中国科学院规划教材

大学数学系列教材

# 高等数学

主编 马少军 张好治 李福乐

科学出版社

中国科学院规划教材
大学数学系列教材

# 高等数学

主　编　马少军　张好治　李福乐
副主编　袁冬梅　姜德民　孙丹娜
　　　　孙宝山　王殿坤　常桂娟

科学出版社
北京

## 内 容 简 介

本书是根据全国高等农林院校“十三五”规划教材编写基本要求和高等农业院校数学教学大纲要求编写而成的. 本书共 11 章,主要内容为函数与极限、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、微分方程、空间解析几何与向量代数、多元函数微分学、多元函数积分学、级数. 书后有自测题、习题参考答案、自测题参考答案与提示、积分表.

本书内容和系统更加完整,适合高等学校生物类、经贸类和管理类各专业的本、专科生和高职学院的学生使用,也可供其他相关专业的学生参考.

**图书在版编目(CIP)数据**

高等数学/马少军,张好治,李福乐主编. —北京:科学出版社,2016

中国科学院规划教材. 大学数学系列教材

ISBN 978-7-03-048998-2

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①马… ②张… ③李… Ⅲ. ①高等数学-高等学校-教材 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 141173 号

责任编辑:王 静 胡海霞 / 责任校对:张凤琴

责任印制:白 洋 / 封面设计:迷底书装

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

大厂书文印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 8 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2016 年 8 月第一次印刷 印张:28

字数:564 000

**定价:43.00 元**

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 《高等数学》教材编委会


**主　编**　马少军　张好治　李福乐

**副主编**　袁冬梅　姜德民　孙丹娜　孙宝山

王殿坤　常桂娟

**编　委**　(以姓名笔画为序)：

于加举　王　萍　王广彬　王忠锐

王敏会　尹晓翠　刘　倩　刘振斌

许　洋　孙金领　李冬梅　李桂玲

杨　雪　辛永训　赵　静　徐　英

黄凯美　程　冰

# 前　　言

高等数学是研究客观世界数量关系和空间形式的科学，也是人类悠久历史的一种思想文化. 微积分学不仅是知识和工具，而且体现思维模式和素养，因此微积分对培养具有高素质的科学技术人才具有独特的、不可替代的重要作用. 现代农林科学技术与其他科学技术一样，随着现代信息技术的发展，对数学的需求日益增加，同时农林科学技术与工程技术等其他科学技术又有显著的不同. 因此大学农科类专业数学教育，既应该体现数学作为大学基础课程教育的共同特点，又应有自身特色的课程体系.

通过大学数学教育，应使农科类专业学生掌握必需的数学理论与工具，具备一定的数学观念与定量思维能力，同时应使他们多掌握一些有实际应用前景的数学知识，了解数学在现代社会生活和科学技术中的广泛应用，在他们从事专业技术工作之前，对数学及其应用有正确的认识，从而提高他们的综合素质与创新能力.

本书是根据全国高等农林院校"十三五"规划教材编写基本要求和高等农业院校数学教学大纲要求编写而成的. 本书共 11 章，主要内容为函数与极限、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、微分方程、空间解析几何与向量代数、多元函数微分学、多元函数积分学、级数. 书后有自测题、习题参考答案、自测题参考答案与提示、积分表. 本书内容和系统更加完整，适合高等学校生物类、经贸类和管理类各专业的本、专科生和高职学院的学生使用，也可供其他相关专业的学生参考.

编　者

2016 年 3 月

# 目　　录

# 第一章　函数与极限

初等数学研究的对象基本上是不变的量，而高等数学则是以变量为研究对象的一门数学. 所谓函数关系就是变量之间的依赖关系. 本章将在中学讲述的函数知识的基础上，讨论一元函数的有关概念和性质，使读者能较系统和较深入地掌握这些内容，为今后的学习打下良好的基础.

