



普通高等教育“十二五”规划教材

工程力学

学习辅导及习题解答

陆晓敏 邓爱民 编著

ENGINEERING MECHANICS



国防工业出版社

National Defense Industry Press



工程力学学习辅导 及习题解答

陆晓敏 邓爱民 编著

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书内容由两大部分组成,第1~7章属刚体静力学的内容,主要包括静力学的基本概念和原理,汇交力系、力偶系、任意力系的简化和平衡,以及桁架内力分析与有摩擦的平衡分析;第8~19章属材料力学内容,主要包括材料力学的基本概念,杆件轴向拉压、扭转、弯曲三种基本变形的应力、变形、强度、刚度计算等基本内容,以及应力状态分析、强度理论、组合变形、压杆稳定、动荷载、交变应力等相对提高的内容。本书是国防工业出版社出版的《工程力学》的辅助教材,对主教材的每章内容的概念、原理、方法、计算公式等进行了简单的回顾和总结,并给出了各章习题的详细解答。

本书可作为普通高等学校工科水利、土木、交通、环境、给排水、地质、水文等专业的“工程力学”课程参考教材,也可以作为同类专业和自学考试人员的辅助教材和参考书。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学学习辅导及习题解答 / 陆晓敏, 邓爱民编著. —北京: 国防工业出版社, 2016. 6

ISBN 978-7-118-10879-8

I. ①工… II. ①陆… ②邓… III. ①工程力学 - 高等学校 - 教学参考资料 IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 148263 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

三河市鼎鑫印务有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 787 × 1092 1/16 印张 11½ 字数 285 千字

2016 年 6 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 30.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)88540777

发行邮购: (010)88540776

发行传真: (010)88540755

发行业务: (010)88540717

前 言

本书是陆晓敏、邓爱民编写的《工程力学》(国防工业出版社出版)的辅助教材。本书对主教材的内容进行了简单的总结,并给出了每章习题的详细解答。全书共 19 章,第 1~7 章为刚体静力学的内容,第 8~19 章为材料力学的内容。

本书在每章前总结了本章的主要概念、方法原理及公式,便于读者复习提高。习题解答简洁明了,注重方法和步骤,对培养读者分析问题和解决问题的能力有很大的帮助。本书可作为普通高等学校工科水利、土木、交通、环境、给排水、地质、水文、测量等专业的“工程力学”课程的辅助教材,也可以作为同类专业和自学考试人员的参考书。

本书第 1~12 章由陆晓敏编写,第 13~19 章由邓爱民编写,全书由陆晓敏统稿。

本书的编写得到教研室同事的支持和帮助,他们对本书提出了很多有益的建议,在此编者对他们表示由衷的感谢。限于编者水平,书中难免存在错误和不足之处,恳请广大师生和读者批评指正。

编 者

2016 年 1 月于南京

主要符号表

符号	含义	符号	含义
A	面积	w	挠度
a	间距	σ_b	强度极限
B, b	宽度	σ_{bs}	挤压应力
C	重心, 质心	σ_c	压应力
D, d	力偶臂, 直径, 距离	σ_{cr}	临界应力
E	弹性模量	σ_d	动应力
e	偏心距	σ_e	弹性极限
F	主动力, 约束力	σ_p	比例极限
f_s, f	静、动摩擦因数	S_y, S_z	面积矩, 静矩
F_{bs}	挤压力	T	扭转外力偶矩, 动能
F_{cr}	临界压力	t	时间
F_d	动荷载	V	位能
F_N	法向约束力, 轴力	V_ε	应变能
F_P, F_W	重力荷载	v_d	形状改变能密度
F_S	剪力	v_v	体积改变能密度
G	切变模量, 重力	v_ε	应变能密度
I_y, I_z	惯性矩	θ	梁横截面转角, 单位长度相对扭转角
I_P	极惯性矩	φ	相对扭转角, 折减因数
I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}	惯性积	γ	切应变
i_y, i_z	惯性半径	Δ	位移
k_d	动荷因素	Δl	伸长(缩短)变形
M, M_y, M_z	力偶, 弯矩	δ	厚度, 延伸率
M_x	扭矩	ε	线应变
M_e	外力偶矩	ε_u	极限应变
M_S	屈服弯矩	λ	柔度
M_u	极限弯矩	μ	长度因数
N	循环次数	ν	泊松比
n	安全因数, 转速	σ	正应力
n_r	疲劳安全因数	σ_s	屈服极限
n_{st}	稳定安全因数	σ_r	相当应力, 疲劳极限
p	总应力, 压强	σ_t	拉应力
P	功率	σ_u	极限应力
q	均布荷载集度	σ_{-1}	对称循环疲劳极限
R, r	半径, 循环特征	$[\sigma]$	容许正应力
W	重力, 外力功, 弯曲截面系数	τ	切应力
W_p	扭转截面系数	$[\tau]$	容许切应力

