

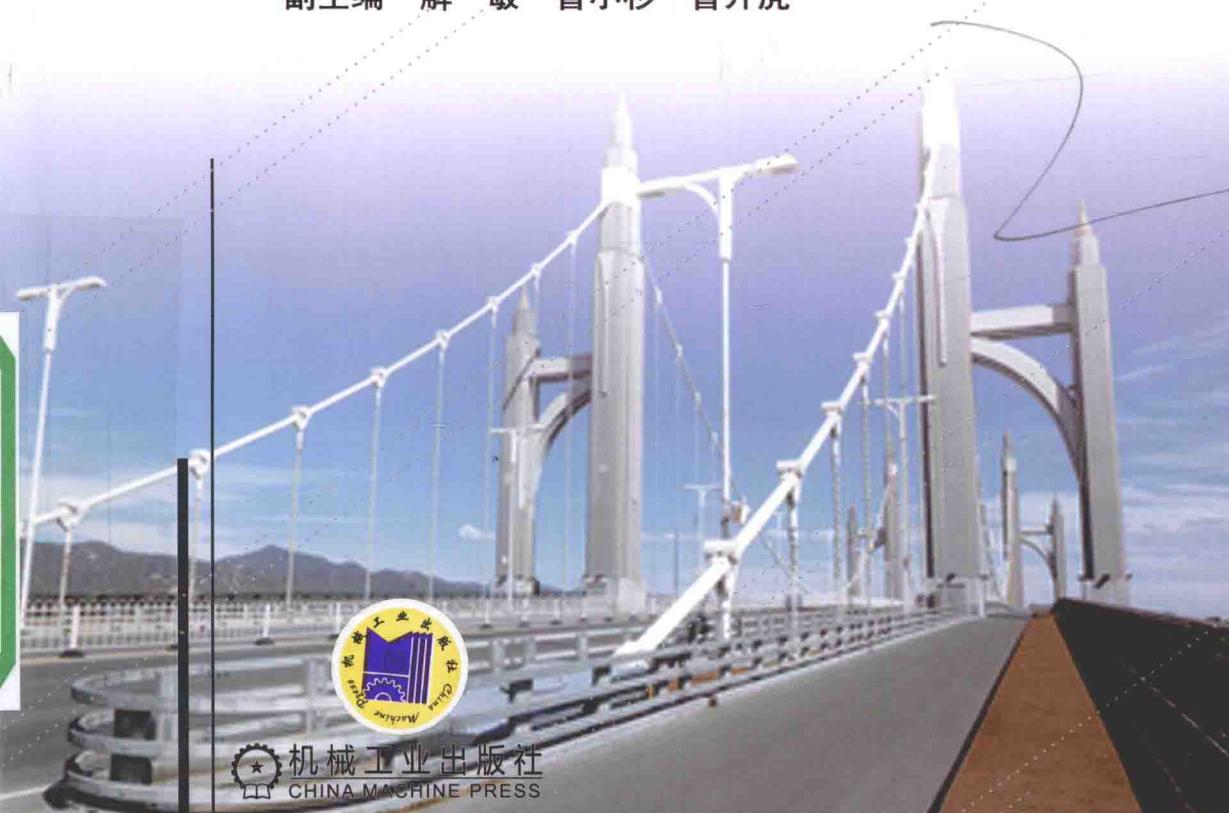
普通高等教育“十三五”规划教材

# 理论力学

## Theoretical Mechanics

主编 师俊平

副主编 解 敏 曹小杉 曹升虎



普通高等教育“十三五”规划教材

# 理 论 力 学

主 编 师俊平

副主编 解 敏 曹小杉 曹升虎

参 编 何望云 马 凯 李智慧 王 砚  
胡义锋 汝 艳 何钦象 王忠民

机 械 工 业 出 版 社

本书是按照教育部高等学校非办学专业基础力学课程教学指导委员会制定的《理论力学课程教学基本要求》的指导意见，针对60~80学时数的教学内容编写的。

全书包括静力学、运动学和动力学三部分，主要内容有：静力学基础、汇交力系、力偶理论、平面任意力系、空间任意力系、摩擦、点的运动学、刚体的基本运动、点的合成运动、刚体的平面运动、质点运动微分方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗伯原理、虚位移原理、动力学普遍方程和机械振动基础。

