

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$2x^2 - yy' + y^2 = 2$$

$$\lambda_2 = i\sqrt{14}$$

A Curious History of Mathematics

The Big Ideas from Early Number Concepts to Chaos Theory

奇妙数学史

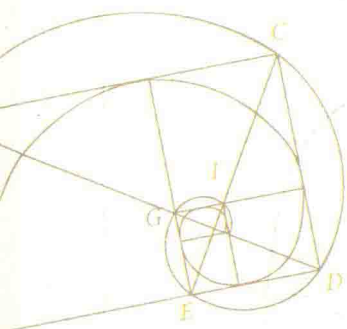
从早期的数字概念到混沌理论

[英] 乔尔·利维 (Joel Levy) 著

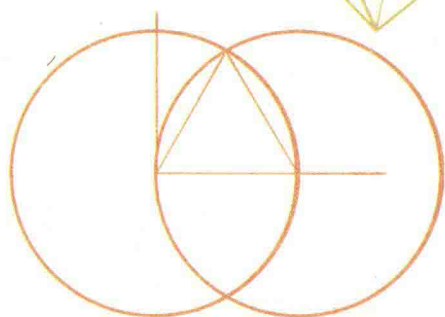
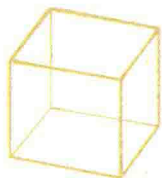
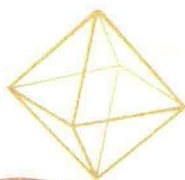
崔涵丁亚琼 译

中国工信出版集团

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS



$$a^2 + b^2 = c^2$$



$$2x^2 - yy' + y^2 = 2$$

A Curious History of Mathematics

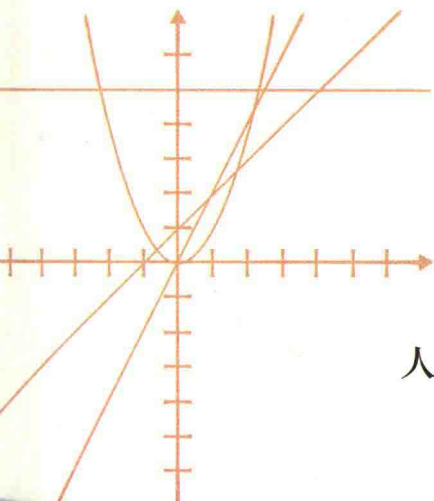
The Big Ideas from Early Number Concepts to Chaos Theory

奇妙数学史

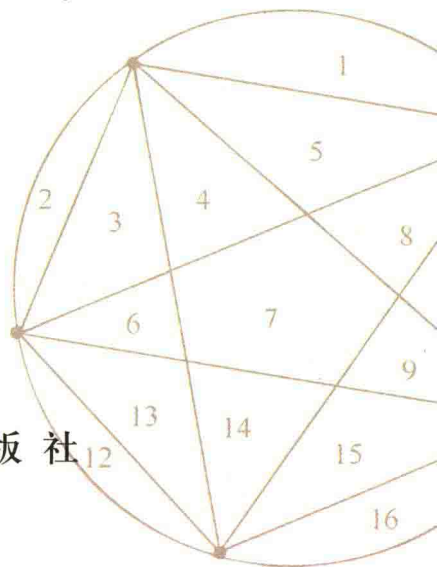
从早期的数字概念到混沌理论

[英] 乔尔·利维 (Joel Levy) 著

崔涵丁亚琼 译



$$\lambda_2 = i\sqrt{14}$$



人民邮电出版社

北京

图书在版编目 (C I P) 数据

奇妙数学史：从早期的数字概念到混沌理论 / (英)
乔尔·利维 (Joel Levy) 著；崔涵，丁亚琼译。—北
京：人民邮电出版社，2016. 10
(科学新悦读文丛)
ISBN 978-7-115-42938-4

I. ①奇… II. ①乔… ②崔… ③丁… III. ①数学史
—普及读物 IV. ①011-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第186145号

版权声明

Text © Joel Levy, 2013
Design © Carlton Books Ltd, 2013
Published in 2013 by André Deutsch
An imprint of the Carlton Publishing Group

All rights reserved. This book is sold subject to the condition that it may not be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the publisher's prior consent.

Through Big Apple Agency, Inc., Labuan, Malaysia.
Simplified Chinese edition copyright: © Posts & Telecommunications Press, 2016

-
- ◆ 著 [英] 乔尔·利维 (Joel Levy)
译 崔 涵 丁亚琼
责任编辑 韦 毅
责任印制 彭志环
- ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路 11 号
邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
北京缤索印刷有限公司印刷
- ◆ 开本：690×970 1/16
印张：12 2016年10月第1版
字数：283千字 2016年10月北京第1次印刷
- 著作权合同登记号 图字：01-2014-6466号
-

定价：49.00元

读者服务热线：(010)81055410 印装质量热线：(010)81055316

反盗版热线：(010)81055315

广告经营许可证：京东工商广字第 8052 号

目 录

引 言 / 7

- 小把戏? / 7
- 令人恐惧的总和 / 7
- 地球上最伟大的秀 / 8
- 引人入胜的魅力 / 8

古典时代之前的数学 / 11

史前算术 / 12

- 尺寸协调的手斧 / 12
- 从特殊到一般 / 12
- 用身体计数 / 12
- 记账的人 / 13
- 绳结计数 / 14
- 伊尚戈骨头 / 14
- 累加计数 / 16
- 点阵与天空中的图案 / 17

