复变函数与积分变换

主　编◎张亚民
副主编◎曹贺鑫　韩　菲

中国财富出版社
CHINA FORTUNE PRESS

复变函数与积分变换

主　编　张亚民
副主编　曹贺鑫　韩　菲
参　编　黄英华　张　凤

中国财富出版社

图书在版编目（CIP）数据

复变函数与积分变换／张亚民主编．—北京：中国财富出版社，2015.7

ISBN 978-7-5047-5756-2

Ⅰ.①复…　Ⅱ.①张…　Ⅲ.①复变函数—高等学校—教材 ②积分变换—高等学校—教材
Ⅳ.①O174.5 ②O177.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 186365 号

策划编辑　寇俊玲　　责任编辑　苏佳斌　辛倩倩

责任印制　方朋远　　责任校对　饶莉莉　　责任发行　敬　东

出版发行	中国财富出版社		
社　　址	北京市丰台区南四环西路 188 号 5 区 20 楼	邮政编码	100070
电　　话	010-52227568（发行部）		010-52227588 转 307（总编室）
	010-68589540（读者服务部）		010-52227588 转 305（质检部）
网　　址	http：//www.cfpress.com.cn		
经　　销	新华书店		
印　　刷	北京京都六环印刷厂		
书　　号	ISBN 978-7-5047-5756-2/O·0049		
开　　本	787mm×1092mm　1/16	版　　次	2015 年 7 月第 1 版
印　　张	10.5	印　　次	2015 年 7 月第 1 次印刷
字　　数	176 千字	定　　价	26.00 元

内容简介

本书根据教育部高等院校“复变函数与积分变换”课程的基本要求、工科数学《复变函数与积分变换》教学大纲，结合学科发展趋势，在积累多年教学经验的基础上编写而成，本书共分七章，包括复数与复变函数，解析函数，复变函数的积分，解析函数的级数、留数，傅里叶变换和拉普拉斯变换，此外，每章均配备了比较丰富的习题，以帮助学生加深对概念的理解，提高分析和解决问题的能力.

本书适合高等院校工科各专业，尤其是自动化、通信工程、电子信息、测控、机械工程、材料成型等专业作为教材，也可供科技工程技术人员参考.

前　言

“复变函数与积分变换”是理工科学生继“高等数学”后的又一门数学基础课，本课程主要讲授复变函数与积分变换的基本理论和方法．通过本课程的学习，学生不仅能够掌握复变函数与积分变换的基本理论和工程技术中常用的数学方法，同时还可以巩固和复习高等数学的基础知识，提高数学素养，为学习后继课程和进一步扩大数学知识面奠定必要的基础．此外，本课程在培养学生的抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力和科学技术能力等方面起着特殊的重要作用．

本书是根据教育部高等院校“复变函数与积分变换”课程的基本要求，依据工科数学《复变函数与积分变换教学大纲》，结合本学科的发展趋势，在积累多年的基础上编写而成．本书旨在培养学生的数学素质，提高学生应用数学知识解决实际问题的能力，尤其强调理论的应用性．本书体系严谨、逻辑性强、内容组织由浅入深．

本书共七章，包括复数与复变函数，解析函数，复变函数的积分，解析函数的级数、留数，傅里叶变换和拉普拉斯变换．本书内容全部由燕京理工学院老师编写，张亚民担任主编，负责编写第三章、第五章，黄英华、韩菲负责编写第一至二章、张凤负责编写第四章，曹贺鑫负责编写第六至七章．全书由张亚民统稿．

本书适合高等院校工科各专业，尤其是自动化、通信工程、电子信息、测控、机械工程、材料成型等专业，也可供科技工程技术人员阅读参考．

限于编者水平，书中难免存在不当之处，请广大读者批评指正．

编　者

2015 年 5 月

目 录

第一章　复数与复变函数

复变函数就是自变量为复数的函数．本章先学习复数的概念、性质与运算，然后再引入平面上的点集、复变函数的极限及复变函数的连续．本章中的许多概念在形式上与微积分学中一些基本概念有相似之处，可以把它们看作微积分学中相应的概念及定理在复数域中的推广．