## 1.1　函数的概念

### 一、函数的定义

在同一个自然现象或技术过程中，往往同时有几个变量在变化着，这几个变量并不是孤立地在变，而是相互联系并遵循着一定的变化规律. 函数关系所表达的变量之间的相互依赖关系，正是从量的侧面来反映客观事物在变化过程中，变量之间所存在的相互制约、相互联系的关系. 虽然不同的函数关系的表达形式和表示的实际意义有所不同，但它们共同的实质可用函数定义给予概括性的描述. 这里给出的是实数集上实值函数的概念，定义中的 $\mathbf{R}$ 表示全体实数的集合，$D$ 表示 $\mathbf{R}$ 的子集.

**定义**　如果有一个确定的对应规律 $f$，使得对于 $D$ 中的每一个实数 $x$，都有一个唯一确定的实数 $y$ 与之对应，则称 $y$ 是 $x$ 的函数，并且记作：

$$y=f(x),$$

或称 $f$ 是 $D$ 到 $\mathbf{R}$ 的函数，也称 $f$ 是定义于 $D$ 上的(实值)函数.

其中集合 $D$ 称为这个函数的**定义域**，$x$ 称为**自变量**，$y$ 称为**因变量**，当 $x$ 取遍 $D$ 中的一切值时，与之对应的数 $y$ 的全体组成的集合 $F$ 称为函数的**值域**，记为 $f(D)$，即

$$F=f(D)=\{y \mid y=f(x), x\in D\}.$$

常用的函数记号有：$y=f(x)$，$y=\varphi(x)$，$y=\psi(x)$，$y=g(x)$，$y=F(x)$等. 为了避免混淆，如果同时考虑几个不同的函数时，就要用不同的函数符号来表示. 例如，圆面积 $S$ 和周长 $C$ 都是半径 $r$ 的函数，则可分别记为 $S=f(r)=\pi r^2$ 和 $C=\varphi(r)=2\pi r$.

这里还要说明的一点是，在定义中要求对于每一个 $x\in D$，按对应规律 $f$，有唯一确定的实数 $y$ 与之对应，按这一规定来定义的函数，通常称为**单值函数**，如果去掉唯一性的限制，对于 $x\in D$，有多个实数 $y$ 与之对应，则称此函数为**多值函数**. 我们主要是讨论单值函数，今后如无特别声明，讨论的函数均为单值函数.

## 二、函数的表示法和函数记号

### 1. 函数的表示法

在函数的定义中,关于表示方法没有加以限制,常用的表示函数的方法有三种:**列表法**、**公式法**与**图解法**. 列表法、图解法表示的函数关系比较直观. 在高等数学中我们主要还是用公式法即解析表达式来表示函数.

一般情况下,我们见到的大部分函数都是在整个定义域内函数表达式是同一个,但有时需要在不同的范围中用不同的式子来表示一个函数,这样的函数叫做**分段函数**.

**例 1**　$y=f(x)=\begin{cases}2x^2, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 3-x, & x>1\end{cases}$

是定义在区间$[0,+\infty)$上的一个函数,当自变量$x$取闭区间$[0,1]$上的数值时,对应的函数值$y$由公式$y=2x^2$确定;当$x$取区间$(1,+\infty)$内的数值时,$y$由公式$y=3-x$确定. 它的图形如图 1-1 所示.

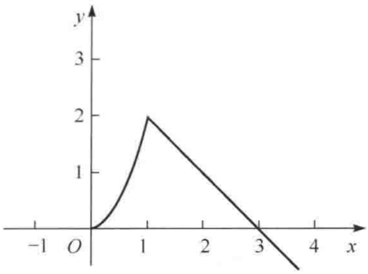


图 1-1

**例 2**　$y=f(x)=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0\end{cases}$

是定义在区间$(-\infty,+\infty)$内的一个分段函数,图形如图 1-2 所示.

**例 3**　$y=f(x)=\begin{cases}x+\dfrac{1}{2}, & x<-1,\\ \sqrt{1-x^2}, & -1\leqslant x\leqslant 1,\\ 0, & x>1\end{cases}$

是定义在区间$(-\infty,+\infty)$上的一个分段函数(图 1-3).