做标记：如何记录数字 / 18

- 加法系统 / 18
- 乘法系统 / 18
- 编码系统 / 19
- 位值制 / 19

古埃及文明 / 20

- 古埃及数字 / 20
- 象形文字的数字 / 20

古埃及数学的本质 / 22

- 古埃及分数 / 24
- 二进制乘法 / 24
- 数量求解与斜率测量 / 26
- 方与圆 / 27
- 未解之谜与神话传说 / 27

基本图形 / 28

- 自然的起伏 / 28
- 基本图形 / 28
- 多边形中的角 / 28
- 关于三角形 / 29

古印度数学 / 30

- 印度河流域文明 / 30
- 祭坛与无穷 / 31

算 术 / 32

- 基本运算 / 32

古巴比伦文明 / 34

- 持久的印象 / 34
- 古巴比伦数字 / 34

- 六十进制 / 35
- 美索不达米亚测度 / 36

古巴比伦数学 / 38

- 更名改姓的代数学 / 38
- 抽象思考 / 39

详解基数 / 40

- 十进制中各个数位所代表的数值 / 40
- 二进制 / 41
- 更高的基数 / 41

圆的解析 / 42

- 测量圆周 / 42
- 圆的面积 / 44
- 线段与分割 / 44
- 弧度 / 45

巨石阵与宗教几何 / 46

- 巨石阵 / 46
- 石头的几何学 / 47
- 与毕达哥拉斯的联系 / 47

圆周率的前世今生 / 48

- 无理的且超越的 / 49
- 圆周率的简史 / 49
- 圆周率的符号 / 50

古希腊时代的数学 / 53

毕达哥拉斯：发明了数学的人 / 54

- 米利都人泰勒斯 / 54
- 毕达哥拉斯的人生与传奇 / 55
- 数字与宇宙的奥秘 / 56
- 球体的音乐 / 57
- 禁忌之数 / 57
- 推导毕达哥拉斯定理 / 57
- 任何图案都可以 / 58

指数或幂 / 60

- 不寻常的指数 / 60
- 指数法则 / 60

质 数 / 62

- 不可除尽 / 62
- 算术的基本定律 / 62
- 究竟有多少质数 / 62

毕达哥拉斯定理 / 66

- 毕达哥拉斯的证明 / 66

古希腊数学 / 68

- 3个经典问题 / 68
- 阿基里斯与乌龟 / 70
- 柏拉图和他的立体 / 70
- 模范生 / 71
- 证明与定理 / 71

实心体 / 72

- 多面体 / 72
- 球体与圆柱 / 72

欧几里得与他的《几何原本》 / 74

- 《几何原本》 / 74

阿基米德 / 78

- 尤里卡! / 78
- 战船巨爪与死亡射线 / 79
- 杠杆与滑轮 / 79
- 阿基米德螺旋提水器 / 79
- 阿基米德的数学 / 80

埃拉托色尼：

测量地球的图书管理员 / 82

- 正午的影子 / 82

中世纪的数学 / 85

中世纪印度数学 / 86

- 黄金时代 / 86
- 阿耶波多 / 86
- 婆罗摩笈多 / 87
- 负数 / 88
- 喀拉拉学派 / 89

印度-阿拉伯数字系统 / 90

- 数字符号的起源 / 90
- 传入西方 / 91

零的简史 / 92

- 空位 / 92
- 源自虚无 / 93

引入代数学 / 94

- 等式 / 94
- 代数和几何 / 94
- 从修辞语言到符号 / 95
- 重聚与对立 / 96

智慧宫：

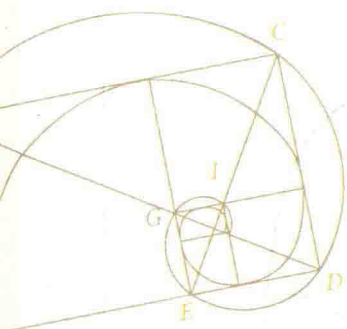
数学与中世纪的伊斯兰学者 / 98

学者之城 / 98
阿尔-辛迪 / 99
一个方向 / 100
阿尔-布鲁尼 / 100
引入三角学 / 102
三角函数 / 102
三角“树”学 / 103
阿尔-花刺子米 / 104
“代数之父” / 104
算法 / 107
中世纪欧洲数学 / 108
托莱多学派 / 108
阿方索星表 / 109
超越斐波那契 / 111
**威尼斯人的方法：
卢卡·帕乔利与会计们的
数学 / 114**
“会计之父” / 114
文艺复兴分子 / 114
复利 / 115
斐波那契 / 116
旅行拓宽视野 / 116
斐波那契数列 / 117
奉皇帝之命 / 118
《平方之书》 / 118
黄金比例 / 120
斐波那契数和黄金比例 / 120
黄金迷思 / 121
自然界中的数学 / 122
家谱 / 122
花瓣、种子与螺旋 / 122
**文艺复兴时期的数学与
科学革命 / 125**
欧洲文艺复兴 / 126
人形计算机 / 126
三次方问题 / 128
巨人们的数学 / 128
口吃者 / 128
秘密解法 / 129
欺骗和阴谋 / 130
负数和虚数 / 130