本书编写时适当提高了起点，减少了与物理课程重复的内容，选用了部分新型的例题和习题，对部分章节的内容进行了调整，保留了理论力学课程所需的绝大部分章节，使课程内容安排更加合理，体系完整。书中标有“\*”的章节为加深的内容，可根据需要选取。每章后面附有精选的思考题和习题，书后附有部分习题参考答案。

本书适用于高等工科院校航空航天、机械工业、交通运输、土木工程、岩土工程、城市地下空间、水利工程、能源动力等专业，也可供其他专业和有关工程技术人员参考。

### 图书在版编目（CIP）数据

理论力学 / 师俊平主编. —北京：机械工业出版社，2016.8

普通高等教育“十三五”规划教材

ISBN 978-7-111-54505-7

I. ①理… II. ①师… III. ①理论力学-高等学校-教材 IV. ①031

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 191925 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：姜凤 责任编辑：姜凤 李乐

责任校对：刘岚 封面设计：张静

责任印制：李洋

北京振兴源印务有限公司印刷

2016 年 10 月第 1 版 · 第 1 次印刷

169mm×239mm · 21.75 印张 · 481 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-54505-7

定价：39.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线：010-88379833

机工官网：[www.cmpbook.com](http://www.cmpbook.com)

读者购书热线：010-88379649

机工官博：[weibo.com/cmp1952](http://weibo.com/cmp1952)

封面无防伪标均为盗版

教育服务网：[www.cmpedu.com](http://www.cmpedu.com)

金书网：[www.golden-book.com](http://www.golden-book.com)

# 序

该书自 1997 年出版以来，已近 20 年。在此期间，社会的发展、科技的进步、经济的飞跃，日新月异，高等教育随之取得了令人瞩目的发展。为适合创新性国家的建设，我国的高等教育正朝向大众创业、万众创新的新的人才培养目标而努力。该书的修订、扩充和新编就是在此背景下进行的。

全书共分三篇，共计十七章，既包含了理论力学课程教学的全部基本要求和知识点，还列入了机械振动基础专题。与原有教材相比，该书在以下两方面进行了重点修订：一方面，全书整体结构虽无显著变化，但部分章节进行了改动甚至重新编写，如第十五章达朗伯原理；从原理的名称提法到该章各节的重写与调整，使得该章的基本概念、基本理论和基本方法在教与学上更加明晰。另一方面，全书各章调整了部分习题，增加了更加体现工程实例、体现现代气息的习题。此外，还新增加了思考题，以引导学生的学习思维，为学生的课后复习阅读、扩展思考提供了便利和指导。

纵览全书，充分体现了编者在理论力学课程方面具有的丰富的教学经验和阅历，所编教材完全符合由高等学校力学教学指导委员会、力学基础课程教学指导分委员会为高等学校理工科非力学专业力学基础课程教学制订的《理论力学课程教学基本要求》。

该书可供各高等学校机械、能源动力、土木工程、材料科学与工程等工科专业理论力学课程教与学的老师和学生使用。同时，也可供从事该领域教学、研究的工作者们阅读和参考。

西安交通大学 国家力学实验教学示范中心 二级教授  
教育部 基础力学课程教学指导委员会委员

张波

# 前　　言

根据教育部制定的《理论力学课程教学基本要求》，编者总结了多年来的理论力学教学实践，针对近年来理论力学教学课时数不断减少的具体情况，编写了本书。

在编写本书时，编者注意了避免与物理课程的重复，适当提高了起点。考虑到学生在学习理论力学课程之前已经具备矢量、导数的知识，在本书的理论阐述及定理、公式的推导中都引用了矢量分析的方法；为了便于学生应用理论力学课程的理论解决工程实际问题，在保证阐明基本理论的前提下，本书还对一些基本理论做了进一步深入的拓展，导出了更便于应用的公式，如：速度及加速度投影定理、刚体系统的动量定理、平面运动刚体绕其速度瞬心和加速度瞬心的转动方程、元功及虚功的计算技巧等。此外，针对理论力学“理论易懂、解题困难”的特点，本书增加了较多的具有典型特征的例题，类型全面，有易有难，便于学生学习和掌握。

