

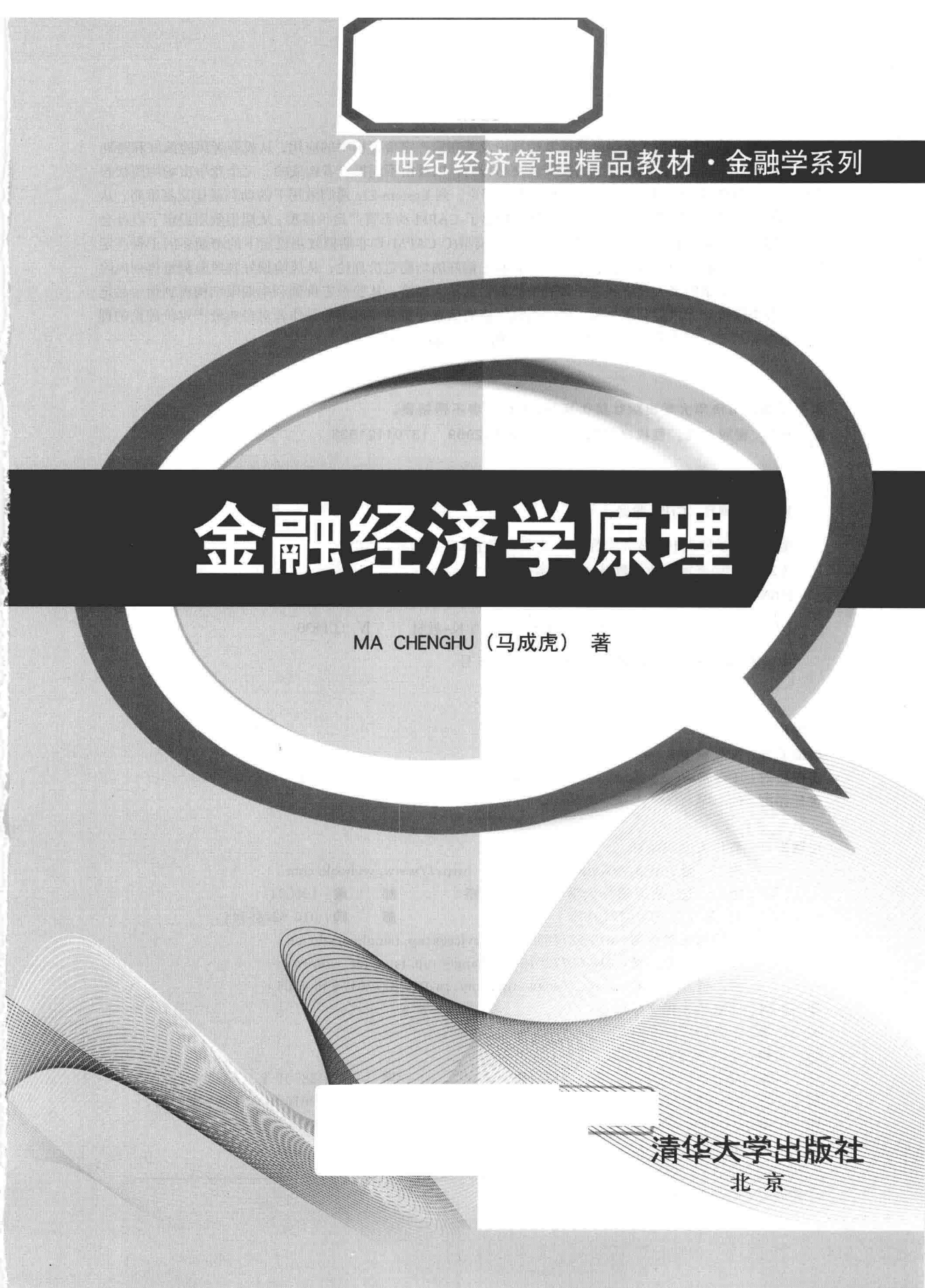
21世纪经济管理精品教材·金融学系列

金融经济学原理

MA CHENGHU (马成虎) 著



清华大学出版社



21世纪经济管理精品教材·金融学系列

金融经济学原理

MA CHENGHU (马成虎) 著

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书较为系统地介绍了金融经济学基础理论及其在资产定价建模中的应用,从投资者风险偏好和跨期偏好特征出发,探讨了不同偏好下的投资者交易行为,以及由不同投资者构成的、完全竞争市场均衡状态下的证券定价机制。从 Markowitz 静态组合投资理论,到 Epstein-Zin 递归效用下的动态最优交易策略;从 Sharpe-Lintner 单期均衡资产定价模型(CAPM)到影子-CAPM 动态资产定价模型;从期望效用设定下以社会总消费增长率为定价因子的基于消费的资产定价模型(C-CAPM)到非期望效用设定下的跨期多因子资产定价模型;从不依赖于偏好的无套利定价方法到基于偏好的均衡定价理论;从风险偏好到风险测量再到风险管理;从错综复杂的多人经济到基于代表性投资者的单人经济;从股票定价到利率期限结构再到衍生品定价;从股票溢价到无风险利率之谜,再到期权价格的信息含量贯穿始终的是作者对经典资产定价理论的理解、思考和综合,其中不乏作者本人在该领域的一些最新研究成果。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

金融经济学原理/[美]马成虎著. —北京:清华大学出版社,2016

(21世纪经济管理精品教材·金融学系列)

ISBN 978-7-303-44315-5

I. ①金… II. ①马… III. ①金融学-高等学校-教材 IV. ①F830

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第164365号

责任编辑:杜 星

封面设计:汉风唐韵

责任校对:王荣静

责任印制:何 芊

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课 件 下 载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62770175 转 4506