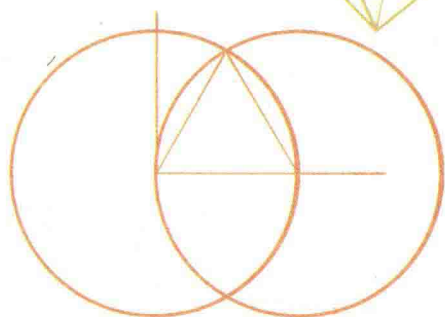
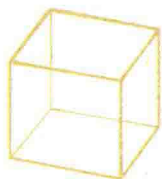
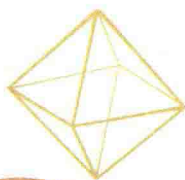
**女王的魔术师：
约翰·迪伊 / 132**
迪伊博士的巨大飞行屎壳郎 / 132
幸运星 / 134
完美的导航术 / 135
对数 / 136
最有用的算术 / 136
纳皮尔的神奇算法 / 137
科学革命 / 138
哥白尼新假说 / 138
与火星的战争 / 140
伽利略 / 142
丢下圆球 / 142
“星际信使” / 143
运动的构成 / 143
**笛卡儿：
数学对阵邪恶妖精 / 144**
几何之梦 / 144
解析几何 / 144
图线和坐标 / 146
坐标 / 146
简单图线 / 147
费马与他的定理 / 148
数学游戏 / 148
最后的待证定理 / 148
其他定理 / 149
概率的问题 / 150
点数分配问题 / 150
简单概率 / 151
帕斯卡和帕斯卡三角形 / 152
满载着数字的精华 / 152
神秘的六角形和水银气压计 / 154
**微积分孰先孰后：
牛顿和莱布尼茨 / 156**
近似计算 / 156
计算方法的线索 / 156
站在巨人的肩膀上 / 157
全科学院 / 158
两人的贡献 / 158
斜率和导数 / 160
变化和时间 / 160
自由落体 / 160

将梯度看作速度 / 162
极限 / 164
逼近极限 / 164
爬上山坡 / 165
欧拉 / 166
势不可挡的欧拉 / 166
欧拉数 / 167
欧拉记号法 / 167
进入现代 / 169
统计学 / 170
统计简史 / 170
正态分布 / 171
无限与超越 / 172
逼近极限 / 172
数学的极限 / 173
机器数学 / 174
能行的方法 / 174
通用的图灵机 / 174
阿兰·图灵 / 176
悬而未决的问题 / 176
炸弹惊奇 / 177
ACE, 人工智能与人造生命 / 177
有毒的苹果 / 177
囚徒困境：博弈论 / 178
博弈论简史 / 178
做最坏打算 / 178
打球 / 179
约翰·纳什 / 180
美丽的论文 / 180
心中之火 / 181
混沌理论 / 182
混沌革命 / 182
疯狂中的方法 / 183
**保罗·埃尔迪希：
我的头脑是开放的 / 184**
一个新住所，一种新证明 / 184
流浪的数学家 / 185
术语表 / 186
图片来源 / 192

科学新悦读文丛



$$a^2 + b^2 = c^2$$



$$2x^2 - y^2 + y'^2 = 2$$

A Curious History of Mathematics

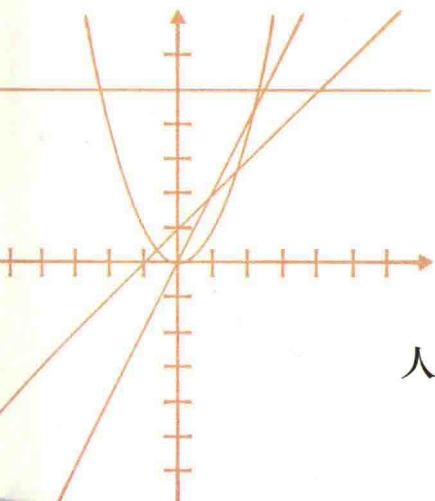
The Big Ideas from Early Number Concepts to Chaos Theory

奇妙数学史

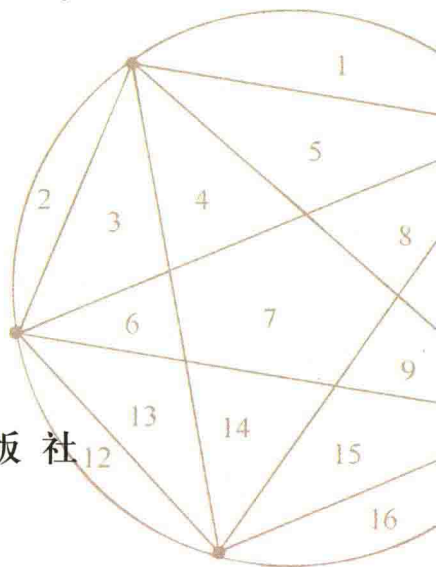
从早期的数字概念到混沌理论

[英] 乔尔·利维 (Joel Levy) 著

崔涵丁亚琼 译



$$\lambda_2 = i\sqrt{14}$$



人民邮电出版社

北京

图书在版编目 (C I P) 数据

奇妙数学史：从早期的数字概念到混沌理论 / (英)
乔尔·利维 (Joel Levy) 著；崔涵，丁亚琼译。—北京：
人民邮电出版社，2016. 10
(科学新悦读文丛)
ISBN 978-7-115-42938-4

I. ①奇… II. ①乔… ②崔… ③丁… III. ①数学史—普及读物 IV. ①O11-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第186145号

版权声明

Text © Joel Levy, 2013
Design © Carlton Books Ltd, 2013
Published in 2013 by André Deutsch
An imprint of the Carlton Publishing Group

All rights reserved. This book is sold subject to the condition that it may not be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the publisher's prior consent.