考虑到理论的系统性，本书在静力学中将汇交力系和力偶理论两章采取了将平面和空间融合在一起讲授的方法进行编排，更加节省课时。另外，为了保证理论力学课程体系的完整性，本书包括了达朗伯原理、虚位移原理和机械振动基础等章节，供授课时选用；本书中还有部分标注“\*”号的内容，一般都是加深、加宽的内容，可酌情选用。

本书适用于普通高等工科院校航空航天、机械工程、交通运输、土木工程、岩土工程、城市地下空间、水利工程、能源动力及材料等专业的理论力学课程教学。对少学时的理论力学教学也可将本书的内容做适当删减选用。同时，本书也可供工程技术人员参考。

参加本书编写工作的有：师俊平、解敏、曹小杉、何望云、曹升虎、马凯、李智慧、王砚、胡义锋、汝艳、何钦象、王忠民等老师。赵巨才和刘协会老师对本书的出版给予了大力支持，在此，表示深深的谢意。

本书由西安交通大学张陵教授担任主审。张陵教授对本书做了逐字逐句的审定，对原稿提出了许多宝贵的意见，在此向张陵教授表示衷心的感谢！

由于编者的水平有限，书中缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正！

编　者

# 目 录

序	
前言	
绪论 .....	1

## 第1篇 静 力 学

<b>第1章 静力学基础 .....</b>	<b>5</b>
1.1 力的概念 静力学公理 .....	5
1.2 约束 约束力 .....	8
1.3 受力分析 受力图 .....	12
思考题 .....	16
习题 .....	17
<b>第2章 汇交力系 .....</b>	<b>20</b>
2.1 汇交力系的简化及平衡 .....	20
2.2 汇交力系合成与平衡的几何法 .....	21
2.3 汇交力系合成与平衡的解析法 .....	23
思考题 .....	28
习题 .....	29
<b>第3章 力偶理论 .....</b>	<b>33</b>
3.1 力对点之矩 .....	33
3.2 力偶及力偶的性质 .....	36
3.3 力偶系的合成与平衡 .....	39
思考题 .....	43
习题 .....	44
<b>第4章 平面任意力系 .....</b>	<b>47</b>
4.1 平面任意力系向平面内一点的简化 .....	47
4.2 平面任意力系的简化结果分析 .....	50
4.3 平面任意力系的平衡 .....	53
4.4 静定与超静定问题的基本概念 .....	57
4.5 物体系统的平衡 .....	58
4.6 平面简单桁架的内力计算 .....	62

思考题	65
习题	66
<b>第5章 空间任意力系</b>	72
5.1 力对轴之矩	72
5.2 力对点之矩与力对轴之矩的关系	73
5.3 空间任意力系向一点的简化	74
5.4 空间任意力系的简化结果分析	76
5.5 空间任意力系的平衡	77
5.6 物体的重心	80
思考题	85
习题	85
<b>第6章 摩擦</b>	90
6.1 滑动摩擦	90
6.2 考虑滑动摩擦的平衡问题	94
*6.3 滚动摩阻的概念	99
思考题	102
习题	102

## 第2篇 运 动 学

<b>第7章 点的运动学</b>	109
7.1 点的运动矢量表示法	109
7.2 点的运动直角坐标表示法	110
7.3 点的运动自然坐标表示法	113
*7.4 点的运动极坐标表示法	118
思考题	121
习题	121
<b>第8章 刚体的基本运动</b>	124
8.1 刚体的平行移动	124
8.2 刚体的定轴转动	125
8.3 定轴轮系传动比	128
*8.4 用矢量表示角速度和角加速度 用矢量积表示点的速度和加速度	131
思考题	133
习题	133
<b>第9章 点的合成运动</b>	136
9.1 点的合成运动的基本概念	136

---

9.2 点的速度合成定理 .....	139
9.3 牵连运动为平动时点的加速度合成定理 .....	141
9.4 牵连运动为转动时点的加速度合成定理 .....	143
思考题 .....	146
习题 .....	148
<b>第10章 刚体的平面运动 .....</b>	<b>153</b>
10.1 刚体平面运动的基本概念 .....	153
10.2 平面图形上各点的速度分析 .....	155
10.3 平面图形上各点的加速度分析 .....	162
10.4 运动学综合应用举例 .....	164
* 10.5 平面图形上的加速度瞬心 .....	169
思考题 .....	172
习题 .....	172

