

XIANDAI XINHAO JIANCE
YU GUJI LILUN JI FANGFA

现代信号检测 与估计理论及方法

孙力帆◎著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

本专著出版受国家自然科学基金(U1504619)资助

现代信号检测 与估计理论及方法

孙力帆◎著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

• 北京 •

内 容 提 要

本书系统地讲述了数字信号估计与检测理论及其应用,内容包括信号检测与估计概论、信号检测与估计理论的基础知识、信号的统计检测理论、信号波形检测、信号参量估计理论、信号波形估计。本书结构合理,条理清晰,内容详实,深入浅出,覆盖面广,可读性强,是一本值得学习研究的著作。

图书在版编目(CIP)数据

现代信号检测与估计理论及方法 / 孙力帆著. — 北京: 中国水利水电出版社, 2016. 10
ISBN 978-7-5170-4709-4

I. ①现… II. ①孙… III. ①信号检测②参数估计
IV. ①TN911.23

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第216725号

责任编辑:杨庆川 陈 洁 封面设计:崔 蕾

书 名	现代信号检测与估计理论及方法 XIANDAI XINHAO JIANCE YU GUJI LILUN JI FANGFA
作 者	孙力帆 著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座100038) 网址:www.waterpub.com.cn E-mail:mchannel@263.net(万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话:(010)68367658(营销中心)、82562819(万水) 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京鑫海胜蓝数码科技有限公司
印 刷	三河市佳星印务有限公司
规 格	170mm×240mm 16开本 14.75印张 264千字
版 次	2016年10月第1版 2016年10月第1次印刷
印 数	0001—1500册
定 价	45.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

前 言

随着现代通信理论、信息理论、计算机科学与技术及微电子技术及器件的飞速发展,随机信号统计处理的理论和技术也在向干扰环境更复杂、信号形式多样化、处理技术更先进、指标要求更高、应用范围越来越广的方向发展,且已成功应用于电子信息系统、航空航天系统、自动控制、模式识别、遥测遥控、生物医学工程等领域。

所谓信号的检测理论,是研究在噪声干扰背景中,所关心的信号是属于哪种状态的最佳判决问题。信号的估计理论,是研究在噪声干扰背景中,通过对信号的观测,如何构造待估计参数的最佳估计量问题。信号的波形估计理论则是为了改善信号质量,研究在噪声干扰背景中感兴趣信号波形的最佳恢复问题,或离散状态下表征信号在各离散时刻状态的最佳动态估计问题。信号的波形估计理论又称为信号的调制理论。这里,并未将信号的波形估计理论与信号的估计理论截然分开,而是将信号的参量估计看作信号波形估计的特例。下面通过实例加以说明。

我们考察空间飞行目标的定位问题。为此,向目标方向发射一束电磁能,观测反射的电磁波。首先,要判断有没有目标存在,这是检测问题;其次,如果判断目标存在,可能还希望知道有关目标的某些参数,例如,它的距离或速度,这是估计问题;同时,可能还需要获得目标的运动轨迹,这是波形估计问题,又称为调制问题。如果没有任何干扰,反射波通过传输媒质也未受到畸变,则问题很容易求解。只要监测反射信号,根据信号峰值出现的时间来观测发射和反射波间的延时即可。如果没有目标,也就没有尖峰信号;如果有目标,可以估计它的距离;同时,还要对噪声干扰中飞行目标的运动轨迹进行最佳恢复,即波形估计。

如果存在干扰,解答就不那么简单了。干扰可能起因于经过传输媒质时产生的畸变或测量设备的热噪声。干扰的作用掩盖了我们要监测的回波信号尖峰。没有目标时,我们可能得到一个虚假的回波尖峰;而有目标时,又可能辨别不出目标回波尖峰。无论哪种情况,由于有噪声存在,都有可能做出错误的判决。我们的任务是监测某一段时间的信号,做出关于目标是否存在的判决。这就是检测问题,它属于一般的统计判决问题。如果我们已判定目标存在,并试图根据观测到的延时来确定距离,这仍会有问题,因