Through Big Apple Agency, Inc., Labuan, Malaysia.
Simplified Chinese edition copyright: © Posts & Telecommunications Press, 2016

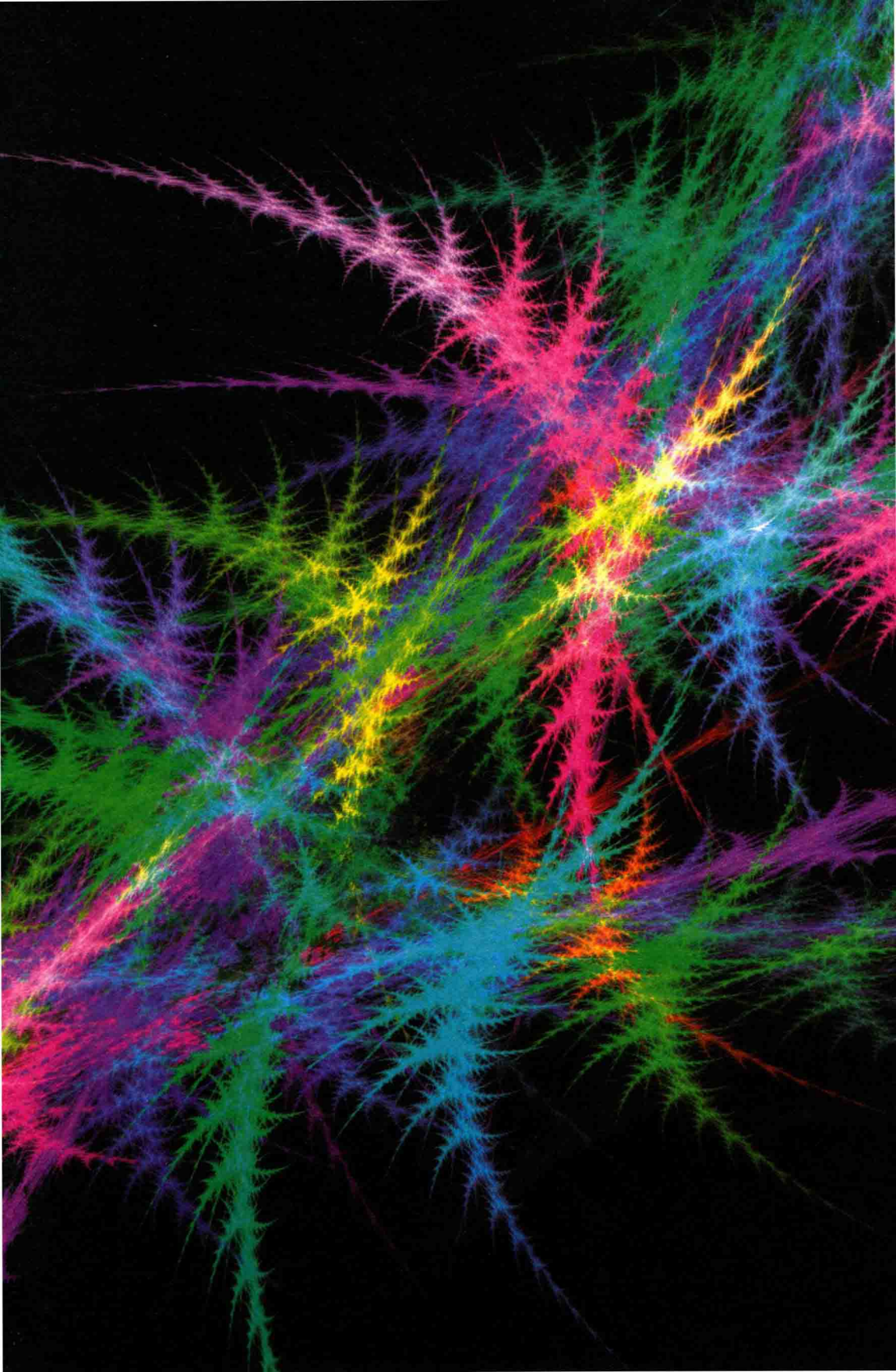
-
- ◆ 著 [英] 乔尔·利维 (Joel Levy)
译 崔涵 丁亚琼
责任编辑 韦毅
责任印制 彭志环
- ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路11号
邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
北京缤索印刷有限公司印刷
- ◆ 开本：690×970 1/16
印张：12 2016年10月第1版
字数：283千字 2016年10月北京第1次印刷
- 著作权合同登记号 图字：01-2014-6466号
-

定价：49.00元

读者服务热线：(010)81055410 印装质量热线：(010)81055316

反盗版热线：(010)81055315

广告经营许可证：京东工商广字第8052号



目 录

引 言 / 7

- 小把戏? / 7
- 令人恐惧的总和 / 7
- 地球上最伟大的秀 / 8
- 引人入胜的魅力 / 8

古典时代之前的数学 / 11

史前算术 / 12

- 尺寸协调的手斧 / 12
- 从特殊到一般 / 12
- 用身体计数 / 12
- 记账的人 / 13
- 绳结计数 / 14
- 伊尚戈骨头 / 14
- 累加计数 / 16
- 点阵与天空中的图案 / 17