### 第3篇 动 力 学

<b>第11章 质点运动微分方程 .....</b>	<b>181</b>
11.1 动力学基本定律 .....	181
11.2 质点运动微分方程 .....	182
11.3 质点动力学的两类问题 .....	183
思考题 .....	188
习题 .....	189
<b>第12章 动量定理 .....</b>	<b>192</b>
12.1 动量与冲量 .....	192
12.2 质点系动量定理 .....	195
12.3 质心运动定理 .....	199
思考题 .....	204
习题 .....	205
<b>第13章 动量矩定理 .....</b>	<b>209</b>
13.1 动量矩 .....	209
13.2 动量矩定理 .....	210
13.3 转动惯量 .....	216
13.4 刚体定轴转动微分方程 .....	221
13.5 相对质心的动量矩定理 .....	224
13.6 刚体平面运动微分方程 .....	225
思考题 .....	228

---

习题 .....	229
<b>第 14 章 动能定理 .....</b>	<b>235</b>
14.1 力的功 .....	235
14.2 动能 .....	238
14.3 动能定理 .....	240
14.4 功率 功率方程 .....	245
14.5 势力场 机械能守恒定律 .....	247
14.6 动力学普通定理的综合应用 .....	252
思考题 .....	256
习题 .....	257
<b>第 15 章 达朗伯原理 .....</b>	<b>264</b>
15.1 质点的达朗伯原理 .....	264
15.2 质点系的达朗伯原理 .....	264
15.3 刚体惯性力系的简化 .....	266
* 15.4 非对称转动刚体的轴承动约束力 .....	274
思考题 .....	278
习题 .....	279
<b>第 16 章 虚位移原理 动力学普遍方程 .....</b>	<b>283</b>
16.1 约束 约束方程 .....	283
16.2 自由度 广义坐标 .....	285
16.3 虚位移 虚功 理想约束 .....	286
16.4 虚位移原理 .....	288
* 16.5 动力学普遍方程 .....	294
思考题 .....	296
习题 .....	297
<b>第 17 章 机械振动基础 .....</b>	<b>301</b>
17.1 概述 .....	301
17.2 单自由度系统的自由振动 .....	302
17.3 固有频率的计算 .....	307
17.4 阻尼对自由振动的影响 .....	309
17.5 单自由度系统的受迫振动 .....	312
* 17.6 减振和隔振 .....	316
思考题 .....	318
习题 .....	319
<b>部分习题参考答案 .....</b>	<b>324</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>340</b>

# 绪 论

## 1. 理论力学的研究对象

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化。

在我们所处的宇宙之中的一切物质都在不停地运动着，运动是物质的固有属性。运动的形式也是多种多样。例如，物体在空间位置的改变、发热、发光、电磁现象、化学过程、细胞的分裂，以至于人们头脑的思维活动等。这其中最常见的、最简单的是物体在空间位置的改变，即机械运动，例如各种交通工具的运行、机器的运转、大气和河水的流动、建筑物的振动、人造卫星和宇宙飞船的运行等，都是机械运动。机械运动是各种运动中（发热、发光、化学变化等）最简单的一种。除机械运动之外的其他各种运动，分别在其他学科中研究。

理论力学属于以牛顿定律为基础的经典力学范畴。近代物理学的发展说明了经典力学的局限性：经典力学仅适用于低速、宏观物体的运动。当物体的运动速度接近于光速( $3 \times 10^8$  m/s)时，其运动应当用相对论力学的方法来研究；当研究物体为微观粒子时，应当用量子力学的方法进行研究。工程技术中所研究的对象一般都是宏观物体，而且其速度远低于光速，所以其力学问题仍以经典力学的定律为依据。因而经典力学至今仍有很大的实用意义，并且还在不断地发展。