目 录

第 1 章 基本概念及基本原理	1
第 2 章 约束、约束力及受力分析	6
第 3 章 汇交力系的平衡	10
第 4 章 力偶系的平衡	18
第 5 章 平面任意力系的平衡	22
第 6 章 空间任意力系的平衡	37
第 7 章 静力学专题	49
第 8 章 材料力学的基本概念	63
第 9 章 杆的轴向拉压变形	65
第 10 章 扭转	75
第 11 章 连接件强度计算	85
第 12 章 弯曲内力	90
第 13 章 弯曲应力	104
第 14 章 弯曲变形	117
第 15 章 应力状态分析	129
第 16 章 强度理论	141
第 17 章 组合变形	147
第 18 章 压杆稳定	157
第 19 章 动荷载和交变应力	166
附录 A 截面的几何性质	173

第 1 章 基本概念及基本原理

1. 主要概念及定义

力的定义:力是物体间的相互机械作用。

力对点的矩的定义:一个力对于一点的矩等于该力作用点对于矩心的矢径与该力的矢积。

力对轴的矩的定义:一个力对于某一轴的矩等于这个力在垂直于该轴的平面上的投影对于该轴与该平面的交点的矩。

力偶的定义:由大小相等、方向相反、作用线不同的两个力组成的物理量称为力偶,其对刚体只有转动效应。

2. 主要原理及结论

(1) 力的加减法:力的加减法满足平行四边形法则。

(2) 二力平衡原理:作用于同一刚体的两个力成平衡的必要与充分条件是两个力的作用线相同,大小相等,方向相反。

(3) 加减平衡力系原理:在任一力系中加上一个平衡力系,或从其中减去一个平衡力系,所得新力系与原力系对于刚体的运动效应相同。

(4) 作用与反作用定律:两物体间相互作用的力(作用力与反作用力)同时存在,大小相等,作用线相同而指向相反。

(5) 刚化原理:如果变形体在某一力系的作用下处于平衡,若将此变形体刚化为刚体,其平衡状态不变。

(6) 力偶性质:力偶没有合力,即不能用一个力代替,因而也不能和一个力平衡;力偶对任意点的矩就等于自己的力偶矩。

3. 主要公式

力的解析式:

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k}$$

力在坐标轴上的投影:

$$F_x = \mathbf{F} \cdot \mathbf{i}, F_y = \mathbf{F} \cdot \mathbf{j}, F_z = \mathbf{F} \cdot \mathbf{k}$$

力投影计算的二次投影公式:

$$F_x = F \sin \gamma \cos \theta, F_y = F \sin \gamma \sin \theta, F_z = F \cos \gamma$$

力对一点矩的计算:

$$\mathbf{M}_O(\mathbf{F}) = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = (yF_z - zF_y)\mathbf{i} + (zF_x - xF_z)\mathbf{j} + (xF_y - yF_x)\mathbf{k}$$

力对一轴矩的计算:

$$M_x = yF_z - zF_y, M_y = zF_x - xF_z, M_z = xF_y - yF_x$$

力偶矩的计算:

$$M = r_{BA} \times F$$

4. 习题参考解答

1-1 支座受力 F , 已知 $F = 10\text{kN}$, 方向如图所示。求力 F 沿 x, y 轴及沿 x', y' 轴分解的结果, 并求力 F 在各轴上的投影。

解答 分力的大小需按平行四边形法则进行计算。

F 在 x, y 轴上的分力大小为

$$|F_x| = F \cos 30^\circ = 8.66\text{kN}, |F_y| = F \sin 30^\circ = 5.0\text{kN}$$

F 在 x', y' 轴上的分力大小为

$$|F_{x'}| = F = 10.0\text{kN}, |F_{y'}| = F \times 2 \sin 15^\circ = 5.17\text{kN}$$

F 在 x, y 轴上的投影大小为

$$F_x = F \cos 30^\circ = 8.66\text{kN}, F_y = F \sin 30^\circ = 5.0\text{kN}$$

F 在 x', y' 轴上的投影大小为

$$F_{x'} = F \cos 30^\circ = 8.66\text{kN}, F_{y'} = -F \cos 75^\circ = -2.59\text{kN}$$

1-2 已知 $F_1 = 100\text{N}, F_2 = 50\text{N}, F_3 = 60\text{N}, F_4 = 80\text{N}$, 各力方向如图所示。试分别求各个力在 x 轴 y 轴上的投影。

解答 力在某轴上的投影等于此力矢量与该轴的正向单位矢量点乘的积。

$$F_{1x} = F_1 \cos 30^\circ = 86.6\text{N}, F_{1y} = F_1 \sin 30^\circ = 50.0\text{N}$$

$$F_{2x} = F_2 \times 0.6 = 30.0\text{N}, F_{2y} = -F_2 \times 0.8 = -40.0\text{N}$$

$$F_{3x} = 0.0\text{N}, F_{3y} = F_3 = 60.0\text{N}$$

$$F_{4x} = F_4 \cos 135^\circ = -56.6\text{N}, F_{4y} = F_4 \sin 135^\circ = 56.6\text{N}$$