做标记：如何记录数字 / 18

- 加法系统 / 18
- 乘法系统 / 18
- 编码系统 / 19
- 位值制 / 19

古埃及文明 / 20

- 古埃及数字 / 20
- 象形文字的数字 / 20

古埃及数学的本质 / 22

- 古埃及分数 / 24
- 二进制乘法 / 24
- 数量求解与斜率测量 / 26
- 方与圆 / 27
- 未解之谜与神话传说 / 27

基本图形 / 28

- 自然的起伏 / 28
- 基本图形 / 28
- 多边形中的角 / 28
- 关于三角形 / 29

古印度数学 / 30

- 印度河流域文明 / 30
- 祭坛与无穷 / 31

算 术 / 32

- 基本运算 / 32

古巴比伦文明 / 34

- 持久的印象 / 34
- 古巴比伦数字 / 34

- 六十进制 / 35
- 美索不达米亚测度 / 36

古巴比伦数学 / 38

- 更名改姓的代数学 / 38
- 抽象思考 / 39

详解基数 / 40

- 十进制中各个数位所代表的数值 / 40
- 二进制 / 41
- 更高的基数 / 41

圆的解析 / 42

- 测量圆周 / 42
- 圆的面积 / 44
- 线段与分割 / 44
- 弧度 / 45

巨石阵与宗教几何 / 46

- 巨石阵 / 46
- 石头的几何学 / 47
- 与毕达哥拉斯的联系 / 47

圆周率的前世今生 / 48

- 无理的且超越的 / 49
- 圆周率的简史 / 49
- 圆周率的符号 / 50

古希腊时代的数学 / 53

毕达哥拉斯：发明了数学的人 / 54

- 米利都人泰勒斯 / 54
- 毕达哥拉斯的人生与传奇 / 55
- 数字与宇宙的奥秘 / 56
- 球体的音乐 / 57
- 禁忌之数 / 57
- 推导毕达哥拉斯定理 / 57
- 任何图案都可以 / 58