理论力学是一门理论性较强的技术基础课，所研究的物体的运动规律是其他各力学分支的基础。

## 2. 理论力学的研究内容

为了研究上的方便，通常把理论力学的研究内容分为三部分。

(1) 静力学 研究物体在力系作用下的平衡规律。同时也研究力的一般性质及力系的简化方法。

(2) 运动学 仅从几何的角度研究物体在空间位置随时间变化的规律，而不研究引起运动的物理原因。

(3) 动力学 研究物体的运动与其所受力之间的关系。

## 3. 理论力学的研究方法

理论力学的研究方法是从观察、实践和科学试验出发，经过分析、综合和归纳，总结出力学的最基本的概念和规律。在此基础上，经过抽象化过程建立力学模型。进而从基本规律出发，利用数学工具推理演绎，得出正确的具有物理意义和实用意义的结论和定理。再将通过实践得来的大量感性认识上升为理性认识，构成立学理论。然后回到实践中去验证理论的正确性，并在更高的水平上指导实践，同时从这个过程中获得新的资料，这种资料的积累又为力学理论的完善和发展打下了基础。理论力学的研究方法可归

结为以下三个方面：

- (1) **抽象化过程** 将工程中的实际问题抽象为力学模型；
- (2) **演绎化过程** 对以上得到的模型，用基本公理或定律，考虑具体条件，推导出各种形式的定理或结论；
- (3) **实际应用** 采用工程化的方法，利用工程化的语言，用以上得到的定理或结论解决实际问题。

#### 4. 学习理论力学的目的和意义

理论力学是现代工程技术的基础理论，它的定律和结论被广泛应用于各种工程技术中。各种机械、设备和结构的设计，机器的自动调节，机器和结构振动的研究，以及飞行器和火箭运动原理的研究等，都要以理论力学的理论为基础。

学习理论力学的目的是掌握机械运动规律，并能解释日常所见的机械运动现象。

学习理论力学可以为解决工程问题打下一定的基础。有些简单的工程问题可以直接应用理论力学的理论和方法解决，有些复杂的工程问题，需要用理论力学的理论结合其他专门知识共同解决。

理论力学是大多数工科专业的专业基础课，它为一系列后续课程提供了必备的力学基础知识。例如，材料力学、机械原理、机械设计、结构力学、弹性力学、流体力学、振动理论、断裂力学等课程，都要以理论力学为基础。学习理论力学，也有助于学习其他的基础理论，掌握新的科学技术。

理论力学的系统性和逻辑性很强，通过学习这门课程，学会理论力学的研究方法，对培养逻辑思维能力和分析问题的能力有很大的帮助，也有助于建立辩证唯物主义的世界观，培养正确的分析问题和解决问题的能力，为进行实际生产和从事科学研究打下基础。

# 第1篇 静 力 学

## 1. 静力学的任务

静力学是研究物体在力系作用下平衡规律的科学。平衡是指物体相对惯性系处于静止或做匀速直线运动的一种状态。在一般的工程问题中，取与地球表面相固连的参考系为惯性系来研究物体的平衡问题，由此所得研究结果的精度足以满足工程需要。因此，通常以与地球表面相固连的参考系为惯性系。

众所周知，物体在力的作用下，都会发生不同程度的变形。但一般工程实际中的物体在力作用下的变形都很微小，这种微小的变形对物体的平衡问题影响极小。因此，为了简化平衡问题的研究，在静力学中，把物体当作不变形体。并把这种在力的作用下不变形的物体称为刚体。所以静力学研究的力学模型是刚体，故又称静力学为刚体静力学。

## 2. 静力学研究的问题

静力学主要研究三方面的问题：①物体的受力分析。即分析物体共受几个力，以及每个力的大小、方向和作用线位置，并用简图表示出来。此简图称为物体的受力图。画受力图的过程称为物体的受力分析。②力系的简化。所谓力系，是指作用在同一物体上的力的集合。如果某个力系对物体的作用效应与另一个力系对该物体的作用效应相等，则称此两力系为等效力系。将一个力系用另一个与其等效的力系来替代，称为力系的等效替换。用一个简单的力系去替换另一个比较复杂的力系，称为力系的简化。力系的简化，更便于分析原力系对刚体的作用效应，更便于建立平衡理论。③力系的平衡条件及应用。根据力系的简化结果，导出它的平衡条件和平衡方程，解决物体的平衡问题。