为干扰会使回波尖峰出现的时间位置不对。这时,我们面临根据含有噪声的观测结果来恢复信息(目标距离、波形参数)的问题,这就是前面提到的估计问题。

全书共6章。第1章、第2章概述信号检测与估计理论的主要基础知识。第3章、第4章研究信号状态的统计检测理论和信号波形的检测。第5章、第6章研究信号参量的统计估计理论和信号波形的最佳估计。

由于时间仓促,作者水平有限,本书难免存在疏漏之处,恳请广大读者批评指正,不吝赐教。

作 者

2016年6月

目 录

前言

第 1 章 信号检测与估计概论	1
1.1 信号检测与估计理论的研究对象及应用	1
1.2 信号检测与估计的内容及研究方法	6
1.3 信号检测与估计理论的发展历程	8
第 2 章 信号检测与估计理论的基础知识	10
2.1 条件概率与贝叶斯公式	10
2.2 随机过程及其统计描述	11
2.3 几种重要的概率密度函数及其性质	29
2.4 白噪声	37
2.5 蒙特卡洛模拟与重要采样	46
第 3 章 信号的统计检测理论	63
3.1 信号统计检测理论的概念	63
3.2 二元假设检验及判决准则	72
3.3 M 元信号的统计检测	93
3.4 复合假设检验	98
第 4 章 信号波形检测	108
4.1 匹配滤波器理论	108
4.2 确知信号的检测	119
4.3 参量信号的检测——贝叶斯方法	126
4.4 参量信号的检测——广义似然比方法	132
4.5 一致最大势检测器	143
第 5 章 信号参量估计理论	146
5.1 信号参量估计概述	146

5.2	贝叶斯估计	149
5.3	极大似然估计	157
5.4	估计量的性质	162
5.5	线性最小均方误差估计	167
5.6	最小二乘估计	174
第 6 章 信号波形估计.....		188
6.1	信号波形估计概述	188
6.2	正交投影	190
6.3	维纳滤波	194
6.4	卡尔曼滤波	207
6.5	卡尔曼滤波的发散及扩展	222
参考文献.....		230

第 1 章 信号检测与估计概论

信号可以分为确定信号和随机信号。若信号的数学表达式为一确定的时间函数,称为确定信号,而赋予统计结构的信号称为随机信号。随着科学技术的发展,信号理论发展快速有效:确定信号处理的研究日趋完善;随机信号处理的研究也有很大进展。随机信号的处理采用统计的方法,其数学基础是统计学的判决理论和统计估计理论。

信号处理的目的是从各种实际信号中提取有用信号,随机信号处理的过程是从受干扰和噪声污染的信号中提取有用信号的过程。这些信号包括电信号、光信号、声信号以及振动信号等,表现为一个或多个物理量,它们随着另外一些物理量(如时间、空间或频率等)的变化而变化。

本书系统地介绍了随机信号处理所共同需要的基础理论,以及随机信号处理在通信、雷达领域的应用方法;重点讨论了检测和估计理论的基本原理。

1.1 信号检测与估计理论的研究对象及应用

信息已经成为人类社会赖以生存和发展的重要资源,信息传输已经成为人类社会对信息资源开发和利用的手段。信息传输是由信息传输系统通过传输载有信息的信号来完成的。信号作为信息的载体,在产生和传输过程中,受到各种噪声的影响而产生畸变,信息接收者无法直接使用,需要接收设备对所接收的信号加以处理,才能提供给信息接收者使用。接收设备对所接收的信号进行处理的基本任务是检测信号、估计携带信息的信号参量和信号波形,由此导致信号检测与估计研究领域的产生。由于被传输的信号本身和各种噪声往往具有随机性,接收设备必须对信号进行统计处理。因此,信号检测与估计就是随机信号的统计处理理论,所要解决的问题是信息传输系统的基本问题。

