 5 篇 综合测试题详解 .....	232
第 6 篇 数理统计的基本概念 .....	235
综述 .....	236
知识点 42 数理统计的基本概念、样本的概率分布 .....	237
知识点 43 统计量的分布及常用统计量的分布 .....	241
知识点 44 经验分布函数 .....	244
知识点 45 抽样分布 .....	246
知识点 46 一个正态总体的抽样分布 .....	251
知识点 47 两个正态总体的抽样分布 .....	254
第 6 篇 综合测试题 .....	257
第 6 篇 综合测试题详解 .....	259
第 7 篇 参数估计 .....	264
综述 .....	265
知识点 48 矩估计法 .....	266
知识点 49 极大似然估计法 .....	270
知识点 50 点估计的评价标准 .....	274
知识点 51 一个正态总体均值与方差的置信区间 .....	279
知识点 52 两个正态总体均值差与方差比的置信区间 .....	282
第 7 篇 综合测试题 .....	285
第 7 篇 综合测试题详解 .....	287
第 8 篇 假设检验 .....	294
综述 .....	295
知识点 53 假设检验的基本概念和原理 .....	296
知识点 54 一个正态总体均值与方差的假设检验 .....	299
知识点 55 两个正态总体均值与方差的假设检验 .....	302
第 8 篇 综合测试题 .....	306
第 8 篇 综合测试题详解 .....	307

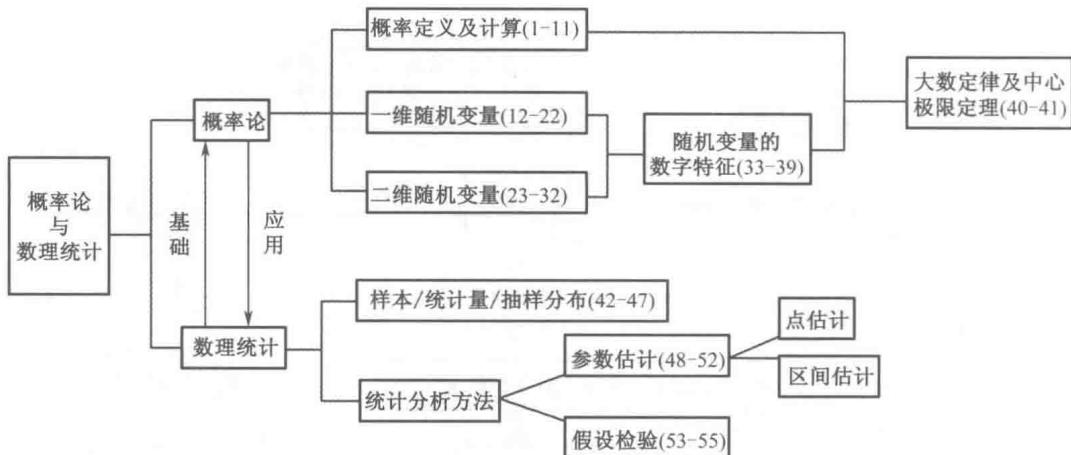
# 0 总框图及全课程综述

## 0.1 《概率论与数理统计》知识网格结构图



注：括号内的序号为对应知识点的序号。

## 0.2 《概率论与数理统计》知识点总框图



## 0.3 全课程综述



书链二维码:

概率论与数理统计是理工科各专业的重要基础理论课程，是研究随机现象统计规律性的一门数学学科，其理论及方法与数学其他分支相互交叉、渗透，已经成为许多自然科学学科、社会与经济科学学科、管理学科的重要理论工具。由于它具有很强的应用性，并且随着统计应用软件的普及和完善，其应用面几乎涵盖了自然科学和社会科学的所有领域。

本课程由概率论与数理统计两部分组成。第1~6篇是概率论的内容，侧重于理论探讨，通过概率论的一系列基本概念，建立概率的集合模型与函数模型，以寻求用数学分析研究不确定性现象的方法。第1篇首先根据随机试验的结果和研究目的，提出样本空间、随机事件等概念，这些概念都是由集合来定义的，这使得事件可通过集合及其运算来表示。随机现象中事件的发生具有偶然性，而偶然中又含有必然，因此需要给出衡量事件发生的可能性大小的度量，即概率的概念。概率的公理化定义的产生和发展经历了多个历史阶段，其中包含的诸性质是计算概率的基础。为了研究问题方便，将类似的随机试验归纳成一些概率模型，如古典概型、几何概型、伯努利概型等。条件概率表示已知一事件发生的条件下另一事件发生的概率，它也是概率，只是它反映了随机事件之间