指数或幂 / 60

- 不寻常的指数 / 60
- 指数法则 / 60

质 数 / 62

- 不可除尽 / 62
- 算术的基本定律 / 62
- 究竟有多少质数 / 62

毕达哥拉斯定理 / 66

- 毕达哥拉斯的证明 / 66

古希腊数学 / 68

- 3个经典问题 / 68
- 阿基里斯与乌龟 / 70
- 柏拉图和他的立体 / 70
- 模范生 / 71
- 证明与定理 / 71

实心体 / 72

- 多面体 / 72
- 球体与圆柱 / 72

欧几里得与他的

《几何原本》 / 74

- 《几何原本》 / 74

阿基米德 / 78

- 尤里卡! / 78
- 战船巨爪与死亡射线 / 79
- 杠杆与滑轮 / 79
- 阿基米德螺旋提水器 / 79
- 阿基米德的数学 / 80

埃拉托色尼：

测量地球的图书管理员 / 82

- 正午的影子 / 82

中世纪的数学 / 85

中世纪印度数学 / 86

- 黄金时代 / 86
- 阿耶波多 / 86
- 婆罗摩笈多 / 87
- 负数 / 88
- 喀拉拉学派 / 89

印度-阿拉伯数字系统 / 90

- 数字符号的起源 / 90
- 传入西方 / 91

零的简史 / 92

- 空位 / 92
- 源自虚无 / 93

引入代数学 / 94

- 等式 / 94
- 代数和几何 / 94
- 从修辞语言到符号 / 95
- 重聚与对立 / 96

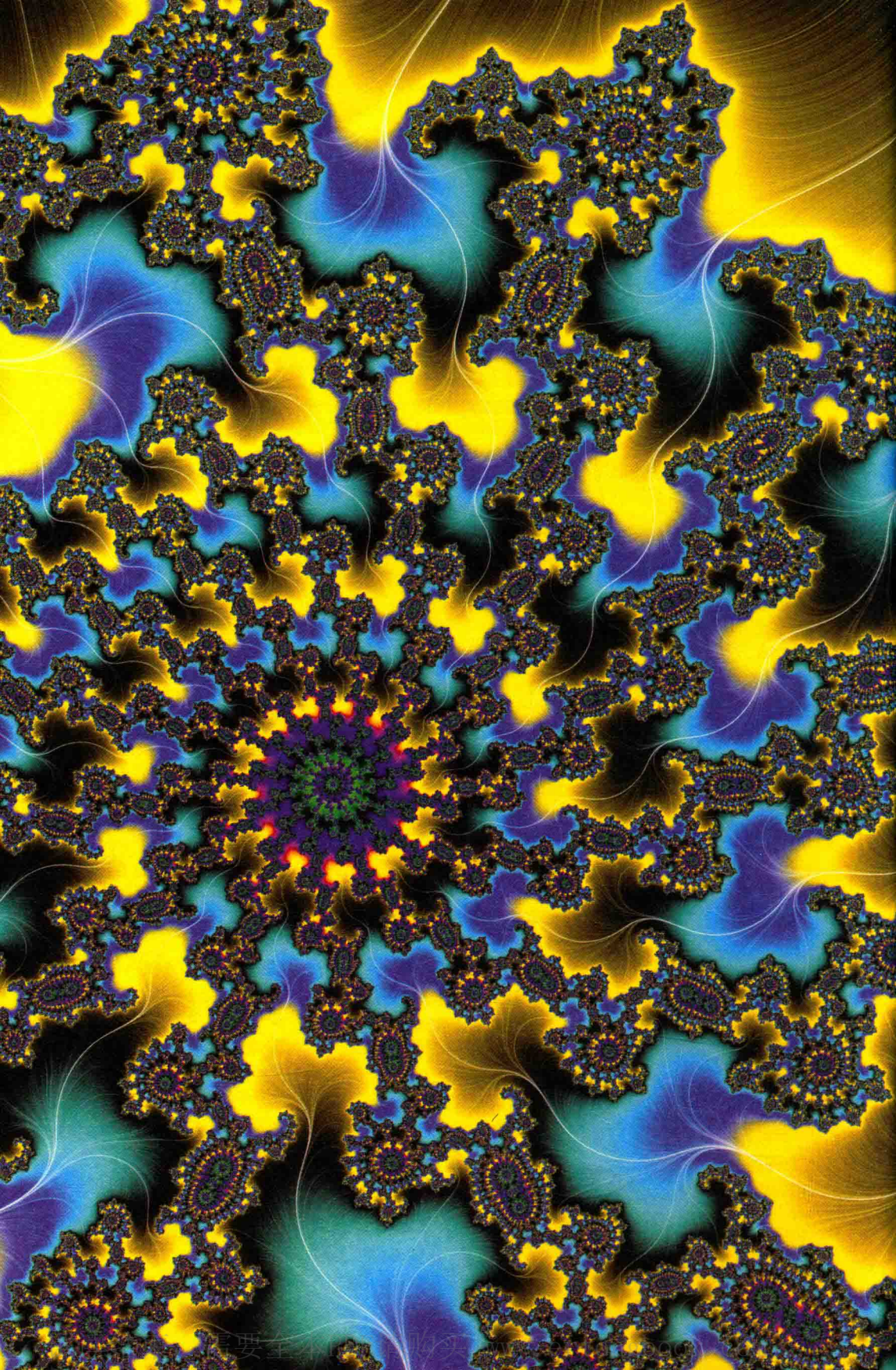
智慧宫：

数学与中世纪的伊斯兰学者 / 98

学者之城 / 98
阿尔-辛迪 / 99
一个方向 / 100
阿尔-布鲁尼 / 100
引入三角学 / 102
三角函数 / 102
三角“树”学 / 103
阿尔-花刺子米 / 104
“代数之父” / 104
算法 / 107
中世纪欧洲数学 / 108
托莱多学派 / 108
阿方索星表 / 109
超越斐波那契 / 111
**威尼斯人的方法：
卢卡·帕乔利与会计们的
数学 / 114**
“会计之父” / 114
文艺复兴分子 / 114
复利 / 115
斐波那契 / 116
旅行拓宽视野 / 116
斐波那契数列 / 117
奉皇帝之命 / 118
《平方之书》 / 118
黄金比例 / 120
斐波那契数和黄金比例 / 120
黄金迷思 / 121
自然界中的数学 / 122
家谱 / 122
花瓣、种子与螺旋 / 122
**文艺复兴时期的数学与
科学革命 / 125**
欧洲文艺复兴 / 126
人形计算机 / 126
三次方问题 / 128
巨人们的数学 / 128
口吃者 / 128
秘密解法 / 129
欺骗和阴谋 / 130
负数和虚数 / 130

**女王的魔术师：
约翰·迪伊 / 132**
迪伊博士的巨大飞行屎壳郎 / 132
幸运星 / 134
完美的导航术 / 135
对数 / 136
最有用的算术 / 136
纳皮尔的神奇算法 / 137
科学革命 / 138
哥白尼新假说 / 138
与火星的战争 / 140
伽利略 / 142
丢下圆球 / 142
“星际信使” / 143
运动的构成 / 143
**笛卡儿：
数学对阵邪恶妖精 / 144**
几何之梦 / 144
解析几何 / 144
图线和坐标 / 146
坐标 / 146
简单图线 / 147
费马与他的定理 / 148
数学游戏 / 148
最后的待证定理 / 148
其他定理 / 149
概率的问题 / 150
点数分配问题 / 150
简单概率 / 151
帕斯卡和帕斯卡三角形 / 152
满载着数字的精华 / 152
神秘的六角形和水银气压计 / 154
**微积分孰先孰后：
牛顿和莱布尼茨 / 156**
近似计算 / 156
计算方法的线索 / 156
站在巨人的肩膀上 / 157
全科学院 / 158
两人的贡献 / 158
斜率和导数 / 160
变化和时间 / 160
自由落体 / 160

将梯度看作速度 / 162
极限 / 164
逼近极限 / 164
爬上山坡 / 165
欧拉 / 166
势不可挡的欧拉 / 166
欧拉数 / 167
欧拉记号法 / 167
进入现代 / 169
统计学 / 170
统计简史 / 170
正态分布 / 171
无限与超越 / 172
逼近极限 / 172
数学的极限 / 173
机器数学 / 174
能行的方法 / 174
通用的图灵机 / 174
阿兰·图灵 / 176
悬而未决的问题 / 176
炸弹惊奇 / 177
ACE, 人工智能与人造生命 / 177
有毒的苹果 / 177
囚徒困境：博弈论 / 178
博弈论简史 / 178
做最坏打算 / 178
打球 / 179
约翰·纳什 / 180
美丽的论文 / 180
心中之火 / 181
混沌理论 / 182
混沌革命 / 182
疯狂中的方法 / 183
**保罗·埃尔迪希：
我的头脑是开放的 / 184**
一个新住所，一种新证明 / 184
流浪的数学家 / 185
术语表 / 186
图片来源 / 192