随机信号处理在各个领域广泛应用,诸如探测、通信、控制、水声与地震信号处理、地球物理、生物医学、模式识别、系统识别、语音处理及图像处理等方面。

1.1.1 信号检测与估计理论的研究对象

信号检测与估计理论是现代信息理论的一个重要分支,是以信息论为理论基础,以概率论、数理统计和随机过程为数学工具,综合系统理论与通信工程的一门学科。主要研究在信号、噪声和干扰三者共存条件下,如何正确发现、辨别和估计信号参数,为通信、雷达、声呐、自动控制等技术领域提供了理论基础,并在统计识别、射电天文学、雷达天文学、地震学、生物物理学以及医学信号处理等领域获得了广泛应用。

为了利用电的信息传输方式获取并利用信息,人们常需要将信息调制到信号中,并将载有信息的信号传输给信息的需要者。信息传输是指从一个地方向另一个地方进行信息的有效传输与交换。为了完成这一任务,需要信号发送设备和信号接收设备。信号发送设备产生信号,并将信息调制到信号中,然后将信号发送出去;信号经过信道的传输到达信号接收设备。信号接收设备接收载有信息的信号,并将信息从信号中提取出来,然后将信息提供给信息需要者。

信息传输离不开信息传输系统。传输信息的全部设备和传输媒介所构成的总体称为信息传输系统。信息传输系统的任务是尽可能好地将信息调制到信号中,有效发送信号,从接收信号中恢复被传送的信号,将信息从信号中解调出来,达到有效、可靠传输信息的目的。信息传输系统的一般模型如图 1-1 所示。它通常由信息源、发送设备、信道、接收设备、终端设备以及噪声源组成。信息源和发送设备统称为发送端。接收设备和终端设备统称为接收端。图 1-1 所示的信息传输系统模型高度地概括了各种信息传输系统传送信息的全过程和各种信息传输系统的工作原理。它常称为香农(Shannon)信息传输系统模型,是广义的通信系统模型。图中的每一个方框都完成某种特定的功能,且每个方框都可能由很多的电路甚至是庞大的设备组成。



图 1-1 信息传输系统模型

信息源(简称信源)是指向信息传输系统提供信息的人或设备,简单地说就是信息的发出者。信源发出的信息可以有多种形式,但可以归纳为两类:一类是离散信息,如字母、文字和数字等;另一类是连续信息,如语音信

号、图像信号等。信源也就可分为模拟信源和数字信源。

发送设备将信源产生的信息变换为适合于信道传输的信号,送往信道。

信道是将来自发送设备的信号传送到接收设备的物理媒介(质),是介于发送设备和接收设备之间的信号传输通道,又称为传输媒介(质)。信道分为有线信道和无线信道两大类。

噪声是指信息传输中不需要的电信号的统称。噪声源是信道的噪声以及分散在信息传输系统中各种设备噪声的集中表示。信息传输系统中各种设备的噪声称为内部噪声;信道的噪声称为外部噪声。由于噪声主要是来自信道,通常将内部噪声等效到信道中,这种处理方式可以给分析问题带来许多方便,并不影响主要问题的研究。噪声是有害的,会干扰有用信号,降低信息传输的质量。

接收设备是从受到减损的接收信号中正确恢复出原始电信号的系统。如收音机、电视机、雷达接收机、通信接收机、声呐接收机及导航接收机等。信号检测与估计是接收设备的基本任务之一。

终端设备是将接收设备复原的原始电信号转换成相应信息的装置,如扬声器及显示器等。

信息传输系统模型是一个高度概括的模型,概括地反映了信息传输系统的共性。通信系统、遥测系统、遥感系统、生物信息传输系统都可以看作它的特例。信号检测与估计的讨论就是针对信息传输系统模型而开展的。

