

高等院校“十三五”规划教材

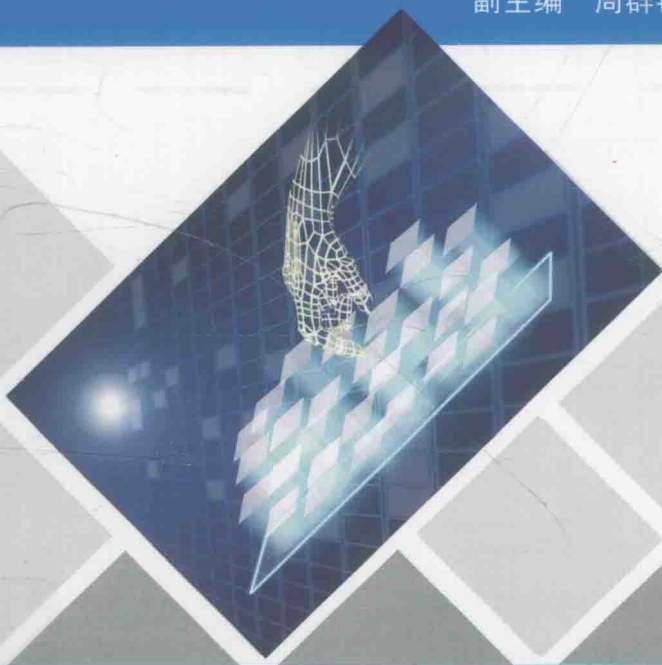
数学建模

第二版

SHUXUE JIANMO

主 编 刘 锋

副主编 周群艳 胡江胜



 南京大学出版社

高等院校“十三五”规划教材

数学建模

第二版

SHUXUE JIANMO

主 编 刘 锋

副主编 周群艳 胡江胜

 南京大学出版社

【内容简介】

本书为应用型本科院校《数学建模》普及性教育教材。内容包括数学建模概论、日常生活中的数学模型、微分方程模型、最优化模型、初等概率模型、图论初步及其应用、层次分析法及其应用、Matlab 软件简介及应用等八章内容及一个附录:数学建模竞赛论文写作方法与要求。各章配有适量的练习题,书末附有练习题参考解答或提示。本书特点:难易度适中,符合应用型本科院校大学生的数学基础;问题提法比较新颖,符合时代气息;问题研究具有实际意义或理论价值;本书问题分析透彻,通俗易懂,趣味性强,便于自学。

本书可作为应用型本科院校理工科、经济类及管理类各专业“数学建模”课程教材,或数学建模竞赛初级班培训教材,也可供其他数学爱好者及科技工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学建模 / 刘锋主编. — 2 版. — 南京: 南京大学出版社, 2016. 11

ISBN 978-7-305-17332-5

I. ①数… II. ①刘… III. ①数学模型—高等学校—教材 IV. ①O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 171230 号

出版发行 南京大学出版社

社 址 南京市汉口路 22 号

邮编 210093

出版人 金鑫荣

书 名 数学建模(第二版)

主 编 刘 锋

责任编辑 马文华 吴 汀

编辑热线 025-83593923

照 排 南京理工大学资产经营有限公司

印 刷 南京大众新科技印刷有限公司

开 本 787×960 1/16 印张 21 字数 344 千

版 次 2016 年 11 月第 2 版 2016 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-305-17332-5

定 价 42.00 元

网 址: <http://www.njupco.com>

官方微博: <http://weibo.com/njupco>

微信服务号: njyuexue

销售咨询热线: (025)83594756

* 版权所有, 侵权必究

* 凡购买南大版图书, 如有印装质量问题, 请与所购图书销售部门联系调换

第一版序

众所周知,数学建模是联系数学和实际问题的桥梁,是数学在各个领域广泛应用的媒体。在大学中开展数学建模教学是培养学生应用意识和创新能力,造就高层次人才的一种重要途径,也是激发学生学习兴趣,培养主动探索能力,形成优良学风和团结协作精神的有力措施。