1-3 计算图中 F_1, F_2, F_3 三个力分别在 x, y, z 轴上的投影。已知 $F_1 = 2\text{kN}, F_2 = 1\text{kN}, F_3 = 3\text{kN}$ 。

解答 各力的投影分别为

$$F_{1x} = -F_1 \times 0.6 = -1.2\text{kN},$$

$$F_{1y} = F_1 \times 0.8 = 1.6\text{kN}, F_{1z} = 0.0\text{kN}$$

$$F_{2x} = F_2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0.6 = 0.424\text{kN},$$

$$F_{2y} = F_2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0.8 = 0.566\text{kN}$$

$$F_{2z} = F_2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707\text{kN}$$

$$F_{3x} = 0.0\text{kN}, F_{3y} = 0.0\text{kN}, F_{3z} = 3.0\text{kN}$$

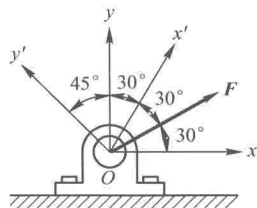
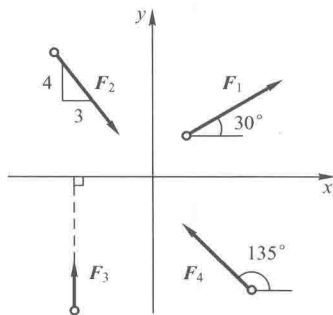
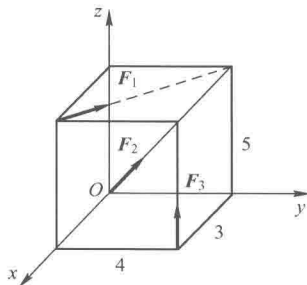


图 1-1 附图



题 1-2 附图



题 1-3 附图

1-4 已知 $F_T = 10\text{N}$ 。求 F_T 在三直角坐标轴上的投影。

解答 计算 AB 方向(F_T)的单位矢量 n , 即

$$n = \frac{5i + 3j - 5k}{\sqrt{5^2 + 3^2 + 5^2}} = 0.651i + 0.391j - 0.651k$$

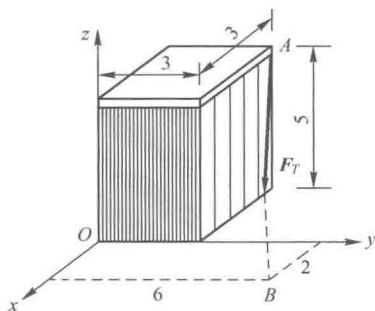
F_T 的解析式为

$$F_T = F_T n = 6.51i + 3.91j - 6.51k (\text{N})$$

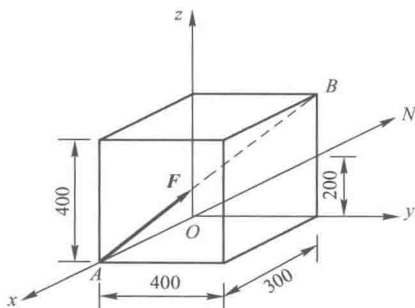
即 F_T 在三轴上的投影为

$$F_x = 6.51\text{N}, F_y = 3.91\text{N}, F_z = -6.51\text{N}$$

1-5 力 F 沿正六面体的对顶线 AB 作用, $F = 100\text{N}$ 。求 F 在 ON 上的投影。



题 1-4 附图



题 1-5 附图

解答 计算 ON 方向的单位矢量 n , 即

$$n = \frac{400j + 200k}{\sqrt{400^2 + 200^2}} = 0.894j + 0.447k$$

力 F 的解析表达式为

$$F = \frac{100(-300i + 400j + 400k)}{\sqrt{300^2 + 400^2 + 400^2}} = -46.852i + 62.470j + 62.470k$$

力 F 在 ON 轴的投影为

$$F_{ON} = F \cdot n = 62.47 \times 0.894 + 62.47 \times 0.447 = 83.78\text{N}$$

1-6 已知 $F = 10\text{N}$, 其作用线通过 $A(4, 2, 0)$ 、 $B(1, 4, 3)$ 两点如图所示。试求力 F 在沿 CB 的 T 轴上的投影。

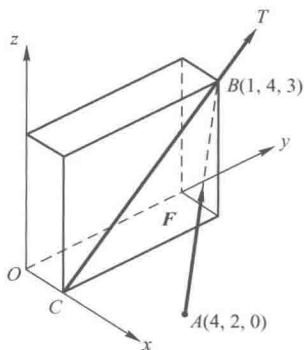
解答 计算 T 轴正向单位矢量解析, 即

$$T = \frac{4j + 3k}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 0.8j + 0.6k$$