第一节　复数及其代数运算

一、引言

我们知道，在解实数系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$）时，如果判别式 $\Delta=b^2-4ac<0$，就会遇到负数开平方的问题，最简单的一个例子，是在解方程 $x^2+1=0$ 时，就会遇到 -1 开平方的问题．

16 世纪中叶，意大利卡尔丹（Cardan，1545 年）在解三次方程时，首先产生了负数开平方的思想．他把 40 看成 $5+\sqrt{-15}$ 与 $5-\sqrt{-15}$ 的乘积，然而这只不过是一种纯形式的表示而已．当时，谁也说不上这样表示究竟有什么好处．

为了使负数开平方有意义，也就是要使上述这类方程有解，我们需要再一次扩大数系，于是，就引入了虚数，将实数域扩大到复数域．但最初由于对复数的有关概念及性质了解得不清楚，用它们进行计算又得到一些矛盾结果，因此长期以来，人们把复数看作不能接受的“虚数”．直到 17 世纪和 18 世纪，随着微积分的发明与发展，情况才逐渐有了改变．另外，由于这个时期复数有了几何解释，人们把它与平面向量对应起来解决实际数学问题，促进了复数的发展．

关于复数理论最系统的叙述，是由瑞士数学家欧拉（Euler）作出的．他在

1777 年系统地建立了复数理论，发现了复指数函数和三角函数之间的关系，创立了复变函数论的一些基本定理，并开始把它们用到水力学和地图制图学上．用符号“i”作为虚数的单位，也是他首创的．此后，复数才被人们广泛承认和使用．

20 世纪以来，复变函数已被广泛地应用在理论物理、弹性理论和天体力学方面，与数学中其他分支的联系也日益密切，致使经典的复变函数理论，如整函数与亚纯函数理论、解析函数的边值问题等有了新的发展和应用．同时，还开辟了一些新的分支，如复变函数逼近论、黎曼曲面、单叶解析函数论、多复变函数论、广义解析函数论和拟保形变换等．复变函数研究的对象是所谓解析函数，因此，复变函数论又称为解析函数论，简称函数论．

二、复数

定义 1 把形如 $z=x+\mathrm{i}y$ 的数称为复数，其中 x 和 y 是任意实数，分别称为复数 z 的实部和虚部．记为

$$x=\mathrm{Re}(z),\ y=\mathrm{Im}(z).$$

式中，当 $\mathrm{Im}(z)=0$ 时，$z=\mathrm{Re}(z)+\mathrm{i}\cdot 0=x$ 是实数；

当 $\mathrm{Re}(z)=0$，且 $\mathrm{Im}(z)\neq 0$ 时，$z=0+\mathrm{i}\cdot\mathrm{Im}(z)=\mathrm{i}y$ 称为纯虚数．

定义 2 对于两个复数 $z_1=x_1+\mathrm{i}y_1$ 及 $z_2=x_2+\mathrm{i}y_2$，当且仅当 $x_1=x_2$，$y_1=y_2$ 时，称 z_1 与 z_2 相等，记为 $z_1=z_2$.

注意 由定义 2 可知，对于复数 $z=x+\mathrm{i}y$，当且仅当 $x=y=0$ 时，才有 $z=0$.

定义 3 我们把实部相同而虚部为相反数的两个复数称作互为共轭的复数，与 $z=x+\mathrm{i}y$ 共轭的复数记作 $\bar{z}=x-\mathrm{i}y$.

注意 由定义 3 可知，复数 $z=x+\mathrm{i}y$ 为实数，当且仅当 $z=\bar{z}$.

三、复数的代数运算

(1) 两个复数 $z_1=x_1+\mathrm{i}y_1$ 及 $z_2=x_2+\mathrm{i}y_2$ 的加法、减法定义如下：

$$z_1+z_2=(x_1+\mathrm{i}y_1)+(x_2+\mathrm{i}y_2)=(x_1+x_2)+\mathrm{i}(y_1+y_2),$$

$$z_1-z_2=(x_1+\mathrm{i}y_1)-(x_2+\mathrm{i}y_2)=(x_1-x_2)+\mathrm{i}(y_1-y_2).$$

结果仍是复数，我们称复数 z_1+z_2 是复数 z_1 与 z_2 的和；复数 z_1-z_2 是复数 z_1

与 z_2 的差.