静力学在工程技术中有着广泛的应用，在材料力学、结构力学及机械零件等课程中都会用到静力学知识，例如，在各种工程结构的构件和机械零部件的设计计算中，常要首先进行静力分析，以此分析结果作为构件强度和刚度计算的依据。此外，静力学中力系简化理论和受力分析的方法也是研究动力学的基础。



# 第1章 静力学基础

本章首先讲述力的概念并说明力的性质及静力学公理。然后讲述在工程中常见的几种约束。最后讲述物体的受力分析，并详细介绍画受力图的方法和步骤。

## 1.1 力的概念 静力学公理

### 1.1.1 力的概念

力是物体间的相互机械作用。物体间的相互机械作用的形式多种多样，但总体可归纳为两类：一类是物体直接接触的作用，如压力、摩擦力等；另一类是通过场的作用，如万有引力场中的引力、电磁场中的电磁力等。

力对物体作用的效应，是使物体的运动状态发生改变和使物体的形状发生改变。前者称为力的外效应或运动效应；后者称为力的内效应或变形效应。对刚体而言，因不计其变形，故力对刚体只有外效应。

力对物体作用的效应取决于力的三要素：大小、方向和作用点。力的大小反映了物体间机械作用的强度，它可通过力的外效应或内效应的大小来量度。力的方向有两方面的内容，其一是力作用线的方位，其二是力的指向。力的作用点是物体间相互作用位置的抽象化表示。

力的三要素可用一个带箭头的线段表示，如图 1-1 所示。线段  $AB$  的长度按一定比例表示力的大小；线段的方位及箭头的指向表示力的方向；线段的起点或终点表示力的作用点。力是一个既有大小又有方向的物理量；此外，下面还将看到，力的相加服从矢量平行四边形法则，所以，力是矢量。又由于力的作用点是力的三要素之一，所以表示力的矢量，只能将其起点或终点表示在作用点上，故称力矢量为定位矢量。在本书中，一般用黑体字母表示矢量，例如图 1-1 中的力  $F$ ，而用非黑体字母  $F$  表示力的模，即  $F = |F|$ 。显然，仅从符号  $F$  并不能看出力的作用点，这种只表示力的大小和方向，而不表示力的作用点的矢量称为力矢。

在国际单位制中，力的单位是 N（牛[顿]）。

前面曾定义，作用在同一物体上的力的集合称为力系。使物体处于平衡状态的力系称为平衡力系。在静力学中主要研究平衡力系。若一个力与一个力系等效，则称这个力为这个力系的合力，而该力系中的各个力称为这个合力的分力。按照力系中诸力作用线在空间的分布情况，可将力系进行分类。如果诸力作用线在同一平面内任意分布，则称其为平面任意力系或平面一般力系，简称平面力系；如果诸力作用线在空间任意分布，

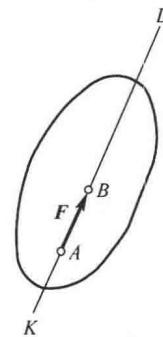


图 1-1

则称其为空间任意力系或空间一般力系，简称空间力系；如果诸力作用线汇交于一点，称为汇交力系；如果诸力作用线相互平行，称为平行力系。

### 1.1.2 静力学公理

人类经过长期的生产实践和科学实验，总结出的静力学公理是关于力的基本性质的概括和总结，是静力学全部理论的基础。这些公理无须证明而为人们所公认。

**公理一 二力平衡公理** 仅受两个力作用的刚体，其平衡的必要和充分条件是：此二力的大小相等、方向相反，沿着同一条作用线。

该公理阐明了由两个力组成的最简单的力系平衡的必要和充分条件。这个平衡条件只适用于刚体。

在工程实际中，经常遇到仅受二力作用而平衡的构件，这类构件称为二力构件。由二力平衡公理可知：凡是二力构件，无论其形状如何，其所受二力必沿着此二力作用点的连线，且大小相等、方向相反。例如图 1-2a 所示的棘轮机构处于平衡状态，若不计构件自身的重力，则锁住棘轮的顶杆 AB 为二力构件，其受力如图 1-2b 所示。在这里强调一点，即便是运动的机构，若存在一个忽略质量的构件，且这个构件仅受两个力的作用，那么无论整个机构是否平衡，这个构件依然是二力构件。