力 F 矢量的解析式为

$$F = \frac{10(-3i + 2j + 3k)}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{10(-3i + 2j + 3k)}{\sqrt{22}}$$

力 F 矢量在 T 轴上的投影



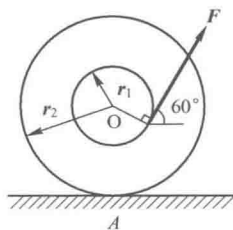
题 1-6 附图

$$F_T = F \cdot T = \frac{10}{\sqrt{22}}(2 \times 0.8 + 3 \times 0.6) = 7.25 \text{ N}$$

1-7 试求附图所示的力 F 对 A 点的矩, 已知 $r_1 = 0.2 \text{ m}$, $r_2 = 0.5 \text{ m}$, $F = 300 \text{ N}$ 。

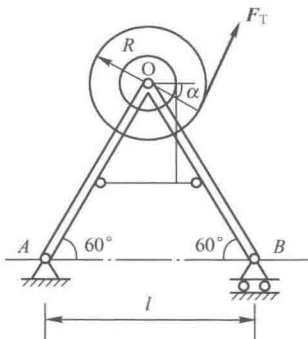
解答 首先将 F 平移至圆心 O 点, 并附加一力偶, 然后求对 A 点的矩。

$$\begin{aligned} M_A(F) &= F \cdot r_1 - F \cos 60^\circ \times r_2 \\ &= 300 \times 0.2 - 300 \times 0.5 \times 0.5 = -15.0 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$



题 1-7 附图

1-8 试求附图所示绳子张力 F_T 对 A 点及对 B 点的矩。已知 $F_T = 10 \text{ kN}$, $l = 2 \text{ m}$, $R = 0.5 \text{ m}$, $\alpha = 30^\circ$ 。



题 1-8 附图

解答 首先将 F_T 平移至圆心 O 点, 并附加一力偶, 然后求对 A 、 B 点的矩。

$$M_A = F_T \cdot R + F_T \cos \alpha \cdot l/2 - F_T \sin \alpha \cdot l \sin 60^\circ = 5.0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B = F_T \cdot R - F_T \cos \alpha \cdot l/2 - F_T \sin \alpha \cdot l \sin 60^\circ = -12.3 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

1-9 已知正六面体的边长为 l_1 、 l_2 、 l_3 , 沿 AC 作用一力 F 。试求力 F 对 O 点的矩的矢量表达式。

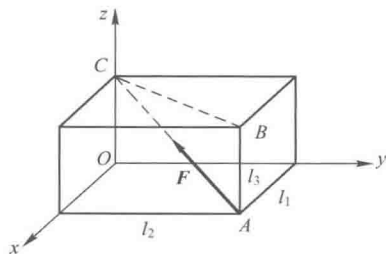
解答 计算 OA 矢量的解析表达式, 即

$$\vec{OA} = \mathbf{r} = l_1 \mathbf{i} + l_2 \mathbf{j}$$

力 F 的解析表达式为

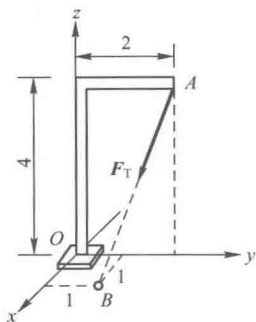
$$\mathbf{F} = \frac{F(-l_1 \mathbf{i} - l_2 \mathbf{j} + l_3 \mathbf{k})}{\sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2}}$$

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \frac{l_3 F}{\sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2}}(l_2 \mathbf{i} - l_1 \mathbf{j})$$



题 1-9 附图

1-10 钢缆 AB 中的张力 $F_T = 10 \text{ kN}$ 。写出该张力 F_T 对 O 点的矩的矢量表达式。图中坐标单位为 m 。



题 1-10 附图

解答 A 点的位置矢量 $\mathbf{r}_A = 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ 。

$\mathbf{F}_T$ 的解析式为

$$\mathbf{F}_T = \frac{10(\mathbf{i} - \mathbf{j} - 4\mathbf{k})}{\sqrt{18}} \text{ (kN)}$$

对 O 点的矩为

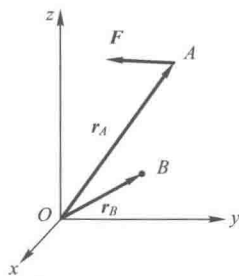
$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r}_A \times \mathbf{F}_T = (-9.43\mathbf{i} + 9.43\mathbf{j} - 4.71\mathbf{k}) \text{ kN} \cdot \text{m}$$