复数的加法遵守交换律与结合律，而且减法是加法的逆运算，这些都很容易验证.

（2）两个复数 $z_1=x_1+iy_1$ 及 $z_2=x_2+iy_2$ 相乘，可按多项式乘法法则进行，只须将结果中 i^2 换成 -1，即

$$z_1z_2=(x_1+iy_1)(x_2+iy_2)=(x_1x_2-y_1y_2)+i(x_1y_2+x_2y_1).$$

结果仍是复数，我们称复数 z_1z_2 是复数 z_1 与 z_2 的积.

复数的乘法遵守交换律与结合律，而且遵守乘法对加法的分配律，这些也很容易验证.

（3）两个复数 $z_1=x_1+iy_1$ 及 $z_2=x_2+iy_2$ 相除（$z_2\neq 0$），可定义为满足 $z_2z=z_1$ 的复数 $z=x+iy$，称为 z_1 除以 z_2 的商，记作

$$z=\frac{z_1}{z_2},$$

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{x_1+iy_1}{x_2+iy_2}=\frac{x_1x_2+y_1y_2}{x_2{}^2+y_2{}^2}+i\,\frac{x_2y_1-x_1y_2}{x_2{}^2+y_2{}^2}.$$

两个复数的商仍是复数.

（4）共轭复数的性质如下.

①$\overline{z_1\pm z_2}=\overline{z_1}\pm\overline{z_2}$；

②$\overline{z_1z_2}=\overline{z_1}\,\overline{z_2}$；

③$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$（$z_2\neq 0$）；

④$\bar{\bar{z}}=z$；

⑤$z\bar{z}=[\mathrm{Re}(z)]^2+[\mathrm{Im}(z)]^2$；

⑥$z+\bar{z}=2\mathrm{Re}(z)$；

⑦$z-\bar{z}=2i\mathrm{Im}(z)$.

熟练、灵活地运用这些简单公式，对简化计算、解答问题都会带来方便.

例　设 $z=\frac{i}{1-i}+\frac{1-i}{i}$，求 $\mathrm{Re}(z)$，$\mathrm{Im}(z)$，$z\bar{z}$.

解　$z=\frac{i}{1-i}+\frac{1-i}{i}=\frac{i(1+i)}{(1-i)(1+i)}+\frac{(1-i)(-i)}{i(-i)}$

$$=\frac{i-1}{2}+\frac{(1-i)(-i)}{i(-i)}=\frac{i-1}{2}-1-i=-\frac{3}{2}-i\frac{1}{2}.$$

所以，$\mathrm{Re}(z)=-\frac{3}{2}$；$\mathrm{Im}(z)=-\frac{1}{2}$；$z\bar{z}=[\mathrm{Re}(z)]^2+[\mathrm{Im}(z)]^2=\frac{5}{2}$.

第二节　复数的几何表示

一、复平面

一个复数 $z=x+iy$ 本质上由一对有序实数（x，y）唯一确定，于是能够建立平面上全部的点与全体复数间一一对应的关系．换句话说，我们可以借助横坐标为 x，纵坐标为 y 的点来表示复数 $z=x+iy$，这是复数的一个常用表示方法．由于 x 轴上的点对应着实数，故 x 轴称为实轴；而 y 轴上的非原点的点对应着纯虚数，故 y 轴称为虚轴；表示复数 z 的平面称为复平面或 z 平面．