相互联系的事实。利用条件概率的概念既可将其转化为乘法公式用来计算积事件的概率，又可与加法公式相结合构成全概率公式用来计算复杂事件的概率，贝叶斯公式是条件概率概念式与全概率公式的综合式，在实际应用中经常出现。事件独立是指事件之间互不影响，在事件独立下乘法公式变得更加简单，因此要掌握事件独立性的判断方法。总之，第1篇建立了概率的集合模型，它为第2、3篇概率的函数模型打下了坚实的基础。

第2、3篇建立了概率的函数模型。第2篇首先提出随机变量的概念，它不仅是联系概率的集合模型与函数模型的纽带，而且可将概率问题转化为函数问题来研究。随机变量是定义在样本空间的一个单值实值函数，主要分为离散型随机变量和连续型随机变量。分布函数是描述随机变量的基本函数，它可将随机事件通过函数来表示，分布函数具有诸多重要的性质，这些性质是解决概率问题的基础。离散型随机变量的取值为有限个或无限但可列多个，除分布函数外，还可用分布律来描述，分布律的优点是可以明确每一个单值对应的概率，分布函数与分布律之间可相互转化。常见的离散型分布需要掌握0-1分布、二项分布、泊松分布，必须掌握其特征及随机试验的背景。连续型随机变量的取值为连续区间，它是通过概率密度函数定义的，其优点是可以更直观地描述随机变量在各个区间取值的密集程度。分布函数与概率密度函数可通过求导与定积分相互转化，由此可知用一元函数的微积分可以完美地解决一维连续型随机变量的各种概率问题。连续型随机变量需要掌握均匀分布、正态分布、指数分布，必须清楚这些随机变量的表述、性质、数字特征及其应用。随机变量的函数仍是随机变量，求解随机变量的函数的分布需要通过分布函数建立事件之间的联系。

第3篇将一维随机变量的结论推广到多维随机变量，它并不是多个随机变量的简单叠加，其中还包括随机变量之间的相互联系。本课程主要讨论二维随机变量，从二维到多维可自然地拓展。对二维随机变量，首先讨论其联合分布函数，其次讨论边缘分布函数；相应地针对二维连续型随机变量讨论了联合概率密度和边缘概率密度，离散型随机变量讨论了联合分布律和边缘分布律。二维分布函数与概率密度函数之间可通过求偏导与重积分相互转化，由此可知利用二元函数的微积分可以完美地解决连续型随机变量的各种概率问题。本课程还讨论了条件分布及两个随机变量的独立性问题，这些问题是在第1篇随机变量的条件概率与独立性的函数表达。多维随机变量的函数同样是随机变量，其分布的讨论相对较难，但必须掌握一些简单函数的分布。

第4篇讨论随机变量的数字特征。概率分布描述的是随机变量的整体，而随机变量的数字特征是刻画随机变量的某一方面，必须理解随机变量的数学期望、方差、各阶矩、协方差与相关系数的本质涵义，掌握数学期望、方差、协方差与相关系数的性质，熟练运用各种计算公式；必须记住一些常见概率分布的数字特征，掌握处理数字特征的常用方法；其中随机变量的数学期望是所有数字特征的核心概念，其他数字特征的计算均可转化为随机变量函数的数学期望计算。

第5篇是概率论的最后一部分的内容，也是连接概率论与数理统计的枢纽。首先讨论切比雪夫不等式及三个不同条件下的大数定律，大数定律严谨地证明了大样本下频率值趋于稳定的特性以及用频率定义概率的合理性；其次讨论不同条件下的中心极限定理，这些定理一方面说明了正态分布的常见性与重要性，另一方面给出大量随机变量的和所