1-11 已知力 $\mathbf{F} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, 其作用点 A 的位置矢 $\mathbf{r}_A = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ 。求力 $\mathbf{F}$ 对位置矢为 $\mathbf{r}_B = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ 的一点 B 的矩 (力的单位为 N, 长度的单位为 m)。

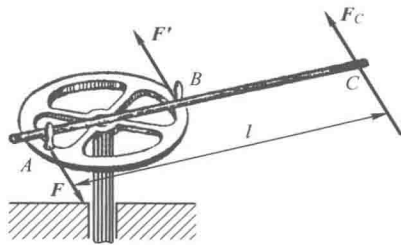
解答 用矢量运算法则进行计算, 得

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_B &= (\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B) \times \mathbf{F} = (2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k}) \times (2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}) \\ &= (10.0\mathbf{i} + 4.0\mathbf{j} - 8.0\mathbf{k}) \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

1-12 工人启闭闸门时, 为了省力, 常用一根杆子插入手轮中, 并在杆的一端 C 施力, 以转动手轮。设手轮直径 $AB = 0.6\text{m}$, 杆长 $l = 1.2\text{m}$, 在 C 端用 $F_C = 100\text{N}$ 的力能将闸门开启, 若不借用杆子而直接在手轮 A、B 处施加力偶 $(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$, 问 $\mathbf{F}$ 至少应为多大才能开启闸门?



题 1-11 附图



题 1-12 附图

解答 当力偶距与力 F_C 对轮心的矩相同时, 对轮子的转动效应是相同的, 故利用此条件可以确定等效的力偶中力的大小, 即

$$F \times AB = F_C \times (l - 0.5AB)$$

$$F = \frac{100 \times (1.2 - 0.3)}{0.6} = 150\text{N}$$

第2章 约束、约束力及受力分析

1. 主要概念及定义

约束的定义:在研究某物体的运动时,将阻碍其运动的周围物体称为约束。

计算简图的定义:工程中的结构物或机械,在进行力学分析时,需要根据问题的要求,适当加以简化,以抽象成为合理的力学模型。将这力学模型用图形表示出来,所得图形称为计算简图。

示力图的定义:在确定的考查对象上画上别的物体作用于它的力(包括主动力和约束力),这样构成的图形称为示力图或受力图,有时也称为隔离体图。

2. 主要原理

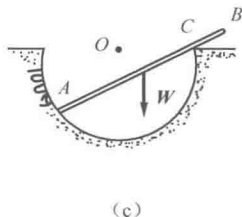
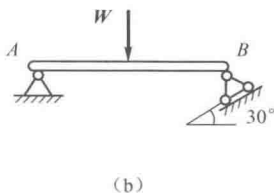
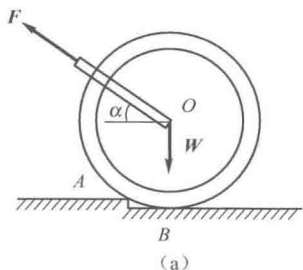
确定约束力方向的原则:约束力的方向总是与约束所能阻止的运动方向相反。

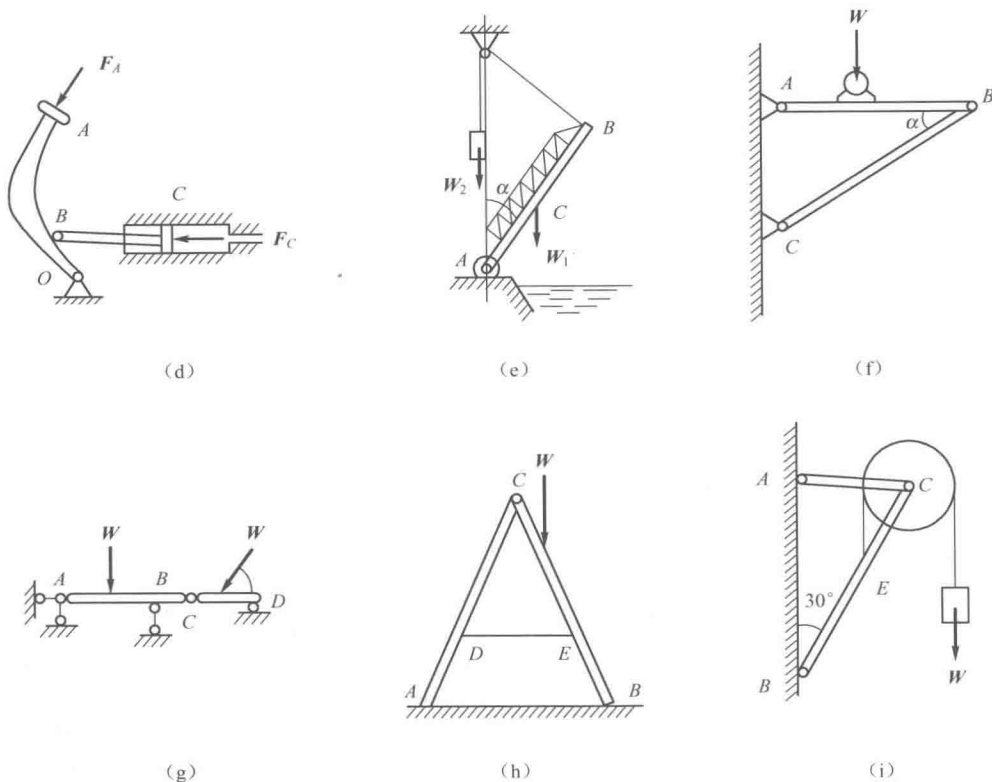
受力分析作示力图的基本原则:首先要明确分析对象,然后在对象上表示出所受的荷载,最后观察此对象与周围哪些物体发生了相互作用,即存在哪些约束,再根据约束的特点在对象上画出约束力。切记当画一个约束力时,必须明确它是哪两个物体发生相互作用而产生的。作示力图是解答力学问题的第一步工作,也是很重要的一步工作,不能省略,更不容许有任何错误。