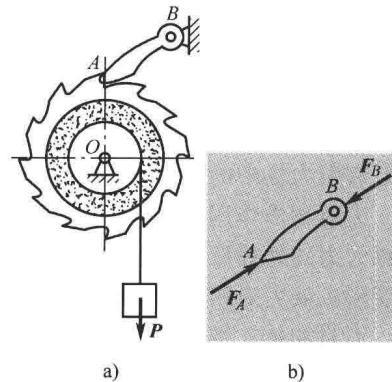


图 1-2

**公理二 加减平衡力系公理** 在作用于刚体的力系中，加上或减去一个平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效果。

该公理是力系简化的理论基础。它表明，彼此相差平衡力系的两个力系是等效力系。显然，此公理仅适用于刚体。

**公理三 力的平行四边形法则** 作用在物体上同一点的两个力  $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$  可以合成为一个合力，该合力也作用在此点，且大小和方向可由以这两个力为邻边的平行四边形的对角线表示。如图 1-3a 所示，写成矢量表达式为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

即合力矢量等于各分力矢量的矢量和，称为力的平行四边形法则。

事实上，当已知作用在同一点 A 的两个力  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$ ，欲求其合力  $\mathbf{F}_R$ ，并不必做出平行四边形 ABCD，而只需做出三角形 ABC 就可以求出其合力，如图 1-3b 所示。这种求合力的方法称为力的三角形法则。

力的平行四边形法则和力的三角形法则是研究力系的合成和力的分解的基础。它不仅适用于刚体，也适用于变形体。

**公理四 作用与反作用定律** 两物体间相互作用的力总是大小相等、方向相反，且沿同一直线，分别作用在两个物体上。

该定律概括了自然界中物体间相互作用力的关系，表明了一切力总是成对出现，知

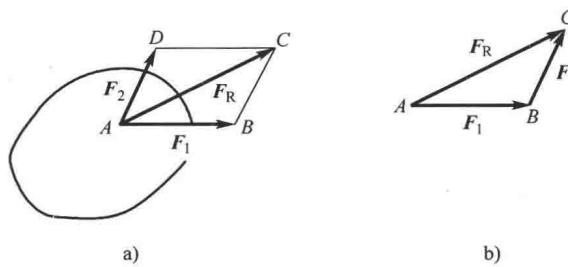


图 1-3

作用力就必知其反作用力。它不仅适用于静力学，也适用于动力学。

**公理五 刚化原理** 当变形体在某力系作用下处于平衡状态时，若将该变形体视为刚体，则其平衡状态保持不变。

该公理指出，变形体在某力系作用下平衡时，此力系必须满足刚体的平衡条件。据此，可应用刚体平衡条件来研究变形体的平衡问题。不过，需强调指出，刚体的平衡条件只是变形体平衡的必要条件，而非充分条件。例如一段软绳  $AB$ ，在其两端各受一拉力而处于平衡状态，根据刚化原理，将软绳刚化为刚性杆，此杆在原两力的作用下仍平衡。根据二力平衡公理得知该两力大小相等，方向相反，作用线沿着杆轴线，即沿着软绳。但是，如果仅仅知道软绳的两端作用着大小相等，方向相反，且沿同一条直线的两个力，却不能断定软绳是否处于平衡状态，除非这两个力是拉力，软绳才能平衡。

该原理建立了刚体静力学和变形体静力学间的关系，根据该原理就可应用刚体的平衡理论研究工程实际经常遇到的刚体系统和变形体的平衡问题。

上述各公理间具有独立性和相容性，五个公理组成的公理体系具有完备性，它们是整个静力学理论的基础。

根据上述公理可导出两个重要推论。

**推论一 力的可传递性原理** 作用在刚体上的力，可沿其作用线移动到刚体内任一点，并不改变对刚体的作用效果。

**证明：**设图 1-4a 所示刚体上的  $A$  点作用一力  $F$ ，在力  $F$  的作用线上任选一点  $B$ ，在  $B$  点加上一对平衡力  $F'$  与  $F''$ ，如图 1-4b 所示，且使  $F = F'' = -F'$ 。