表示的事件的概率计算方法。本章必须了解大数定律的理论意义并熟练掌握中心极限定理的应用。

第 6~8 篇是数理统计的内容。数理统计是以概率论为理论基础, 研究如何对随机试验结果进行统计推断的数学分支, 具有广泛的应用。第 6 篇首先从总体、样本与样本值进行讨论。样本是一组随机变量的集合, 它是连接总体与样本值的纽带, 因此选取样本是讨论统计问题的关键, 本课程仅讨论简单随机样本, 其中随机变量独立同分布的特点是研究样本的基础, 从样本中产生一些常见的统计量, 将统计量的分布称为抽样分布, 它是进行统计推断的前提。统计中常见的抽样分布有三大分布:  $\chi^2$  分布、 $t$  分布、 $F$  分布, 必须清楚各自的定义、性质、结构、特点及通过查表计算其所表示的事件的概率的方法。其次必须掌握正态总体的样本均值和样本方差的分布, 最后将两者结合给出抽样分布。

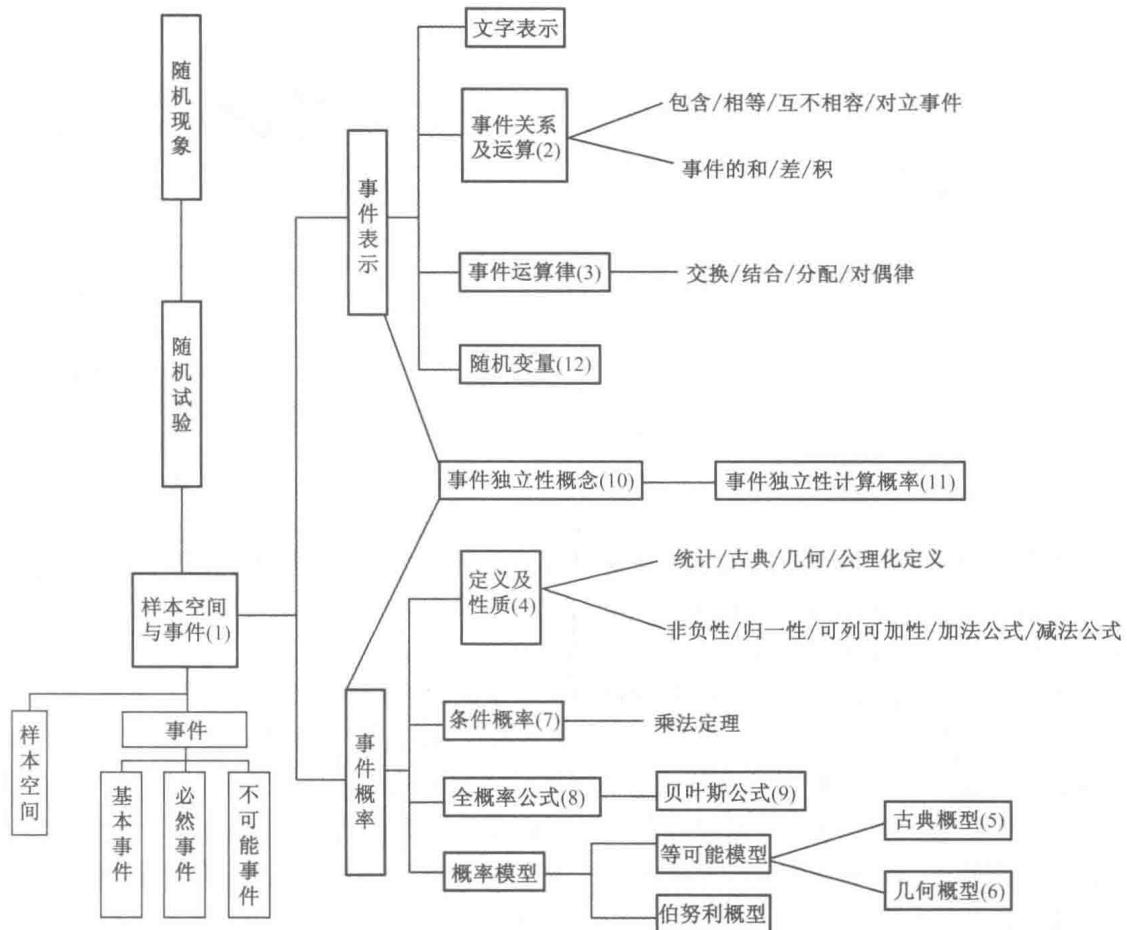
数理统计具体包括参数估计与假设检验两部分。第 7 篇在掌握抽样分布的基础上讨论了对总体分布的参数估计, 分为参数的点估计和区间估计, 这两种估计各有优劣。常用的点估计包括矩估计法和极大似然估计法; 由于估计方法的不同往往会造成结果不同, 所以可基于概率理论讨论估计的若干评价标准。区间估计建立在无偏点估计的基础上, 可通过置信度控制估计的精确度, 它包括单侧置信区间和双侧置信区间两大类型, 本课程分别讨论了一个正态总体和两个正态总体的区间估计。