我国高校的数学建模教育始于 20 世纪 80 年代初期,全国大学生数学建模竞赛始于 1994 年。近十多年来的数学建模竞赛培养了许多优秀的大学生,他们明显地具有了较好的自学能力、创新能力,特别是具有较强的科学研究和技术创新能力。正是由于这门课程的重要作用,近年来我国数学建模教育发展非常迅速,已出版了一批教材和参考书。但总的看来,这些教材基本上都是为数学建模竞赛编写的,其特点是内容难度大,涉及面广,且难度和涉及领域大大超出了一般学生的接受程度。面对高等教育的大众化,也为了提高全体大学生的数学素养和综合应用数学解决实际问题的能力,全国工科数学教学指导委员会已建议在高校中开展数学建模的普及性教育研究,中国工业与应用数学学会理事长、中国科学院院士李大潜教授也多次在全国性的会议上呼吁开展数学建模的普及性教育,努力培养全体大学生的应用意识和创新能力,确保数学建模竞赛持续健康的开展,力戒有些院校为了数模竞赛而忽视了绝大部分学生的数学建模教育。因此,开展数学建模的普及性教育已是势在必行。

刘锋同志多年前就开始从事数学建模的教学与研究,也曾指导多届学生参加全国大学生数学建模竞赛,取得了优异的成绩,积累了较为丰富的教学实践经验,本书正是作者在多年来的教学实践和探索的基础上写成的。由于作

者长期从事应用型本科院校的数学教学工作,比较了解这些学生的数学基础和实际背景,在精心编著教材内容方面除问题提法新颖,符合时代气息,问题研究具有实际意义或理论价值外,难易度适中,通俗易懂,注重普及性教育是本书最大的特点。

总之,本书是一部比较适合于应用型本科院校数学建模普及性教育课程的教材,也可供参加数学建模竞赛的学生、数学爱好者及科技人员参考。特向广大读者推荐。

葛照强

西安交通大学

2005年5月

第一版前言

全国大学生数学建模竞赛在我国开展已十余年,这项活动的开展,培养了许多优秀的大学生。然而,在大学里开展数学建模的普及性教育只是近几年的事情。虽然目前已出版了一些《数学建模》教材及辅导教材,但这些教材基本上都是为竞赛而编写的,其内容涉及面宽且难度特别大,仅仅适合于参加竞赛的少数学生或某些特定专业使用,而对于开展数学建模的普及性教育,几乎没有合适的使用教材。为此,我们进行了五年多的研究与教学实践,编写了这本教材,经过多轮的教学实践取得了很好的效果。

全书由数学建模概论、日常生活中的数学模型、微分方程模型、最优化模型、初等概率模型、图论初步及其应用、层次分析法及其应用等七章内容组成,每章都附有一些练习题并在书末给出了参考解答或提示。

本书的特点是:难易度比较适中,符合应用型本科院校大学生的数学基础;问题提法比较新颖,符合时代气息;问题研究具有实际意义或理论价值;每个模型都具有可进一步发挥的空间,以开发学生的潜能和培养学生的创新能力。同时我们对每一个模型从情景设计(问题描述)、问题分析与模型假设、模型建立、模型求解、模型检验或应用、进一步要讨论的问题等方面都进行了认真细致的研究与设计,力争在做到激发兴趣、引人入胜的同时,努力讲清问题的来龙去脉,弥补了有些教材只讲“是什么”,而未讲“为什么”的不足,尽可能使得本教材具有易教、易学以体现出“普及性教育”的特点,以达到引导大学生明确数学建模的重要意义、掌握数学建模的基本概念和主要方法、培养他们善于应用数学知识解决实际问题的意识、逐步提高他们的数学素质和创新能力为目的。

本书在编写及教学实践的过程中得到了学校施步洲副校长、教务处蒋忠芳副处长、教育学院马建富副院长、基础部周友明副主任等有关领导的关心和支持;西安交通大学葛照强教授在百忙中审阅了全书并欣然为本书作序;南京理工大学邹云教授、西北大学郭鹏江教授、西北工业大学聂铁军教授、西安科技大学褚维盘教授及我校王讲书教授、徐亚平副教授对本书的编写给予了极大的鼓励、指导和帮助;同时本教材得到了学校教材出版基金的资助及南京大学出版社的大力支持。在此对以上各位领导、专家及同志们表示衷心的感谢。

本书可作为应用型本科院校《数学建模》普及性教育教材,适用对象为理工科、经济类大学生;也可供参加数学建模竞赛的学生、数学爱好者及科技人员参考。

由于数学建模是一门很新的课程,在课程体系设计、教学内容选择、教材编写等方面国内外都没有较为定型的模式,其教学本身也正处在一个不断探索、不断创新、不断完善和提高了的阶段,加上作者水平与经验有限,书中难免有错误及不妥之处,敬请同行专家批评指正,以期共同把这项重要的、有意义的工作做好。