正确作出示力图,可以清楚表明物体受力情况和必需的几何关系,有助于对问题分析和所需数学方程的建立,因而也是求解力学问题的一种有效的手段。如果不画示力图,求解将会发生困难,乃至无从着手。如果示力图错误,必将导致错误结果,在实际工作中就会造成生产建设的损失,有时甚至会造成极严重的危害。因此,在学习力学时,必须一开始就养成良好的习惯,认真地、一丝不苟地作示力图,再据此作进一步的分析计算。

3. 习题参考解答

2-1 作下列指定物体的示力图。物体重量除图上已注明外,均略去不计。假设接触处都是光滑的。





题 2-1 附图

(a) 轮; (b) 梁 AB; (c) 杆 AB; (d) AO; (e) 吊桥 AB; (f) 梁 AB;
(g) 梁 AB, CD 及联合梁整体; (h) AC, BC 及人字梯整体; (i) 杆 BC 及轮 C。

解答 (a) A、B 处为光滑接触, 产生法向约束力, 如解图(a)所示。

(b) A 处为固定铰, 能产生水平和竖向约束力; B 处为活动铰, 产生法向约束力, 如解图(b)所示。

(c) A、C 处为光滑接触, 产生法向约束力, 如解图(c)所示。

(d) O 处为固定铰, BC 简化为连杆约束, 如解图(d)所示。

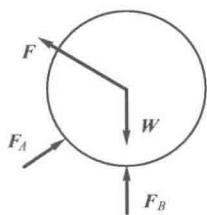
(e) A 处为固定铰, B 处为绳子约束, 产生拉力, 如解图(e)所示。

(f) A 处为固定铰, BC 为连杆约束, 如解图(f)所示。

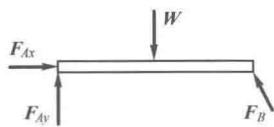
(g) A 处为固定铰; B、D 处为连杆约束; C 处为铰链接, 此处销钉约定放在某个物体上, 所以要满足作用与反作用定律, 如解图(g)所示。

(h) A、B 处为光滑接触, 产生法向约束力; C 处为铰链接, 此处销钉约定放在某个物体上, 所以要满足作用与反作用定律; DE 为绳子约束, 如解图(h)所示。

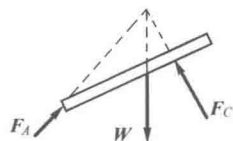
(i) B 处为固定铰; AC 为连杆; C 处为铰链接, 销钉约定放在轮子上; E 处为绳子约束, 如解图(i)所示。



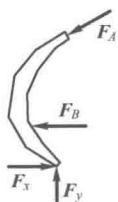
(a)



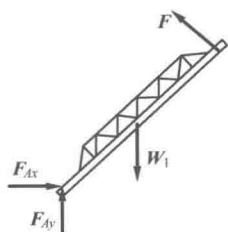
(b)



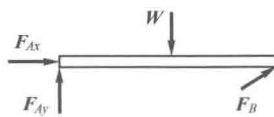
(c)



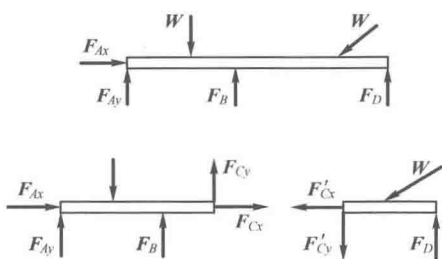
(d)