第 8 篇讨论假设检验问题。假设检验分为针对分布的假设检验与针对参数的假设检验两大类。这里仅要求讨论针对参数的假设检验, 其基本思想是“小概率事件可认为不可能发生”, 它基于小概率事件在一次试验中几乎不会发生的事。其步骤为: 提出假设—选择统计量—通过样本值求解—判断。其中显著性水平是控制第一类错误发生概率的参数。本课程讨论了一个正态总体下的均值及方差的假设检验问题及两个正态总体下的均值及方差的假设检验问题。

参数估计与假设检验是统计推断中的两个不同问题, 但是它们之间也有联系。

# 第1篇 随机事件与概率

知识网格结构及知识点关联图



## 第1篇

# 综述

更多资源请扫二维码：



客观世界中存在的许多不确定的现象，称为随机现象。随机现象具有偶然性，但偶然性中蕴含着必然性，必然性必须从大量的重复试验中得来。概率论就是定量地研究和揭示随机现象统计规律性的数学学科。

本篇从随机试验出发，根据研究的目的，产生试验的样本空间<sup>(1)</sup>，即随机试验的所有可能结果，再由样本空间产生随机事件，即样本空间的子集，而集合具有关系与运算，可以据此讨论事件的关系<sup>(2)</sup>、运算及运算规律<sup>(3)</sup>，从而定义出各种各样的事件。在随机试验中，不仅要清楚可能发生哪些事件，更要清楚这些事件发生的可能性大小，因此从事件发生的频率引出概率的公理化定义<sup>(4)</sup>，这一定义中的三大性质是从频率的三大性质引申而来的，这些性质是概率计算的基础。除了公理化定义以外，历史上也曾以统计定义（频率定义）、古典定义、几何定义等方式来定义概率。等可能概型是一个重要的概率问题模型，它被分为古典概型与几何概型两大类，古典概型研究的样本空间只有有限个样本点，排列组合是讨论该问题的主要手段；几何概型研究的样本空间有无限个样本点，常涉及时间、区间、面积等方面，区间的测度是讨论该问题的重要手段。

条件概率<sup>(7)</sup>是概率的一种重要形式，其本身也是事件的概率，常用两种方法计算。将条件概率的定义式变形可得乘法公式，乘法公式与概率定义引出的加法公式是计算多个事件概率的两大常用公式，加法公式与乘法公式相结合可得出全概率公式<sup>(8)</sup>，该公式常用于计算“由因求果”的概率，条件概率和全概率公式相结合可得贝叶斯公式<sup>(9)</sup>，该公式常用于计算“由果求因”的概率。

独立性是概率论中一个重要的概念，所谓两个事件独立，指的是两个事件的发生互不影响，即条件概率与无条件概率相等。本篇的事件的独立性<sup>(10)</sup>和下一篇的随机变量的

独立性有密切的联系。在概率问题的处理中，首先要判断哪些事件是相互独立的，再利用独立性来简化概率计算。伯努利概型<sup>(11)</sup>是应用事件独立性计算概率的重要模型，但要注意伯努利概型中每次试验的结果只有两个。