编 者

2005 年 5 月

第二版前言

本书是 21 世纪应用型本科院校规划教材《数学建模》的修订版,面向理工科、经济类、管理类大学生,定位于数学建模的普及性教育。该书第一版自 2005 年出版以来,被许多院校作为数学建模课程教材,本书的定位、特色及内容体系安排得到了使用学校的充分肯定和好评。

随着数学建模普及性教育的不断深入,以及我们多年的教学实践,我们认为有必要对其中的部分内容进行修订和补充。

第一:本书仍保持了原书的体系与特色:难易度适中,符合应用型本科院校大学生的数学基础;问题提法比较新颖,符合时代气息;问题研究具有实际意义或理论价值;努力使得本教材具有易教、易学以体现出“普及性教育”的特点,以达到引导大学生明确数学建模的重要意义、掌握数学建模的基本概念和主要方法、培养他们善于应用数学知识解决实际问题的意识、逐步提高他们的数学素质和创新能力的目的。

第二:对其中部分模型进行了改进,在保证基本模型的基础上增加了进一步需要研究的方向,以开发学生的潜能和培养学生的创新能力。例如:椅子问题,在模型最后,进一步提出三个问题:(1) 椅子四条腿底端连线为长方形时,如何建模与求解?(2) 椅子四条腿底端连线为等腰梯形时,如何建模与求解?(3) 椅子四条腿底端连线呈什么一般形状时,椅子一定能放稳(即寻找能放稳的充分必要条件)?

第三:为了提高学生应用数学软件解决实际问题的能力,增加了第八章 MATLAB 软件简介及应用。

第四:为了帮助学生写好数学建模论文,提高写作的规范性与写作质量,

增加了一个附录,专门介绍数学建模竞赛论文的写作方法与要求,并给出了一个范例。

第五:进一步润色了各章语言文字,力求更加通俗易懂,进一步完善了各章习题解答,同时,修改了原书中的一些疏忽与错误。

刘锋、周群艳、胡江胜三位同志参加了本次修订和增补内容的编写工作。本书配有课件和相关素材,请有需要的读者直接通过邮箱:jiangshenghu@jsut.edu.cn与作者联系。

本书可作为应用型本科院校理工科、经济类及管理类各专业《数学建模》课程教材,或数学建模竞赛初级班培训教材,也可供其他数学爱好者及科技工作者参考。

编 者

2016年5月

目 录

第1章 数学建模概论	1
§ 1.1 数学建模与创新教育	1
§ 1.2 数学建模的基本概念及建模实例	3
1.2.1 数学建模的基本概念	3
1.2.2 一些建模实例	5
§ 1.3 建立数学模型的常用方法及步骤	15
练习题一	17
第2章 日常生活中的数学模型	19
§ 2.1 人在雨中行走淋雨量的数学模型	19
§ 2.2 电影院的优化问题	23
§ 2.3 一种惊险杂技的设计	26
§ 2.4 购房还贷问题	28
§ 2.5 彩虹的成因	32
§ 2.6 人员疏散问题	39
§ 2.7 双层玻璃的功效	42
§ 2.8 广告的费用及其效应的经验模型	44
2.8.1 经验模型及参数估计	45
2.8.2 广告的费用及其效应的经验模型	47
练习题二	50

第3章 微分方程模型	53
§ 3.1 发射登月体的数学模型	53
§ 3.2 人口增长的微分方程模型	56
§ 3.3 放射性废物的处理	59
§ 3.4 传染病的微分方程模型	61
§ 3.5 减肥的数学模型	69
§ 3.6 滑滑板最优设计的数学模型	72
§ 3.7 湖水的污染问题	78
§ 3.8 与战争有关的几个数学模型	81
3.8.1 战略核武器杀伤力的数学模型	81
3.8.2 理查森军备竞赛理论	82
3.8.3 战争胜负预测的数学模型	86
练习题三	90
第4章 最优化模型	92
§ 4.1 最优化方法初步	92
4.1.1 二维最优化问题的图解法	93
4.1.2 松弛变量法	97
4.1.3 惩罚函数法	98
4.1.4 单纯形法	102
4.1.5 分支定界法	105
§ 4.2 河水的污染与净化	108
§ 4.3 营养配餐问题	111
§ 4.4 最优投资问题	115
§ 4.5 生产和库存最优计划模型	118
练习题四	122