信号在传输过程中,不可避免地噪声混杂在一起,受到噪声的干扰,使信号产生失真。噪声与信号混杂在一起的类型有3种:噪声与信号相加、噪声与信号相乘(衰落效应)、噪声与信号卷积(多径效应)。与信号相加的噪声称为加性噪声,与信号相乘的噪声称为乘性噪声,与信号卷积的噪声称为卷积噪声。加性噪声是最常见的干扰类型,数学上处理最为方便,加性噪声中信号检测与估计问题的研究最为成熟。加性噪声中信号检测与估计也是最基本的,因为乘性噪声和卷积噪声中信号检测与估计均可转换为加性噪声的情况。通过取对数的方法,可以将乘性噪声的情况转换为加性噪声的情况;通过先进行傅里叶变换,再取对数的方法,可以将卷积噪声的情况转换为加性噪声的情况。因此,本书主要讨论加性噪声中信号检测与估计问题。从而,本书所讨论的信号检测与估计的研究对象就是加性噪声情况下的信息传输系统模型。加性噪声情况下的信息传输系统模型如图1-2所示。

在信息传输系统中,匹配滤波器(Matched filter)、信号检测系统及信号估计系统通常是接收设备的基本组成部分,并且是串联的。接收设备的组成框图如图1-3所示。

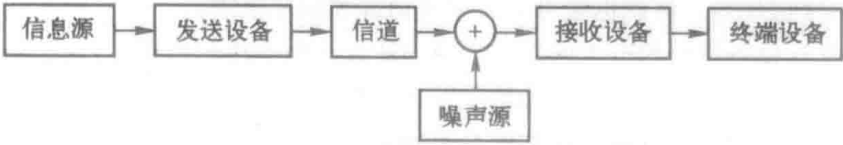


图 1-2 加性噪声情况下的信息传输系统模型

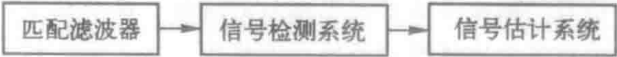


图 1-3 接收设备的组成框图

信息传输系统分类的方式很多。按照传输媒质,信息传输系统可分为有线信息传输系统和无线信息传输系统两大类。有线信息传输系统是用导线作为传输媒质完成通信的系统,如市内电话、海底电缆通信等。无线信息传输系统是依靠电磁波在空间传播达到传递信息目的的系统,如短波电离层传播、卫星中继等。

按照信道中传输的信号特征,信息传输系统分为模拟信息传输系统和数字信息传输系统。模拟信息传输系统是利用模拟信号来传递信息的信息传输系统。数字信息传输系统是利用数字信号来传递信息的信息传输系统。

对信息传输系统的性能要求,主要有两个方面:可靠性和有效性。要求信息传输系统能可靠地传输信息是系统的可靠性或抗干扰性;要求信息传输系统能高效率地传输信息是系统的有效性。有效性衡量系统传输信息的“速度”问题;可靠性衡量系统传输信息的“质量”问题。

使信息传输可靠性降低的主要原因有:

- ①信息传输不可避免地受到的外部噪声和内部噪声的影响。
- ②传输过程中携带信息的有用信号的畸变。

携带信息的电磁信号在大气层中传播时,由于大气层和电离层的吸收系数与折射系数的随机变化,必然导致电磁信号的振幅、频率和相位等参量的随机变化,从而引起电磁信号的畸变。

在大气层中传播的电磁信号会受到雷电、大气噪声、宇宙噪声、太阳黑子及宇宙射线等自然噪声的干扰,也会受到来源于各种电气设备的工业噪声和来源于各种无线电发射机的无线电噪声等人为噪声的干扰。这些自然噪声和人为噪声都属于信道的噪声,是外部噪声的主要来源。电磁信号除了受外部噪声的干扰外,还受发送设备和接收设备内部噪声的影响,使得在许多实际情形中,接收设备所接收的有用电磁信号埋在噪声干扰之中,因而难以辨认。信息传输过程中存在的这些外部噪声和内部噪声的干扰,大大降低了信息传输的可靠性。噪声源是信息传输系统中各种设备以及信道中所固有的,并且是人们所不希望的。为了保障信息可靠地传输,就必须同