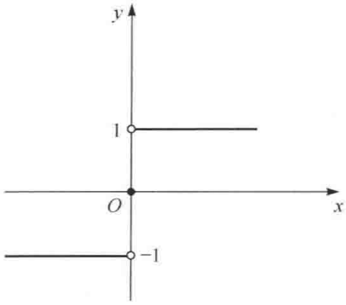


图 1-2

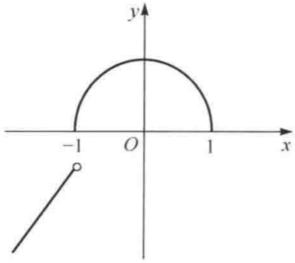


图 1-3

另外，用公式法表示函数时，有下面两种情况：

(1) 如果 $y$ 是用含自变量的解析表达式来直接表出的函数，称为**显函数**，记为 $y=f(x)$. 例如，$y=\sin x$，$y=\tan x$，$y=e^x$，等等，都是显函数.

(2) 如果变量 $y$ 与 $x$ 之间的对应关系是由某一个方程确定的，即 $y$ 是由方程 $F(x,y)=0$ 确定的函数，称为**隐函数**. 例如，$x^2-y^2=1$，$e^y+xy+e^x=0$. 变量 $x$ 与 $y$ 的函数关系都是由一个方程确定的.

任何显函数 $y=f(x)$ 都能表示成隐函数的形式：$y-f(x)=0$，但隐函数却不一定能化为显函数的形式. 如上例的 $e^y+xy+e^x=0$ 就不能化为显函数.

**2. 函数记号**

上面已说过，$y$ 是 $x$ 的函数可由 $y=f(x)$，$y=\varphi(x)$ 等来表示. 例如，如果我们用 $f(x)$ 表示由 $3x^2+x$ 所表达的函数，就是 $f(x)=3x^2+x$. 此时 $f$ 表示的是一个具体的对应法则，与 $x$ 对应的函数值是由 $x$ 的平方乘以 3 再加上 $x$ 而得的.

当自变量 $x$ 在定义域内取定值 $x_0(x_0\in D)$ 时，函数 $y=f(x)$ 的对应值称为函数 $y=f(x)$ 在点 $x=x_0$ 的**函数值**. 记为

$$f(x_0) \quad \text{或} \quad y\big|_{x=x_0}.$$

如果 $f(x)$ 由公式法给出，则只要用 $x_0$ 代替 $f(x)$ 中的 $x$，就得到 $f(x)$ 在点 $x_0$ 处的函数值 $f(x_0)$.

**例 4** 设 $f(x)=3x^2+x$，求 $f(0)$，$f(1)$，$f(-2)$，$f(x_0)$.

**解**
$$\begin{aligned}&f(0)=3\times0^2+0=0,\\&f(1)=3\times1^2+1=4,\\&f(-2)=3\times(-2)^2+(-2)=10,\\&f(x_0)=3x_0^2+x_0.\end{aligned}$$

**例 5** 已知 $f(x)=\sin x+3$，求 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$，$f(\pi)$.

**解**
$$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)+3=4,$$
$$f(\pi)=\sin(\pi)+3=3.$$

这里要特别指出的是，对于分段函数求函数值，由于其在自变量的不同的变化范围内函数的表达式不同，所以，不同点的函数值应根据相应范围内的表达式去求.

**例 6** 设

$$f(x)=\begin{cases}2x, & x<0,\\0, & x=0,\\x^2-2, & x>0,\end{cases}$$

求 $f(-2)$，$f(0)$，$f(2)$，$f\left(-\frac{3}{2}\right)$.

**解**

$$f(-2)=2\times(-2)=-4,$$
$$f(0)=0,$$
$$f(2)=(2)^2-2=2,$$
$$f\left(-\frac{3}{2}\right)=2\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-3.$$

为了今后叙述的方便，如果 $y=f(x)$ 在 $x$ 取某个定值 $x_0$ 时，有确定的对应值 $f(x_0)$，则称函数在 $x=x_0$ 处是有定义的. 如果 $y=f(x)$ 在某数集上的每一点都有定义，则称函数在该数集上有定义.