注：文字后面括号中的上标标号指的是知识点的序号，大家可结合框图将知识点联系起来掌握知识，并根据自己实际情况，有计划地安排各知识点的练习。

# 知识点1 样本空间、随机事件的概念

更多资源请扫二维码：



## 1.1 概念、结论

### 1. 概念

**定义 1.1.1 确定性现象** 客观世界中某种结果必定发生或必定不发生的现象。特点：事先可以断定其结果。

**定义 1.1.2 随机现象** 客观世界中，在相同条件下，其结果具有多种可能情况的现象。特点：事先不能预言哪一种可能结果出现；大量随机现象一定具有表面上的偶然性与内部蕴含着的必然性。

**定义 1.1.3 随机试验** 满足下面的三个条件的试验称为随机试验：（1）在相同的条件下，试验可以重复地进行；（2）试验的结果不止一种，而且事先可以确知试验的所有结果；（3）在进行试验前不能确定出现哪一个结果。

**定义 1.1.4 基本随机事件（样本点）** 随机试验中，每一个可能出现的不可分解的结果，一般用  $\omega$  来表示。

**定义 1.1.5 样本空间** 随机试验中全体基本事件构成的集合，一般用  $\Omega$  或  $S$  表示。

**定义 1.1.6 随机事件** 随机试验的样本空间  $S$  的子集称为随机事件，通常用大写字母  $A, B, C, \dots$  表示。

**定义 1.1.7 必然事件** 在一次试验中，一定出现的事件，一般也用  $\Omega$  表示必然事件。

**定义 1.1.8 不可能事件** 在一次试验中，一定不出现的事件，一般用  $\emptyset$  表示不可能事件。

### 2. 结论

**结论 1.1.1** 一个随机事件就是由  $\Omega$  中的若干样本点（基本事件  $\omega$ ）组成的集合，它们是  $\Omega$  的子集，事件  $A$  发生当且仅当  $A$  中一个样本点对应的基本事件发生。

**结论 1.1.2** 如果样本点  $\omega$  是事件  $A$  的组成部分，即  $\omega$  在事件  $A$  中出现，记为  $\omega \in A$ 。如果在一次试验中所出现的  $\omega$  满足  $\omega \in A$ ，则称在这次试验中事件  $A$  发生；如果  $\omega$  不是事件  $A$  的组成部分，即  $\omega$  在事件  $A$  中未出现，记为  $\omega \notin A$ 。在一次试验中，所出现的  $\omega$  满

是  $\omega \notin A$ ，则称此次试验  $A$  没有发生。

## 1.2 知识点及解题方法综述

- 知识点考频：3
- 最关联知识点：知识点2
- 主要题型：写出随机试验中的样本空间或事件。
- 综述：样本空间是随机试验中所有可能结果构成的集合。在同一随机试验中，由于有时候试验目的不同，所以其样本空间也可能不相同。样本空间作为集合，了解其中的元素是解决相关问题的基础，随机事件对应集合的子集，可见随机试验以集合作为模型，掌握从实验结果到集合的对应关系是进行概率计算的基础。

## 1.3 经典例题精解巧析

跨知识点例题索引： 例 12.3.2 例 12.3.4

**例 1.3.1**（难度系数 0.2）写出下列随机试验的样本空间及下列事件中的样本点：将一颗骰子掷两次，记录出现的点数。用符号  $A$  表示‘两次点数之和为 10’， $B$  表示‘第一次的点数，比第二次的点数大 2’。

**解析：**确定样本空间是计算概率的基础，一般根据试验及其目的，结合加法原理或乘法原理即可列举出样本空间的元素。

**解：**样本空间为

$$\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}；$$

两个事件分别为  $A = \{(4,6), (5,5), (6,4)\}$ ；  $B = \{(3,1), (4,2), (5,3), (6,4)\}$ 。

**例 1.3.2**（难度系数 0.2）写出下列随机试验的样本空间及下列事件中的样本点：将一颗骰子掷两次，记录两次骰子出现的点数之和； $A$  表示出现偶数， $B$  表示点数之和大于 6。

**解析：**样本空间的确定要根据试验及其目的，二者缺一不可。相同的试验若目的不同则样本空间就不同。

**解：**样本空间为  $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ ，两个事件分别为  $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ ， $B = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ 。

**例 1.3.3**（难度系数 0.4）设随机试验  $E$  为在一定条件下掷一颗骰子，观察出现的点数，问该试验中能产生多少个事件？

**解析：**根据集合的原理，一个元素数目为  $n$  的有限集合其所有不同子集个数共为  $2^n$  个，因此相对应可产生  $2^n$  个事件。