二、复数的模与幅角

（1）**复数的模**　在复平面上，复数 $z=x+iy$ 与从原点指向点 z 的平面向量一一对应，因此复数 z 也能用向量 $\overrightarrow{oz}$ 来表示．向量的长度称为复数 z 的模或绝对值，记作

$$r=|z|=\sqrt{x^2+y^2}$$

（2）**复数的幅角（Argument）**　实轴正向到非零复数 $z=x+iy$ 所对应的向量 $\overrightarrow{oz}$ 间的夹角 θ 称为复数 z 的幅角，记为

$$\theta=\mathrm{Arg}z$$

我们知道，任一非零复数 $z=x+iy$ 有无穷多个幅角，今后以 $\arg z$ 表示其中的一个特定值，并称符合条件 $-\pi<\arg z\leqslant\pi$ 的一个特定值为 $\mathrm{Arg}z$ 的主值，或称之为主幅角．于是复数 z 的全体幅角就可以表示为

$$\theta=\mathrm{Arg}z=\arg z+2k\pi.\qquad(k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots)$$

注意　当 $z=0$ 时，幅角无意义．

当 $\arg z$（$z\neq0$）表 z 的主幅角时，它与 $\mathrm{Arctan}\,\frac{y}{x}$ 的主值 $\arctan\frac{y}{x}$ 有如下关系：

$$\arg z=\begin{cases}\arctan\dfrac{y}{x}, & x>0,\\ \dfrac{\pi}{2},\ x=0, & y>0,\\ \arctan\dfrac{y}{x}+\pi, & x<0,\ y\geqslant 0,\\ -\dfrac{\pi}{2},\ x=0, & y<0,\\ \arctan\dfrac{y}{x}-\pi, & x<0,\ y<0.\end{cases}$$

其中，$-\dfrac{\pi}{2}<\arctan\dfrac{y}{x}<\dfrac{\pi}{2}$.

例 1　求 Arg（2－2i）及 Arg（－3＋4i）.

解　
$$\begin{aligned}\operatorname{Arg}(2-2\mathrm{i})&=\arg(2-2\mathrm{i})+2k\pi\\&=\arctan\left(\frac{-2}{2}\right)+2k\pi\\&=-\frac{\pi}{4}+2k\pi\ (k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{Arg}(-3+4\mathrm{i})&=\arg(-3+4\mathrm{i})+2k\pi\\&=\left[\arctan\left(\frac{4}{-3}\right)+\pi\right]+2k\pi\\&=-\arctan\frac{4}{3}+\pi+2k\pi\\&=(2k+1)\pi-\arctan\frac{4}{3}\ (k=0,\ \pm1,\ \pm2,\ \cdots).\end{aligned}$$

三、复数的三角形式和指数形式

根据直角坐标与极坐标的关系$\begin{cases}x=r\cos\theta,\\ y=r\sin\theta,\end{cases}$（其中 θ 为复数 z 的任一幅角），我们可以用非零复数 z 的模与幅角把 z 表示成下面的形式：

$$z=r(\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta),$$

称为非零复数 z 的三角形式.

利用著名的欧拉（Euler）公式 $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$，我们又可以得到

$$z=re^{i\theta},$$

称为非零复数 z 的指数形式.

例 2　将下列复数化为三角表达式与指数表达式.

（1）$z=-\sqrt{12}-2i$；

（2）$z=\sin\frac{\pi}{5}+i\cos\frac{\pi}{5}$.

解　（1）显然，$r=|z|=\sqrt{(-\sqrt{12})^2+(-2)^2}=\sqrt{16}=4$.

$$\theta=\arg z=\arctan\left(\frac{-2}{-\sqrt{12}}\right)-\pi=\arctan\frac{\sqrt{3}}{3}-\pi=-\frac{5\pi}{6}.$$

因此 $z=-\sqrt{12}-2i$ 的三角表达式为

$$z=4\left[\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right].$$

因此 $z=-\sqrt{12}-2i$ 的指数表达式为

$$z=4e^{-\frac{5\pi}{6}i}.$$

（2）显然，$r=|z|=\sqrt{\left(\sin\frac{\pi}{5}\right)^2+\left(\cos\frac{\pi}{5}\right)^2}=\sqrt{1}=1$.