## 三、函数的定义域

使函数有意义的自变量的取值范围叫做**函数的定义域**.

函数的定义域指明了函数关系的适用范围，也就是说，自变量 $x$ 只有在定义域 $D$ 内取值，因变量才有确定的值与之对应，函数才有意义. 对反映客观实际现象的函数关系，定义域由其实际意义确定. 例如，考虑自由落体运动时，函数 $s=\frac{1}{2}gt^2$ 的定义域是

$$D=\{t\,|\,0\leqslant t\leqslant T\},$$

其中 $t=0$ 是物体开始降落的时刻，$t=T$ 是物体着地的时刻.

一般在数学中常常只给出函数的表达式而无实际背景，则其函数的定义域由给出的表达式确定，也就是说函数的定义域应理解为使表达式有意义的自变量所能取值的全体.

**例 7**　确定下列函数的定义域.

(1) $y=\frac{5}{x-2}$；　　(2) $y=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$；

(3) $y=\lg(1-x)$.

**解**　(1) 要使表达式 $y=\frac{5}{x-2}$ 有意义，只需要 $x\neq2$，所以函数的定义域为开区间 $(-\infty,2)\cup(2,+\infty)$[①].

---

① 一元函数的定义域通常用区间来表示. 现将不同的区间符号所表达的集合列举如下：$[a,b]=\{x\,|\,a\leqslant x\leqslant b\}$，称 $[a,b]$ 为闭区间. $(a,b)=\{x\,|\,a<x<b\}$，称 $(a,b)$ 为开区间. $[a,b)=\{x\,|\,a\leqslant x<b\}$. $(a,b]=\{x\,|\,a<x\leqslant b\}$. $[a,+\infty)=\{x\,|\,a\leqslant x<+\infty\}$. $(a,+\infty)=\{x\,|\,a<x<+\infty\}$ 开区间. $(-\infty,b]=\{x\,|\,-\infty<x\leqslant b\}$. $(-\infty,b)=\{x\,|\,-\infty<x<b\}$ 开区间. $(-\infty,+\infty)=\{x\,|\,-\infty<x<+\infty\}$ 开区间. 以上没有说明的区间，既非开区间，也非闭区间.

(2) 要使表达式有意义,只需要 $1-x^2>0$,即 $x^2<1$,所以函数的定义域为开区间$(-1,1)$.

(3) 要使 $y=\lg(1-x)$有意义,只需要 $1-x>0$,即 $x<1$,所以函数的定义域为开区间$(-\infty,1)$.

## 四、函数的几种特性

### 1. 函数的有界性

设函数 $f(x)$在区间$(a,b)$上有定义,如果存在一个正数 $M$,使得对于$(a,b)$内的一切 $x$,都有

$$|f(x)|\leqslant M,$$

则称函数 $f(x)$在$(a,b)$内是**有界的**,否则称为**无界的**.

当函数 $f(x)$在其定义域内有界时,称此函数为有界函数. 例如,函数 $f(x)=\sin x$ 在其定义域$(-\infty,+\infty)$内是有界的,因为只要取 $M=1$(当然也可以取大于 1 的任何数作为 $M$),则无论 $x$ 取何值都有$|\sin x|\leqslant 1=M$ 成立. 而函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}$在开区间$(0,1)$内是无界的,因为不存在这样的正数 $M$,使得$\left|\dfrac{1}{x}\right|\leqslant M$ 在$(0,1)$内都成立. 事实上,只要 $x$ 的取值足够靠近 0,$\left|\dfrac{1}{x}\right|$就会任意增大.

### 2. 函数的单调性

如果函数 $f(x)$在区间$(a,b)$上随着 $x$ 增大而增大,即对于$(a,b)$内任意两点 $x_1$及 $x_2$,只要 $x_1<x_2$,就有 $f(x_1)<f(x_2)$,则称函数 $f(x)$在区间$(a,b)$内是**单调增加**的(图 1-4);如果 $f(x)$在区间$(a,b)$内随着 $x$ 增大而减少,即对于$(a,b)$内任意两点 $x_1$及 $x_2$,只要 $x_1<x_2$,就有 $f(x_1)>f(x_2)$,则称 $f(x)$在区间$(a,b)$内是**单调减少**的(图 1-5).