第5章 初等概率模型	126
§ 5.1 概率论基础及应用举例	126
5.1.1 基本概念	126
5.1.2 随机变量及其分布	129
5.1.3 随机变量的两个数字特征	133
5.1.4 大数定理与中心极限定理	136
§ 5.2 配对问题	137
§ 5.3 报纸零售商最优购报问题	139
§ 5.4 再论人口增长问题	141
§ 5.5 随机服务模型	144
练习题五	147
第6章 图论初步及其应用	149
§ 6.1 图论的基本概念	149
6.1.1 从哥尼斯堡七桥问题谈起	149
6.1.2 图的基本概念	150
6.1.3 图的矩阵表示	152
§ 6.2 最短路问题	154
6.2.1 医院选址问题	154
6.2.2 公路运输问题	156
6.2.3 有线电视网最优布线问题	162
§ 6.3 行遍性问题	163
6.3.1 中国邮递员问题	163
6.3.2 流动推销员问题	166
§ 6.4 最小覆盖和最小控制集问题	169
6.4.1 消防设施的最优设置	169
6.4.2 公司招聘员工的问题	171
§ 6.5 染色问题应用举例	173

练习题六	175
第7章 层次分析法及其应用	179
§ 7.1 层次分析法简介	179
§ 7.2 大学生毕业选择单位的数学模型	184
§ 7.3 企业利润合理分配的层次分析法模型	187
练习题七	189
第8章 MATLAB 软件简介及应用	191
§ 8.1 MATLAB 基本介绍	191
8.1.1 启动与退出	192
8.1.2 数据与变量	194
8.1.3 运算符	195
8.1.4 表达式	196
8.1.5 常用的数学函数	197
§ 8.2 矩阵运算	198
8.2.1 向量与矩阵的创建	198
8.2.2 矩阵的基本操作	200
8.2.3 矩阵的运算	201
8.2.4 矩阵函数	202
§ 8.3 MATLAB 符号计算	203
8.3.1 符号对象的创建和使用	203
8.3.2 符号运算中的运算符和基本函数	204
8.3.3 符号表达式的操作	205
8.3.4 符号微积分	206
§ 8.4 MATLAB 作图	208
8.4.1 二维图形的绘制	209
8.4.2 三维图形的绘制	215

§ 8.5 MATLAB 程序设计入门	217
8.5.1 M 文件	217
8.5.2 流程控制语句	219
8.5.3 常用的人机交互命令	222
8.5.4 函数调用	224
§ 8.6 MATLAB 基础数学实验	224
8.6.1 (非)线性方程(组)的求解	224
8.6.2 微分方程的求解	226
8.6.3 优化问题	228
8.6.4 数理统计	233
 附录 A 数学建模竞赛论文写作方法与要求	 239
 练习题参考解答或提示	 278
 参考文献	 318

第1章 数学建模概论

内容导读

本章首先论述了数学建模在培养学生应用意识和创新能力方面的重要性,然后介绍数学建模的基本概念和常用方法,并通过三个建模实例给出了建立数学模型的主要步骤及建模时要注意的一些问题,最后简单说明了数学模型的分类.通过本章的学习,可以使读者对数学建模的一些基本问题有一个初步的认识.

§ 1.1 数学建模与创新教育

当前,我国提出“经济转型升级”,“大众创业,万众创新”等口号与政策,而“转型升级、创业、创新”的关键在于人才,这就对高等教育提出了新的更高的要求,要求高等教育必须以培养素质高、应用能力与实践能力强、富有创新精神和特色的复合型人才为己任,特别是创新能力将成为当代大学生必备的素质.这种素质对社会的发展和进步具有重要的意义,正如江泽民同志曾指出:“创新是一个民族进步的灵魂,是一个国家兴旺发达的不竭动力”.那么,如何培养学生的创新能力呢?数学建模活动是一条重要的途径.这主要是因为数学建模课程是以实际问题为主线,以学生为中心,以培养学生创新能力和科研能力为目标的课程.因此,数学建模教学自80年代中期传入我国以来,得到各个学校的普遍重视,并于90年代初在我国高校迅速得到推广和普及.同时,该课程也得到国家教委的高度重视,并从1994年开始由国家教育部高教司和中国工业与应用数学学会共同主办每年一次的全国大学生数学建模竞赛.目前,数学建模竞赛已成为我国大学生四大竞赛(数学建模竞赛、电子设计大赛、机