$$\theta=\arg z=\arctan\left(\frac{\cos\frac{\pi}{5}}{\sin\frac{\pi}{5}}\right)=\arctan\left(\cot\frac{\pi}{5}\right)=\arctan\left[\tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{5}\right)\right]$$

$$=\arctan\left(\tan\frac{3\pi}{10}\right)=\frac{3\pi}{10}.$$

因此 $z=\sin\frac{\pi}{5}+i\cos\frac{\pi}{5}$的三角表达式为

$$z=\cos\frac{3\pi}{10}+i\sin\frac{3\pi}{10}.$$

因此 $z=-\sqrt{12}-2i$ 的指数表达式为

$$z=e^{\frac{3\pi}{10}i}.$$

很多平面图形能用复数形式的方程（或不等式）来表示，而且往往特别简

捷；反过来，也可以由给定的复数形式的方程或不等式来确定它所表示的平面图形.

例 3　求下列方程所表示的曲线.

（1）$|z+\mathrm{i}|=2$；

（2）$|z-2\mathrm{i}|=|z+2|$；

（3）$\mathrm{Im}(\mathrm{i}+\bar{z})=4$.

解　（1）在几何上不难看到，方程 $|z+\mathrm{i}|=2$，即 $|z-(-\mathrm{i})|=2$，表示所有与点 $-\mathrm{i}$ 距离为 2 的点的轨迹，即中心为 $-\mathrm{i}$，半径为 2 的圆. 下面用代数方法求出该圆的直角坐标方程.

设 $z=x+\mathrm{i}y$，则 $|z+\mathrm{i}|=2$ 变为

$$|x+(y+1)\mathrm{i}|=2.$$

也就是 $\sqrt{x^2+(y+1)^2}=2$，即 $x^2+(y+1)^2=4$.

（2）在几何上，方程 $|z-2\mathrm{i}|=|z+2|$，即 $|z-2\mathrm{i}|=|z-(-2)|$，表示到点 $2\mathrm{i}$ 和点 -2 距离相等的点的轨迹，所以方程表示的曲线就是连接点 $2\mathrm{i}$ 和点 -2 的线段的垂直平分线. 下面用代数方法求出该垂直平分线的直角坐标方程.

设 $z=x+\mathrm{i}y$，则 $|z-2\mathrm{i}|=|z+2|$ 变为

$$|x+(y-2)\mathrm{i}|=|(x+2)+y\mathrm{i}|.$$

也就是 $\sqrt{x^2+(y-2)^2}=\sqrt{(x+2)^2+y^2}$，

化简得 $y=-x$.

（3）　设 $z=x+\mathrm{i}y$，则 $\mathrm{Im}(\mathrm{i}+\bar{z})=4$ 变为

$$\mathrm{Im}[x+(1-y)\mathrm{i}]=4.$$

也就是 $1-y=4$，

化简得 $y=-3$，这是一条平行于 x 轴的直线.

第三节　复数的乘幂与方根

一、乘积与商

利用复数的三角或指数形式作乘除法比较简单.

定理1 两个复数乘积的模等于它们模的乘积；两个复数乘积的幅角等于它们的幅角的和.

证明 设两复数分别为 $z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$，$z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$，则

$$\begin{aligned}z_1z_2&=r_1r_2(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)\\&=r_1r_2[(\cos\theta_1\cos\theta_2-\sin\theta_1\sin\theta_2)+i(\cos\theta_1\sin\theta_2+\sin\theta_1\cos\theta_2)]\\&=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_1+\theta_2)].\end{aligned}$$

可知 $|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$，

且 $\quad \operatorname{Arg}(z_1z_2)=\theta_1+\theta_2+2k\pi=\operatorname{Arg}z_1+\operatorname{Arg}z_2.$

推论1 有限多个复数乘积的模等于它们模的乘积；有限多个复数乘积的幅角等于它们的幅角的和．对于任何 n 个复数 $z_k=r_k(\cos\theta_k+i\sin\theta_k)$ $(k=1,\cdots,n)$，有

$$z_1\cdots z_n=r_1\cdots r_n[\cos(\theta_1+\cdots+\theta_n)+i\sin(\theta_1+\cdots+\theta_n)].$$

推论2 若两个复数 z_1，z_2 满足 $z_1z_2=0$，则 $z_1=0$ 或 $z_2=0$.