这些不利因素进行斗争,降低这些不利因素的影响。信号检测与估计理论正是在人们长期从事这种斗争的实践过程中逐步形成和发展起来的。

经信道传送到接收端的信号是有用信号和噪声叠加的混合信号,因此接收设备的主要作用是从接收到的混合信号中,最大限度地提取有用信号,抑制噪声,以便恢复出原始信号。

信息传输的目的是通过信号传递信息,它要将有用的信息无失真、高效率地进行传输,同时还要在传输过程中将无用信息和有害信息加以有效抑制。接收设备的任务是从受到噪声干扰的信号中正确地恢复出原始的信息。信号检测与估计是研究信息传输系统中接收设备如何从噪声中把所需信号及其所需信息检测、恢复出来的理论。因此,信号检测与估计理论的研究对象是加性噪声情况信息传输系统中的接收设备。

1.1.2 信号检测与估计理论的应用

尽管信号检测与估计理论最早由雷达、通信、声呐等领域产生并发展起来的,但它已成为许多学科的理论基础,不仅在自动控制、模式识别、系统识别、图像处理、语音识别中广泛应用,而且在地震、天文、生物医学工程、化学、物理等学科也得到应用。

在石油和天然气勘探中,常用爆破法产生地震波,通过接收这种地震波并加以处理,来获取地层所含石油和天然气的信息。这种通过爆破法获取地震波并进行分析的系统实际是以地层为信道的信息传输系统。应用信号检测与估计理论,可以研究出一套信息提取和分析方法。

监测地震波在大地中传播是一个信息传输系统。地震波在传输过程中,会受到各种干扰,这就需要寻求有效方法,尽量减小干扰的影响,以便从记录下来的地震信号中预测地震的位置和震级。

人的感官是一个信息处理系统,需要处理极其微弱信号,通常把刺激变量看作信号,把刺激中的随机物理变化或感官信息处理中的随机变化看作噪声。感官对刺激的分辨问题可等效为一个在噪声中检测信号的问题。因此,在生物物理中,信号检测与估计理论加深了人们对感官系统的认识和理解。只要知道了人的感官噪声的统计特性,便可应用信号检测与估计理论中有关结果。

在天文学中,利用接收到的天体辐射电磁波,分析射电现象,研究太阳、月亮、各行星等天体内部物理、化学性质,从而形成了一个信息传输系统。由于天体离地面很遥远,因此接收到的信号极其微弱,需要应用信号检测与估计理论。

1.2 信号检测与估计的内容及研究方法

1.2.1 信号检测与估计的内容

根据信号检测与估计的基本任务,信号检测与估计的内容主要包括三个方面:匹配滤波、信号检测及信号估计。

1. 匹配滤波

匹配滤波就是从含有噪声的接收信号中,尽可能抑制噪声,提高信噪比。匹配滤波是利用信号与噪声各自的统计特性和它们之间的相关性,来提高信噪比的。

2. 信号检测

信号在传输过程中受到噪声的影响,使得信号接收设备很难判断信号是否存在或哪种信号存在。信号检测就是在噪声环境中,判断信号是否存在或哪种信号存在,也可以说是信号状态的检测。