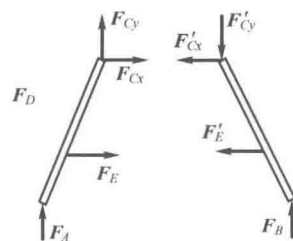
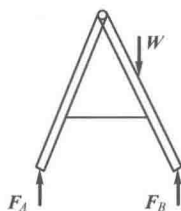
(e)



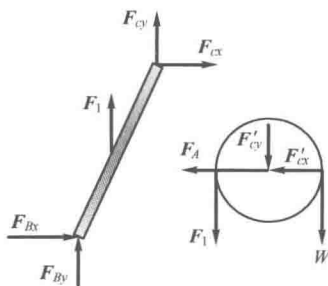
(f)



(g)



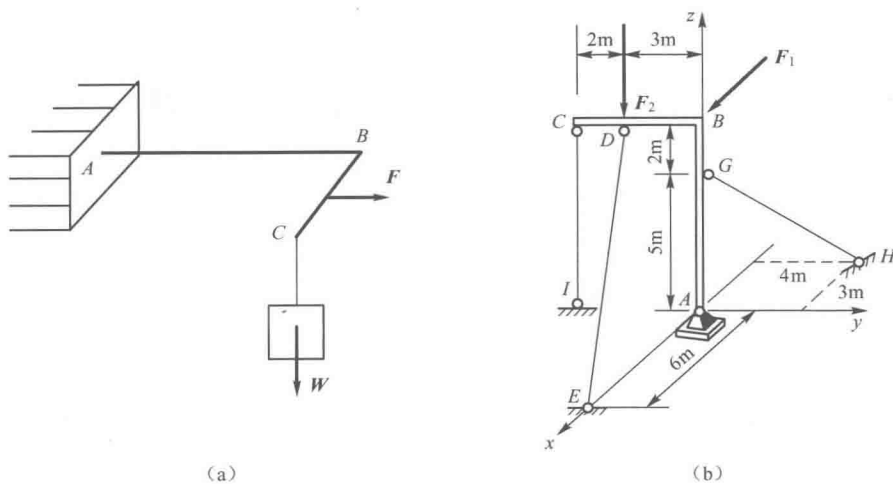
(h)



(i)

题 2-1 图解

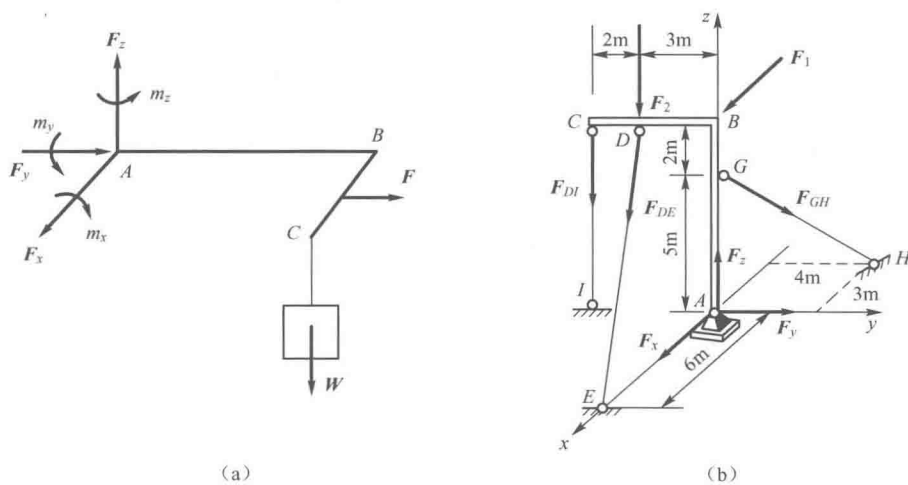
2-2 折杆 ABC 受力及约束如附图所示,请对其受力分析并作示力图。



题 2-2 附图

解:(a) A 处为固定端约束,能产生三个约束分力和三个约束分力偶如解图(a)所示。

(b) A 处为球铰约束,有三个约束分力; CI 、 DE 、 GH 为连杆约束如解图(b)所示。



题 2-2 图解

第3章 汇交力系的平衡

1. 主要概念及定义

汇交力系的定义:若力系中各力作用线汇交于一点,则该力系称为汇交力系。根据力的可传性,各力作用线的汇交点可以看作各力的公共作用点,所以汇交力系也称为共点力系。如果一汇交力系的各力的作用线位于同一平面内,则该汇交力系称为平面汇交力系,否则称为空间汇交力系。

2. 主要原理和结论

汇交力系简化结果:汇交力系合成的结果是一个合力,它等于原力系各力的矢量和,合力作用线通过力系汇交点。

矢量投影定理:合矢量在任一轴上的投影,等于各分矢量在同一轴上投影的代数和。

汇交力系平衡的必要与充分条件:力系的合力等于零,即 $\mathbf{F}_R = 0$ 。

三力平衡定理:若不平行的三个力成平衡,则三力作用线必汇交于一点。

3. 主要公式

合力计算公式:

$$\mathbf{F}_R = \sum \mathbf{F}_i = (\sum F_{ix})\mathbf{i} + (\sum F_{iy})\mathbf{j} + (\sum F_{iz})\mathbf{k}$$