证明 若 $z_1z_2=0$，则必有 $|z_1z_2|=0$，因而

$$|z_1|\cdot|z_2|=0.$$

由实数域中的对应结果知 $|z_1|$、$|z_2|$ 中至少有一个为零，所以 $z_1=0$ 或 $z_2=0$.

定理2 两个复数的商的模等于它们模的商；两个复数的商的幅角等于被除数与除数的幅角之差（除数不为零）.

证明 设两复数分别为 $z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$，$z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$，且 $z_2\neq0$.

按商的定义，当 $z_2\neq0$ 时，有

$$z_1=\frac{z_1}{z_2}\cdot z_2,$$

$|z_1|=\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right|\cdot|z_2|$，（注意到 $|z_2|\neq0$）

与 $\operatorname{Arg}z_1=\operatorname{Arg}\dfrac{z_1}{z_2}+\operatorname{Arg}z_2.$

于是，有

$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_2|}{|z_1|}, \quad \mathrm{Arg}\frac{z_1}{z_2} = \mathrm{Arg}z_1 - \mathrm{Arg}z_2.$$

二、复数的乘幂与方根

定义 4 设 n 为一个正整数，n 个相同的非零复数 z 的乘积称为 z 的 n 次幂，记作 z^n，即 $z^n = \underbrace{z \cdot z \cdots z}_{n}$.

(1) 设 $z = r(\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta)$，易得

$$z^n = r^n(\cos n\theta + \mathrm{i}\sin n\theta),$$

式中，当 $r = |z| = 1$，即 $z = \cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta$ 时，

$$(\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta)^n = \cos n\theta + \mathrm{i}\sin n\theta.$$

这就是著名的棣莫弗（DeMoivre）公式.

(2) 复数的 n 次幂的模等于复数模的 n 次幂，复数的 n 次幂的幅角等于复数的幅角的 n 倍. ①$|z^n| = |z|^n$；②$\mathrm{Arg}(z^n) = \underbrace{\mathrm{Arg}z + \cdots + \mathrm{Arg}z}_{n} = n\arg z + 2k\pi$，$k \in Z$.

例 1 求复数 $z = \dfrac{(3+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})}{(3-\mathrm{i})(2+\mathrm{i})}$ 的模.

解 $|z| = \left|\dfrac{3+\mathrm{i}}{3-\mathrm{i}}\right|\left|\dfrac{2-\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}\right| = \dfrac{|3+\mathrm{i}|}{|3-\mathrm{i}|} \cdot \dfrac{|2-\mathrm{i}|}{|2+\mathrm{i}|} = 1.$

例 2 计算 $(-1+\sqrt{3}\mathrm{i})^9$.

解 设 $z = -1+\sqrt{3}\mathrm{i}$，则

$|z| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2,$

$\arg z = \arg(-1+\sqrt{3}\mathrm{i}) = \arctan\left(\dfrac{\sqrt{3}}{-1}\right) + \pi = -\dfrac{\pi}{3} + \pi = \dfrac{2\pi}{3}.$

故 $z = -1+\sqrt{3}\mathrm{i} = 2\left(\cos\dfrac{2\pi}{3} + \mathrm{i}\sin\dfrac{2\pi}{3}\right).$

所以 $z^9 = 2^9\left[\cos\left(9\times\dfrac{2\pi}{3}\right) + \mathrm{i}\sin\left(9\times\dfrac{2\pi}{3}\right)\right] = 2^9(\cos 6\pi + \mathrm{i}\sin 6\pi) = 2^9.$

定义 5 对于非零复数 z 及正整数 n（$\geqslant 2$），把满足方程 $w^n = z$ 的复数 w 称为复数 z 的 n 次方根，记其根的总体为 $\sqrt[n]{z}$ 或 $z^{\frac{1}{n}}$.

下面我们来求复数 z 的 n 次方根.