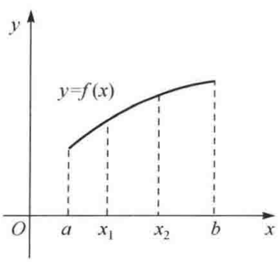


图 1-4

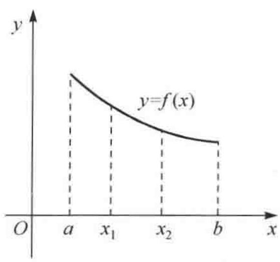


图 1-5

例如,函数 $f(x)=x^2$在其定义域$(-\infty,+\infty)$内不是单调函数,但在区间(0,

$+\infty)$内是单调增加的，在区间$(-\infty,0)$内则是单调减少的（图 1-6）.

又如，函数 $f(x)=x^3$在其定义域$(-\infty,+\infty)$内是单调增加的（图 1-7）.

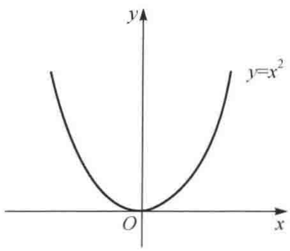


图 1-6

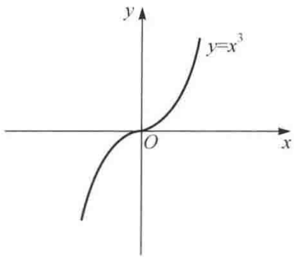


图 1-7

**3. 函数的奇偶性**

如果函数 $f(x)$对于定义域 $D$（$D$ 关于原点对称）内的任意 $x$，都满足 $f(-x)=f(x)$，则 $f(x)$叫做**偶函数**；如果函数 $f(x)$对于定义域 $D$ 内的任意 $x$，都满足 $f(-x)=-f(x)$，则 $f(x)$叫做**奇函数**.

偶函数的图形是关于 $y$ 轴对称的（图 1-8），而奇函数的图形是关于原点对称的（图 1-9）.

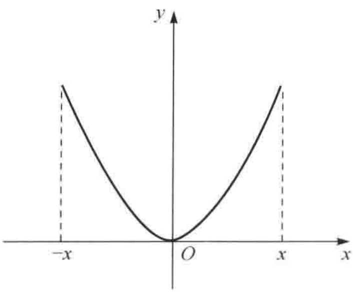


图 1-8

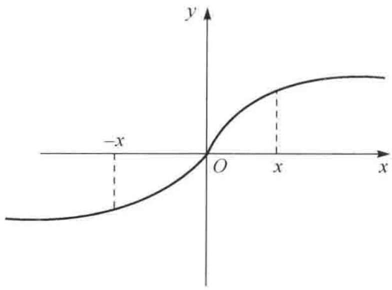


图 1-9

例如，$f(x)=x^2$是偶函数，因为 $f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$. 又如 $f(x)=x^3$是奇函数，因为 $f(-x)=(-x)^3=-x^3=-f(x)$. 再如 $y=\sin x$ 是奇函数，$y=\cos x$ 是偶函数. 而 $y=\ln x$ 既非偶函数又非奇函数.

**4. 函数的周期性**

如果有常数 $l$ 存在，使得对于函数 $y=f(x)$的定义域内的任意点 $x$，有

$$f(x+l)=f(x),$$

则称函数 $f(x)$为**周期函数**，使这个等式成立的最小正数 $l$ 叫做 $f(x)$的**周期**.

例如，$y=\sin x$ 是周期函数，因为当 $l=2k\pi$ 时，$\sin(x+l)=\sin x$ 对于一切 $x$ 成

立,而使得上式成立的最小的正数 $l$ 为 $2\pi$,所以 $\sin x$ 是以 $2\pi$ 为周期的周期函数,同样 $y=\cos x$ 也是以 $2\pi$ 为周期的函数,而 $\tan x$,$\cot x$ 则都是以 $\pi$ 为周期的函数.