引言

在卡尔·弗雷德里希·高斯7岁的时候，他的老师给全班同学出了一道计算题，这道题看上去非常难：把1到100中的所有整数加起来求和。然而令老师万分惊讶的是，几秒钟之后，年幼的高斯就主动报出了答案。难道说高斯是一个自闭症天才，能够像机器那样进行高速的暴力计算吗？

事实上，尽管高斯毫无疑问是一名数学天才，并且在后来被人们称为“数学王子”，但他计算的方法并不是暴力计算，而是运用他迅捷的思维。他意识到，计算的方法不应该是费力又枯燥地将1到100加起来，而是应该将这100个数字分为50个数对，其中 $1+100=101$ ， $2+99=101$ ， $3+98=101$ ，等等。这样一来，这100个数字的总和也就变成了这50个数对的总和，而这50个数对的和都是101。计算 101×50 对于高斯来说简直是小菜一碟，因此他才能很快报出正确答案5050，令老师大吃一惊。你也可以用同样的技巧让你的朋友或者同事吃惊，任何一个等差数列的和都可以这样计算：如果这个数列有 n 个数，那么它的和就是第一个数与最后一个数的和乘以 n 再除以2。比如，1到20的和就是 $(1+20) \times 20 / 2 = 210$ 。

小把戏？

这样的计算方法仅仅是小把戏吗？高斯的发现掀开了一个重要领域的一角：数字之间是有着内在联系的，而这些内在联

系可以通过人的智慧去发现。这就是数学的世界，高斯称数学为“科学的皇后”。历史上的许多智者都同意他的观点。不论是从宗教还是科学的观点来看，自然哲学家们都把数学看作真理与美最纯粹、最重要的表现形式。古希腊人相信数学是宇宙的基础。伊丽莎白时代的数学家和魔术师约翰·迪伊认为，数学是造物主的终极工具，“被运用在一切事物的创造中……一切事物从无到有，都是依据着秩序以及纯粹的数字。”意大利数学家和科学先锋伽利略·伽利莱坚持认为：“要想理解宇宙之书，首先得要理解写就它的语言，而这种语言正是数学。”

令人恐惧的总和

现代数学包含了至少30个领域，有我们熟悉的，诸如几何学与代数学；也有些深奥难懂的，例如拓扑学（关于连续性的数学，有时候也称作橡胶板几何学）以及组合学（关于选择、组合以及排列的数学）。在今天，数学的各个领域已经变得各有专攻又精妙复杂，对于数学的门外汉来说，它显得那么遥不可及。事实上，大多数人都认为他们不了解数学，并且忘记了在学校所学的大部

通过左边奇幻而又美丽的分形函数图像，
可以窥见数学的威力与深奥。



← 对伽利略的审判体现了数学在重塑传统宇宙观时的巨大威力。

分数学知识，甚至有一小部分人患上了“数学恐惧症”，对数学产生了畏惧的心理。然而，数字却始终存在于我们的身边，存在于我们的日常生活中。每一个人在不自觉甚至不识数的时候，都可能是“民间数学家”，比如我们下意识地运用数量、量级、角度以及向量这些概念的时候。每当你掂量哪个松饼比较大、将一大块比萨饼平分为若干份、数清你的零钱甚至看看表的时候，你都是一个数学家，而这本书也正是为你而写的。

地球上最伟大的秀

这本书将从最初的起源到现代数学最重要的突破，讲述数学迷人的发展史。按照数学演进的顺序，从史前时代数的概念产生，人们学会了数数，到古巴比伦人、古希腊人以及古埃及人的伟大发现，再谈到中世纪伊斯兰世界与欧洲的伟大学者，接下来是文艺复兴时期与科学革命时期的进展，最后是18

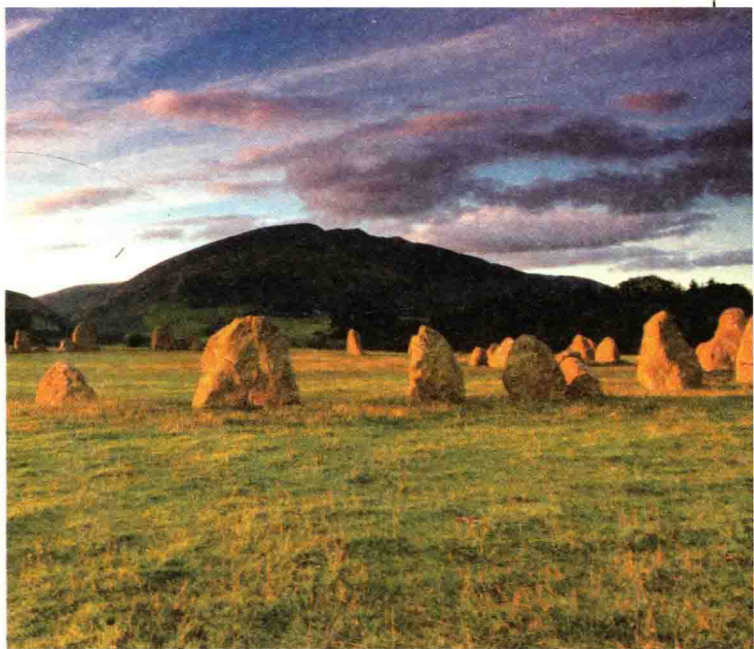
和19世纪的科学巨人以及20世纪数学开拓出的新天地。在讲述这段奇妙历史的同时，这本书用通俗易懂的语言解释了最重要的数学概念，从常见的算术、几何学以及代数学到三角学，最终是微积分学。本书还将带领你探索那些具有划时代意义的伟大理念，它们都是超凡的科学巨擘（包括毕达哥拉斯、牛顿、斐波那契以及费马）的发现。还有那些数学史上最伟大的谜题以及挑战，例如费马大定理、混沌理论以及分形理论。