印 刷 者:北京市人民文学印刷厂

装 订 者:三河市溧源装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:16 字 数:385千字

版 次:2016年8月第1版 印 次:2016年8月第1次印刷

印 数:1~4000

定 价:39.00元

前 言

本书较为系统地介绍了资产定价基础理论以及与之相关的关于投资者偏好、投资交易策略和风险管理等方面的基础知识，较为深入地探讨了证券价格信息含量问题，其中包括：

- 基于有效市场理论挖掘对资产定价率起决定性作用的经济因素；
- 证券价格所隐含的关于不可观测的、投资者群体偏好的信息；
- 金融衍生品定价及其信息含量；
- 预期假说及其收益率曲线的信息含量。

本书试图在不同证券定价理论和方法之间架起桥梁，揭示经典一般均衡理论和现代无套利定价原理作为资产定价的两种基本理论之间的逻辑关系。书中理论及模型都是建立在理想状态下的市场环境、经济机制及投资者行为假设基础上的。主要包括：

- 完全竞争市场
- 无摩擦市场
- 投资者理性

完全竞争市场假设说的是，市场上的每个投资者都没有操控证券价格的能力。该假设与公平竞争和反垄断的政策导向是一致的。相对于完全竞争市场假设来说，无摩擦市场假设更多的是为了分析上的简便。而无论从方法上还是技术上来说，本书的研究结果大多可以推广到有摩擦市场的情形。经济人行为假设是建立在人是理性的基础之上的。这个假设包括两个方面的内涵：一是投资者在决策过程中对过去和当前获得的信息能充分利用；二是投资者履行效用最大化的行为模式，并由此决定着他们的交易和投资行为。在投资者理性的经济体中，证券价格和资源配置依靠的是“看不见的手”——这个观点来自亚当·斯密 (Adam Smith, 1776) 的经典著作《国富论》。而均衡这一经济学中最重要的概念，奠定了现代经济理论的所有分支研究的理论基础，同样也构成本书的资产定价理论的基础。在均衡状态下，价格不仅可以使交易证券的需求和供给市场同时出清，而且某种程度上还可以使其社会效用最大化。

均衡价格汇集了市场信息，让我们可以用一个“代表性个体”的效用函数来刻画那些无法观测到的投资者群体的心理状况和行为偏好。金融证券定价的难度在于对投资者群体的风险态度和时间偏好等心理行为认知的缺乏，因而无法直接观测到那个“代表性个体”的效用函数。因此，我们期望通过证券价格以及其他可以直接观测到的经济变量来间接推断出这个“代表性个体”的效用函数。