## 习 题 1-1

1. $f(x)=|1+x|+\dfrac{(7-x)(x-1)}{|2x-5|}$,求 $f(-2)$.

2. $f(x)=\sqrt{4-x^2}$,求 $f(0)$,$f(1)$,$f(-1)$,$f\left(\dfrac{1}{a}\right)$,$f(x_0)$,$f(x+h)$.

3. 求下列函数的定义域:

(1) $y=\sqrt{3x+2}$;　(2) $y=\dfrac{1}{1-x}$;

(3) $y=\ln(x-2)$;　(4) $y=\dfrac{1}{\lg|x-5|}$;

(5) $y=\sqrt{x^2-4}$;　(6) $y=\dfrac{1}{1+x^2-2x}+\sqrt{x+2}$;

(7) $y=\dfrac{\sqrt{4-x}}{\ln(x-1)}$;　(8) $y=\dfrac{2x}{x^2-3x+2}$.

4. 下列各题中,函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同?为什么?

(1) $f(x)=\lg x^2$,$g(x)=2\lg x$;

(2) $f(x)=\sqrt[3]{x^4-x^3}$,$g(x)=x\sqrt[3]{x-1}$;

(3) $f(x)=x$,$g(x)=\sqrt{x^2}$.

5. 设 $\varphi(x)=\begin{cases}|\sin x|, & |x|<\dfrac{\pi}{3},\\ 0, & |x|\geqslant\dfrac{\pi}{3},\end{cases}$ 求 $\varphi\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$,$\varphi\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$,$\varphi\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$,$\varphi(-2)$.

6. 下列函数中,哪些是偶函数?哪些是奇函数?哪些既非奇函数又非偶函数?

(1) $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$;　(2) $y=xa^{-x^2}$;

(3) $y=\dfrac{\sin x}{x}$;　(4) $y=\dfrac{x}{|x|}$;

(5) $y=3x^2-x^3$;　(6) $y=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$.

7. 设下列所考虑的函数在对称区间 $(-l,l)$ 上有定义,证明:

(1) 两个偶函数的和是偶函数,两个奇函数的和是奇函数;

(2) 两个偶函数的乘积是偶函数，两个奇函数的乘积是偶函数，奇函数与偶函数的乘积是奇函数；

(3) 定义在对称区间 $(-l,l)$ 上的任意函数可表示为一个奇函数与一个偶函数的和.

8. 函数 $y=\lg(x-1)$ 在下列哪些区间上有界？

(1) $(2,3)$；　(2) $(1,2)$；

(3) $(1,+\infty)$；　(4) $(2,+\infty)$.

9. 验证下列函数在指定区间内的单调性：

(1) $y=x^2,(-1,0)$；　(2) $y=\lg x,(0,+\infty)$；

(3) $y=\sin x,\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$；　(4) $y=\cos x-x,[0,\pi]$.

10. 下列函数中哪些是周期函数？如是周期函数，指出其周期：

(1) $y=\sin(x-3)$；　(2) $y=\tan 3x$；

(3) $y=2+\cos(\pi x)$；　(4) $y=x\cos x$；

(5) $y=\sin^2 x$；　(6) $y=\sin(\omega x+\psi)$ ($\omega,\psi$ 为常数).

## 1.2　反函数、复合函数、初等函数

### 一、反函数

如果两个变量间有确定的函数关系，则这两个变量哪一个为自变量，哪一个为函数并不是固定不变的，而是常常需要根据实际情况相互改变.

例如，匀速直线运动的速度函数为 $v=\dfrac{s}{t}$，当路程 $s$ 一定时，$v$ 是时间 $t$ 的函数. 但在实际问题中常常遇到这样的情形：已知一物体的运动速度 $v$，求这物体走完一定路程 $s$ 所需的时间. 这时我们要用公式 $t=\dfrac{s}{v}$ 来求，此时，我们是把 $v$ 看成自变量，而把 $t$ 视为函数. 通常我们把函数 $t=\dfrac{s}{v}$ 叫做函数 $v=\dfrac{s}{t}$ ($s$ 为常数)的反函数.