信号检测分为参量检测和非参量检测。以已知信道噪声概率密度为前提的信号检测称为参量检测。信道噪声概率密度为未知的情况下的信号检测称为非参量检测。

3. 信号估计

信号估计就是在噪声环境中,对信号的参量或波形进行估计。信号估计又包括两个方面的内容:信号参量估计和信号波形估计。

信号参量估计是指对信号所包含的参量(或信息)进行的估计,所关心的不是信号波形,而是信号的参量,属于静态估计。

信号波形估计是指在线性最小均方误差意义下,对信号波形进行的估计,所关心的是整个信号波形本身,属于动态估计。

信号检测与估计的内容,相互之间有着密切的联系,不可能截然分开。

1.2.2 信号检测与估计的研究方法

信号检测与估计的数学基础是数理统计中的统计推断或统计决策理

论。统计推断或统计决策均是利用有限的资料对所关心的问题给出尽可能精确可靠的结论,均是关于做判决的理论和方法,两者的差别仅在于是否考虑判决结果的损失。它们具有深刻的统计思想内涵和推理机制,是各种数理统计方法的基础。从数理统计的观点看,可以把从噪声干扰中提取有用信号的过程看用统计推断或统计决策方法,根据接收到的信号加噪声的混合波形,做出信号存在与否的判断,以及关于信号参量或信号波形的估计。

数理统计中的统计推断或统计决策针对的是随机变量,而信号检测与估计针对的是随机信号的统计推断或统计决策。

假设检验和参数估计是数理统计的两类重要问题,可以采用统计推断或统计决策的理论和方法来解决这两类问题。

①检测信号是否存在用的是统计推断或统计决策的理论和方法来解决随机信号的假设检验问题。假设检验是对若干个假设所进行的多择一判决,判决要依据一定的最佳准则来进行。

②估计信号根据接收混合波形的一组观测样本,来估计信号的未知参量。由于观测样本是随机变量,由它们构成的估计量本身也是一个随机变量,其好坏要用其取值在参量真值附近的密集程度来衡量。因此,参量估计问题是:如何利用观测样本来得到具有最大密集程度的估计量。信号参量估计是对数理统计中参数估计的拓展。

估计信号波形则属于滤波理论,即维纳(Wiener)和卡尔曼(Kalman)的线性滤波理论以及后来发展的非线性滤波理论。

信号检测与估计的研究方法:用概率论与数理统计方法,分析接收信号和噪声的统计特性,按照一定准则设计相应的检测和估计算法,并进行性能评估。主要体现在如下三个方面:用数理统计中的判决理论和估计理论进行各种处理和选择,建立相应的检测和估计算法;用概率密度函数、各阶矩、协方差函数、相关函数、功率谱密度函数等来描述随机信号的统计特性;用判决概率、平均代价、平均错误概率、均值、方差、均方误差等统计平均量来度量处理结果的优劣,建立相应的性能评估方法。

信号检测与估计研究方法的实施过程如下:

①将所要处理的问题归纳为一定的系统模型,依据系统模型,然后运用概率论、随机过程及数理统计等理论,用普遍化的形式建立相应的数学模型,以寻求普遍化的答案和结论或规律。

②依据数理统计中的统计推断或统计决策的理论和方法,采用最优化的方法寻求最佳检测、估计和滤波的算法。

③根据检测和估计的性能指标,分析最佳检测、估计和滤波算法的性能,以判别性能是否达到最优。

④结合工程实际,根据最佳检测、估计和滤波的算法构造最佳接收、估计和滤波的系统模型。

1.3 信号检测与估计理论的发展历程

信号检测与估计理论自 20 世纪 40 年代问世以来,得到了迅速的发展和广泛的应用,其发展历程可以大致分为 3 个阶段。

1.3.1 初创和奠基阶段

信号检测与估计理论是在第二次世界大战中逐步形成和发展起来的。美国科学家维纳(N. Wiener)和前苏联科学家柯尔莫格洛夫将随机过程及数理统计的观点引入通信和控制系统,揭示了信息传输和处理过程的统计本质,建立了最佳线性滤波器理论,即维纳滤波理论。这为信号检测与估计理论奠定了基础。但由于维纳滤波需要的存储量和计算量极大,很难进行实时处理,因而限制了其应用和发展。