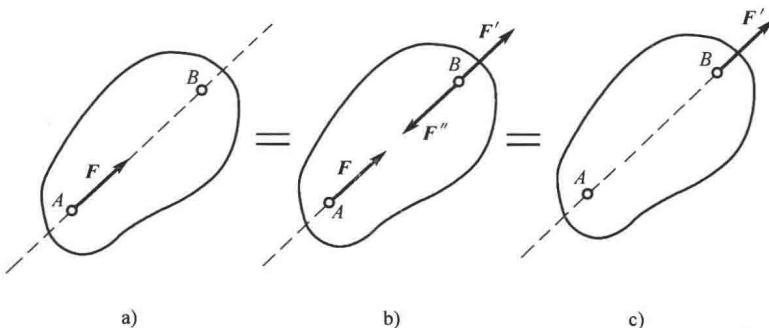


图 1-4

根据加减平衡力系公理可知，力  $F$  与力系  $F$ 、 $F'$ 、 $F''$  等效。 $F'$  与  $F''$  是大小相等、方向相反，沿同一作用线的两个力，由二力平衡公理可知， $F'$  与  $F''$  构成平衡力系。再根据加减平衡力系公理，将  $F$  与  $F''$  这对平衡力去掉，仅剩下在  $B$  点作用的  $F'$  与原力系等效，如图 1-4c 所示。显然，在  $B$  点作用的  $F'$  与  $A$  点作用的  $F$  等效，即力  $F$  从作用点  $A$  沿其作用线移到了刚体内任一点  $B$ 。这就证明了力的可传性原理。

可以沿其作用线移动而不改变其性质的矢量称为滑移矢量。作用在刚体上的力是滑移矢量。即力对刚体作用的效果与力的作用线方向有关，而与力的作用点位置无关。所以，对于作用在刚体上的力来说，力的三要素应是：①大小，②作用线，③指向。

**推论二 三力平衡汇交定理** 仅受三个力作用的刚体处于平衡状态，若其中两个力的作用线交于一点，则此三力必处于同一平面，且它们的作用线汇交于一点。

**证明：**设图 1-5a 所示的刚体在  $F_1$ 、 $F_2$  和  $F_3$  三个力作用下处于平衡状态，且这三个力中  $F_1$  和  $F_2$  的作用线交于  $O$  点。根据力的可传性原理可将  $F_1$  和  $F_2$  分别沿它们的作用线移到  $O$  点，并应用平行四边形法则求出  $F_1$  和  $F_2$  的合力  $F_{12}$ ，如图 1-5b 所示。因为  $F_{12}$  与  $F_1$ 、 $F_2$  等效，所以刚体在  $F_{12}$  和  $F_3$  作用下必平衡。根据二力平衡公理可知， $F_{12}$  与  $F_3$  共线，故知  $F_3$  的作用线也必过  $O$  点。又由于  $F_{12}$  与  $F_1$ 、 $F_2$  构成平行四边形关系， $F_{12}$  必与  $F_1$ 、 $F_2$  共面。于是可知与  $F_{12}$  共线的  $F_3$  也必与  $F_1$ 、 $F_2$  共面。这就证明了三力平衡汇交定理。

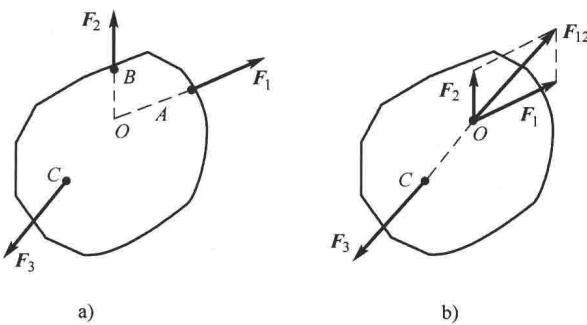


图 1-5

## 1.2 约束 约束力

按照物体在空间的运动是否受到限制，可把物体分为两类。一类物体的运动不受任何限制，在空间可以自由运动，称这类物体为**自由体**。例如，在空中飞行的各种飞行器和炮弹等。另一类是工程实际中的大多数物体，它们的运动受到周围其他物体对它的限制，不能自由运动，称这类物体为**非自由体**。例如，放在桌面上的书本，沿铅垂向下的运动受到桌面的限制；火车的运动受到轨道的限制，只能沿轨道运动；吊灯受到吊绳的限制，不能沿使吊绳伸长方向运动等。