一般地，设函数 $y=f(x)(x\in D)$ 满足：对于值域 $f(D)$ 中的每一个值 $y$，$D$ 中有且只有一个值 $x$ 使得 $f(x)=y$，则按此对应法则得到一个定义在 $f(D)$ 上的函数，称这个函数为 $f$ 的**反函数**，记作 $x=f^{-1}(y),y\in f(D)$.

但是我们习惯上总是把自变量写成 $x$，把函数写成 $y$，因此把 $x=f^{-1}(y)$ 写成 $y=f^{-1}(x)$，则函数 $y=f(x)$ 的反函数又可写成

$$y=f^{-1}(x).$$

例如,函数 $y=3x$ 的反函数为 $y=\frac{x}{3}$(图 1-10).

容易证明:函数 $y=f(x)$与反函数 $y=f^{-1}(x)$的图形是关于 $y=x$ 对称的,即:若点 $M(a,b)$是 $y=f(x)$图形上的点,则 $M'(b,a)$必在反函数 $y=f^{-1}(x)$的图形上(图 1-11).(请读者自己证明)

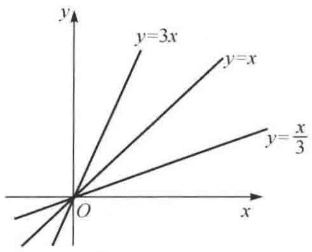


图 1-10

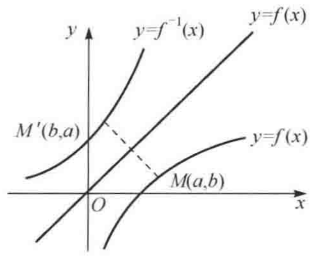


图 1-11

## 二、复合函数

如果 $y$ 是 $u$ 的函数:$y=f(u)$,而 $u$ 又是 $x$ 的函数:$u=\varphi(x)$,且 $\varphi(x)$的函数值的全部或部分在 $f(u)$的定义域内,那么,$y$ 通过 $u$ 的联系也成了 $x$ 的函数,我们称后一个函数是由函数 $y=f(u)$及 $u=\varphi(x)$复合而成的函数,简称**复合函数**,记作 $y=f[\varphi(x)]$,其中 $u$ 叫做**中间变量**.

例如,函数 $y=u^2$ 和 $u=1-x$ 复合而成的函数是 $y=(1-x)^2$. 又如 $y=\sin^2 x$ 可以看成由函数 $y=u^2$ 及 $u=\sin x$ 复合而成的函数.

也可以由两个以上的函数经过复合构成一个函数,例如,由函数 $y=\sqrt{u}$,$u=\cot v$ 及 $v=\frac{x}{2}$复合而成的函数为 $y=\sqrt{\cot\frac{x}{2}}$.

有了复合函数的概念后,必须注意两个问题:第一,复合函数 $y=f[\varphi(x)]$的定义域与函数 $u=\varphi(x)$的定义域不一定相同. 如 $y=\sin^2 x$ 的定义域是与 $u=\sin x$ 的定义域相同的,都是$(-\infty,+\infty)$,而复合函数 $y=\sqrt{1-x^2}$(可看作是由函数 $y=\sqrt{u}$及 $u=1-x^2$复合而成)的定义域为$[-1,1]$,它只是 $u=1-x^2$ 的定义域$(-\infty,+\infty)$的一部分. 第二,并不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数的. 例如,$y=\arcsin u$ 及 $u=2+x^2$就不能复合成一个复合函数,因为 $u=2+x^2$的值域是大于等于 2 的实数,使 $y=\arcsin u$ 没有定义.

## 三、基本初等函数

基本初等函数包括六种,以下六种函数统称基本初等函数,它们都是中学所学