合力投影的计算公式:

$$F_{Rx} = \sum F_{ix}, F_{Ry} = \sum F_{iy}, F_{Rz} = \sum F_{iz}$$

合力的大小:

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 + F_{Rz}^2}$$

合力的方向余弦:

$$\cos(\mathbf{F}_R, x) = \frac{F_{Rx}}{F_R}, \cos(\mathbf{F}_R, y) = \frac{F_{Ry}}{F_R}, \cos(\mathbf{F}_R, z) = \frac{F_{Rz}}{F_R}$$

平衡的充分与必要条件:

$$\sum \mathbf{F}_i = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = 0$$

平衡方程:

$$\sum F_{ix} = 0, \sum F_{iy} = 0, \sum F_{iz} = 0$$

4. 平衡问题分析原则

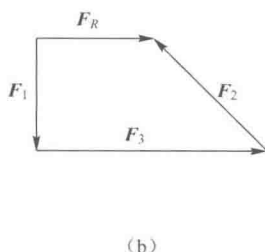
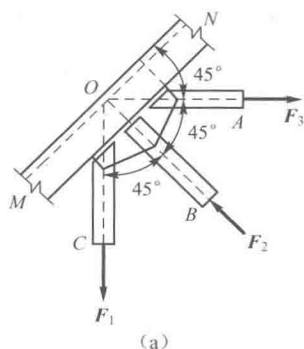
对于平衡问题,首先要确定研究对象,然后进行受力分析并画示力图,最后建立平衡方程

求解未知力。建立平衡方程时注意选择合适的投影轴(投影轴不必水平或铅直,也不必相互垂直),尽可能使方程不联立求见,以简化计算。

5. 习题参考解答

3-1 一钢结构节点,在沿 OC 、 OB 、 OA 的方向受到三个力的作用,已知 $F_1 = 1\text{kN}$, $F_2 = \sqrt{2}\text{kN}$, $F_3 = 2\text{kN}$ 。试求此力系的合力。

解答 此平面汇交力系简化为一合力,合力大小可由几何法,即力的多边形法则进行计算。作力的多边形如图(b)所示,由图可得合力大小 $F_R = 1\text{kN}$,水平向右。



题 3-1 附图

3-2 计算图中 F_1 、 F_2 、 F_3 三个力的合力。已知 $F_1 = 2\text{kN}$, $F_2 = 1\text{kN}$, $F_3 = 3\text{kN}$ 。

解答 用解析法计算此空间汇交力系的合力,即

$$F_{Rx} = \sum F_{ix} = F_1 + F_2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0.6 = 2 + 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0.6 = 2.424\text{kN}$$

$$F_{Ry} = \sum F_{iy} = F_2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0.8 = 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0.8 = 0.566\text{kN}$$

$$F_{Rz} = \sum F_{iz} = F_3 + F_2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 + 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3.707\text{kN}$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 + F_{Rz}^2} = 4.465\text{kN}$$

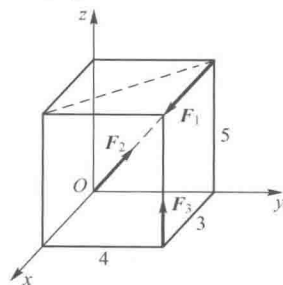
合力方向的三个方向余弦值为

$$\cos\alpha = \frac{F_{Rx}}{F_R} = 0.5428, \cos\beta = \frac{F_{Ry}}{F_R} = 0.1267, \cos\gamma = \frac{F_{Rz}}{F_R} = 0.830$$

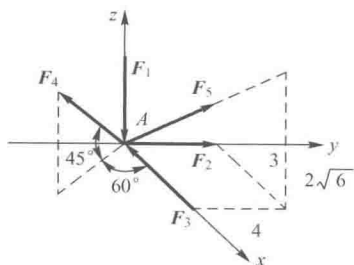
3-3 已知 $F_1 = 2\sqrt{6}\text{N}$, $F_2 = 2\sqrt{3}\text{N}$, $F_3 = 1\text{N}$, $F_4 = 4\sqrt{2}\text{N}$, $F_5 = 7\text{N}$ 。求五个力合成的结果(提示:不必开根号,可使计算简化)。

解答 用解析法计算此空间汇交力系的合力,即

$$\begin{aligned} F_{Rx} &= \sum F_{ix} = -F_3 + F_4 \cos 45^\circ \cos 60^\circ + F_5 \times \frac{5}{7} \times \frac{3}{5} \\ &= 4.0\text{N} \end{aligned}$$



题 3-2 附图



题 3-3 附图