同时,在雷达技术的推动下,诺思(D. O. North)于 1943 年提出了以输出最大信噪比为准则的匹配滤波器理论。1946 年,卡切尼科夫用概率论方法研究了信号检测问题,提出了错误判决概率为最小的理想接收机理论,证明了理想接收机应在其接收端重现出后验概率最大的信号,即将最大后验概率准则作为一个最佳准则。1948 年香农(C. E. Shannon)认识到对消息事先的不确定性正是通信的对象,并在此基础上建立了信息论的基础理论。1950 年伍德沃德(P. M. Woodward)将信息量的概念应用到雷达信号检测中,提出了理想接收机应能从接收到的信号加噪声的混合波形中提取尽可能多的有用信号,即理想接收机应是一个计算后验概率的装置。

1.3.2 迅猛发展阶段

20 世纪 50 年代中期,随着空间技术的发展,要求对卫星等空间飞行器的运动状态(如距离、方位、速度等)进行估计和预测,以实现精确测轨和跟踪,这就需要对地面跟踪站的大量观测数据进行实时处理。为此,人们将动态系统用微分方程描述,提出了滤波新算法。1960 年,卡尔曼(Kalman)将状态变量的概念引入最小均方误差估计中,得到离散线性动态系统状态估计的递推算法,在空间技术中获得了成功的应用,并随着计算机的迅速发展

广泛地应用于其他领域。这就是著名的卡尔曼滤波理论。1961 年,卡尔曼和布西(Bucy)共同完成了连续系统的递推滤波算法。卡尔曼滤波理论的一个明显特点是出现了一个非线性微分方程,即里卡蒂(Riccati)方程,易于计算机求解,适于实时处理。因此,卡尔曼滤波理论在应用上具有更广泛的可能性和更美好的前景。

1.3.3 成熟阶段

第二次世界大战后,计算机、数字通信与自动化技术的飞速发展,将信息的传输、处理与存储技术推向了一个崭新的阶段,形成了研究信息形态、传输、处理与存储的信息科学。20 世纪 60 年代以来,微电子集成电路技术迅猛发展,为复杂信号的处理实现提供了可能性。现在,信号处理技术的研究不仅限于一般理论和方法的探讨,而更多地侧重于实现,新的实现方法和算法层出不穷。这些研究对信号处理理论的发展及其实际应用起到了至关重要的作用,将信号处理的发展推向高峰;同时,昭示人类社会已朝着智能信息化社会迈进。

第2章 信号检测与估计理论的基础知识

观测信号(接收信号)是随机信号,应当用统计信号处理的理论和方法进行处理。所以需要对随机信号进行分析,它是信号检测与估计理论的基础知识。

本章将重点讨论作为信号检测与估计理论基础知识的随机过程的主要统计特性和几种重要的概率密度函数。

2.1 条件概率与贝叶斯公式

随机变量是指这样的量,它在每次试验中预先不知取什么值,但知道以怎样的概率取值。对于某一次试验结果,随机变量取样本空间中一个确定的值。

为了研究离散随机变量 X 的统计特性,必须知道 X 所有可能取的值,以及取每个可能值的概率。概率表示随机变量 X 取某个值(如 x)可能性的大小,用 $P(x)$ 表示。

$$P(x) = P(X = x) \quad (2-1-1)$$

若用 $F(x)$ 表示随机变量 X 取值不超过 x 的概率,则称 $F(x)$ 为 X 的概率分布函数。

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (2-1-2)$$

由于连续随机变量可能取的值不能一一列出,其分布函数表示取值落在某一区间的概率,常用概率密度函数 $p(x)$ 描述其统计特性。概率密度函数和概率分布函数的关系为

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx \quad (2-1-3)$$

$$p(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (2-1-4)$$

两个随机变量 X 和 Y 可以是独立的(彼此毫无影响),也可以是不独立的。两个随机变量相互依赖的程度用条件概率密度函数来表示,若用 $p(x, y)$ 表示 X 和 Y 的联合概率密度函数,则由贝叶斯公式得