引人入胜的魅力

阅读本书并不需要深厚的数学知识，你只需要基本的算术知识以及常识。在介绍数学发展历史的同时，本书会单独介绍重要的概念作为花絮，以使你对重要主题的背景有所了解，从而更好地理解这些主题，例如质数、几何学、圆和图像。对于更为深奥的概念，比如三角学和微积分学，都是基于前面提到的那些

主题，但本书将尽可能少地使用特殊符号、专业术语以及介绍复杂理论。

当你完成了这段奇幻的旅程之后，你将能够区别正弦函数和余弦函数、二次方程和三次方程，熟悉极限的概念，甚至学会为你的金字塔搭建一个水平的平台。在阅读的过程中，你还将遭遇远古的死亡射线、泡在浴缸里的裸男、下了毒的苹果。希望你能认可约翰·迪伊的说法，他认为数学的魅力绝对“引人入胜”。



从空中看金字塔，可以看出其在几何学上的精准性。

新石器时代的石圈能够让我们对史前时代数学的萌芽有所了解。





古典时代 之前的数学

数学是由抽象概念、纯数字、理想形、公理以及代数等式构成的世界，然而数和数学最初的概念却来自于现实世界，来自于人和动物、石头和土地。最初，数字被用来计数。在人类历史上的大多数时候，数字被认为是实实在在的。史前时代与最初的文明孕育出了数学的概念，并被人们运用在实际生活中的计数里，因此古典时代之前的数学主要着眼于数牲口、丈量土地、称量粮食的质量以及建筑房屋。古埃及、古巴比伦、古印度和其他古代文明一起，为算术、几何学、代数学和数论的形成打下了基础。

← 这幅古埃及壁画描绘了记录官丈量麦田的场景。对古人来说，数学实际上是十分实用的。

史前算术

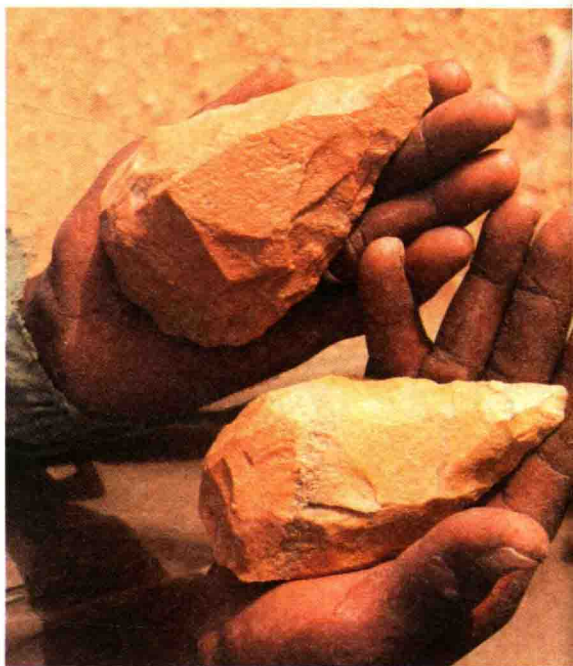
数学通常被视作人类抽象思维最纯粹的表达，这种思维也是人类最本质的能力。然而在现实生活中，有几种动物，包括喜鹊和猴子，也拥有判断物品的大小和数量多少的能力，有的甚至能对数量少的东西进行简单的数数（见下页方框：懂数学的猴子）。

尺寸协调的手斧

据估计，人类的先祖和其他动物在判断物品的大小和数量多少方面能力相近。英国旧石器时代的考古学家约翰·高莱特指出，距今70万年前的原始人类在设计制造石头手斧时，就显示出了对比例的聪慧理解，这可远远早于智人时代。在肯尼亚的吉隆布遗址出土的一份样本包含了上百个大小不一的手斧，然而它们的长宽比却相同。因此不论是制造大的还是小的手斧，我们的先祖在脑中都有着一个完美的目标比例。甚至有人认为，他们的目标比例正是古希腊人钟爱的黄金比例（见第120页）。

从特殊到一般

在历史上的某个时刻，这种判断比例的能力进化成了更显智慧的能力——数数，这也是最早的数学思维。但是数数到底指的是什么呢？早期的数数可能只涉及“质”而不涉及“量”的概念，也就是一定会涉及具体的实物。这种用质的术语将数字与实物相联系，与用抽象的量的术语计数相比较，两者间存在着鸿沟。在人类认知的演进中，从谈论“3头牛”演化到谈论“数字3”是一个巨大的进步。这种古老的、利用实物计数的方法在现代仍然存在。例如，古斐济语中的单



石器时代早期的手斧有着统一的比例。这是数学思维的证据吗？

词“bola”意思是10条船，单词“koro”意思是10个椰子。

用身体计数

现代的游牧民族和猎人部落的计数方式也可以帮助我们了解史前人类是如何数数的，说他们只能数“1”“2”以及“很多”