械(含建筑)创新设计大赛、挑战杯(课外学术科技作品竞赛和创业计划竞赛))中规模最大、影响最深的一大赛事。近年来参赛规模以年均 20% 以上的速度增长。

那么,什么是数学建模呢?简单来说,数学建模就是综合运用数学知识和计算机工具解决实际问题的过程,它是联系数学和实际问题的桥梁,是使各种应用问题严密化、精确化、科学化的途径,是发现问题、解决问题和探索真理的有力工具,是培养高素质创新人才的一个重要场所。其重要性体现在如下几个方面:

1. 数学建模课程将培养学生创新意识、拼搏精神和应变能力,从而树立解决复杂问题的信念;培养学生想象、估计、猜测、预测的能力;培养学生精益求精、一丝不苟的工作作风;培养学生的协作精神及主动探索和发现新知识的能力,使学生在探索过程中受到科学研究和发明创造的初步训练。

2. 数学建模课程从真正意义上体现了数学来源于实践又应用于实践,达到了理论与实践的有机结合,克服了以往大学数学教育的严重缺陷:学生学习数学不知道数学理论是怎么来的,学完以后又不知道往哪儿用(也不会用),以至于学生认为学习数学没用。正如我国著名数学家华罗庚曾指出的“人们对数学产生枯燥无味、神秘难懂的印象,原因之一就是脱离实际”,这句话不仅指出了数学教育脱离实际的危害性,也指出了数学教育改革的方向——密切联系实际。而数学建模课程正是理论与实践相结合的课程,其内容都是来自于日常生活、工程技术及经济管理等领域的研究课题,而且其教学过程是师生共同参与,学生可以在不断的探索过程中体会到“发现问题”、“发明创造”及“获得成功”的喜悦,这必然会提高他们学习数学的浓厚兴趣和积极性。从这个意义上讲,数学建模活动的开展,必将促使大学数学课程改革取得突破性的进展。

3. 数学建模活动的开展,也必将对数学教师业务水平和教学水平的提高产生积极的促进作用。其一,在一定程度上弥补了数学教师不懂工程问题和经济问题的缺陷,使其在教学过程中能把工程问题及经济问题和数学有机的结合,激发学生的学习兴趣,提高教学效果;其二,由于数学建模问题通常是很复杂的实际问题,没有现成的方法,也没有最好的结果,对教师来说,也是难题,这必然促使教师不断学习,提高水平。同时,数学建模活动的开展,也拓宽了教师的科研领域。

因此,开设数学建模课程,对于培养高素质的创新人才具有重要的作用,

对大学数学课程改革研究也具有重要的指导和促进作用。

§ 1.2 数学建模的基本概念及建模实例

1.2.1 数学建模的基本概念

1. 原型

原型是指现实生活中的实物或状态,如飞机、建筑物、污染扩散过程、导弹飞行过程、化学反应过程等。

2. 模型

模型是针对原型而言的,它是对原型的模拟、抽象,是原型的替代物。如飞机模型是对飞机原型的模拟;中国地图是对中国地理情况、景点、地域分布情况的模拟;化学反应模型是化学反应过程的抽象等等。模型可以分为具体模型和抽象模型两大类,一般来说,凡是模拟、模仿得到的实物模型都是具体模型,如飞机模型、建筑物模型等都是具体模型;凡是近似描述或用抽象符号或关系式表达的模型就是抽象模型。我们要学习的数学模型就是抽象模型的一种。

由此可见,模型来源于原型,但它不是对原型的简单模仿,而是人们为了认识和研究原型而对它所作的一个抽象、升华,有了模型就可以使我们通过对它的分析、研究加深对原型的认识、理解以及发展趋势作出预测。如一种新产品刚刚上市,厂家和商家总是采取各种促销措施(如作广告,买一赠一活动等),他们都希望对这种新产品的推销速度做到心中有数,以便组织生产(厂家)或安排进货(商家),这就需要我们建立新产品的促销模型用以对新产品的销售前景进行预测。

在现实中我们常常会接触到许多模型,如地球仪、玩具火车、建筑模型、学校校园扩建规划模型、昆虫标本、恐龙化石、照片,等等。它们都从某一方面反映了原型的特征和属性,而不是从整个方面反映原型的特征和属性(当然,从整个方面反映是很难做到的)。因此,一个原型,往往为了不同的目的可以有許多不同的模型。例如飞机的模型就有许多种:放在展厅的飞机模型只是注重外形上的逼真,但不会飞;参加航模竞赛的模型飞机要具有良好的飞行性能,在外观上不必苛求;而在飞机研制过程中用到的模型或计算机模拟,则只要求在数量规律上真实反映飞机的飞行动态特性,毫不涉及飞机实体。又如为了不同