在过去半个多世纪的发展历程中,人们试图寻找非偏好依赖型资产定价模型。从 20 世纪 60 年代初在资产定价理论上具有开创意义的 Sharpe-Lintner (Sharpe, 1964; Lintner, 1965) 的资产定价模型 (CAPM), 到 70 年代的 Black-Scholes 期权定价模型 (Black and Scholes, 1973), 以及 80 年代和 90 年代的 Ho and Lee (1986) 和 Heath, Jarrow and Morton (HJM, 1992) 建立的利率期限结构模型, 都是在非偏好依赖型资产定价建模方面的重大突破。现阶段, 基于经济人、市场机制和环境假设的一些非偏好依赖型资产定价模型及其相关理论的稳健性都在不同程度上受到了质疑。随着人们认知能力的提高, 大家对基于均衡理论的传统偏好型资产定价模型的理解进一步深入。本书在不完备市场条件下建立的基于期权的资产定价理论, 可以说是均衡定价理论上所取得的重大理论突破, 也是本书的精华所在。书中揭示了以市场组合为标的的指数期权定价率所蕴含的、关于“代表性个体”效用函数的相关信息。通过市场组合为标的的指数期权定价率, 我们对依赖于投资者群体偏好的均衡资产定价模型与不依赖于偏好的无套利资产定价模型之间建立了桥梁和纽带。

当然, 本书无法涵盖金融学和金融经济学理论的方方面面, 也没有穷尽所有金融工具和产品。书中关于资产定价理论的应用大多局限于股票、股指和债券以及基于这些基础证券的金融衍生品。本书所提供的工具和建模思想应该同样适用于现实中的其他定价问题, 包括大众商品, 特别是商品期货和期权的定价问题。

本书并未涉及公司理财与资产预算、市场微观结构、金融机构与法规, 以及国际金融等。但是, 由于本书的经济主体可以是投资者、消费者、基金经理、公司以及政府机构等, 因此, 书中的理论体系可以推广运用到经济和金融的其他一些相关领域。

这本书可用于经济学、金融学、金融数学和金融工程相关专业的高年级本科生和研究生教材。本书可以作为从事经济学、金融学研究和实务工作的朋友们的参考用书。

这本书主要基于本人 2010 年在中国人民大学出版社出版的《高级资产定价理论》一书, 是在该书前两部分的基础上精心整理、增删和充实而成, 纠正了原书中出现的错误和一些不尽完美之处。首先要感谢的是复旦大学管理学院的领导和同事们所给予的支持, 给我提供了良好的工作、生活和学术环境。同时还要感谢我的学生们的鼓励 and 大力支持, 正是复旦管院几位得意门生的鼎力相助才使得我能够顺利完成这项工程, 他们是我指导的两位博士生——王甜甜和林翔亮, 以及我指导的博士后——张伏博士。

感谢清华大学出版社的杜星编辑, 正是在他的再三说服下促使我启动了这次写作过程。希望这本书的出版发行能真正使更多的读者从中受益, 达到我们所预期的社会效果, 若如是那将是对我们付出时间和精力和精力的最大回报。感谢清华大学出版社在出版过程中所给予的精心策划和投入, 特别是对本书出版所给予的资助和人力支持。

此外, 要特别声明的是, 本书的写作和出版得到了“国家自然科学基金”(#71271058) 的资助, 在此表示致谢。

马成虎

2015 年 12 月于上海

教学支持说明



扫描二维码在线填写
更快捷获取教学支持

尊敬的老师：

您好！为方便教学，我们为采用本书作为教材的老师提供教学辅助资源。鉴于部分资源仅提供给授课教师使用，请您填写如下信息，发电子邮件给我们，或直接手机扫描上方二维码在线填写提交给我们，我们将会及时提供给您教学资源或使用说明。

（本表电子版下载地址：<http://www.tup.com.cn/subpress/3/jsfk.doc>）

课程信息

| | | | |
|--------|--|-----------|--|
| 书 名 | | | |
| 作 者 | | 书号 (ISBN) | |
| 开设课程1 | | 开设课程2 | |
| 学生类型 | <input type="checkbox"/> 本科 <input type="checkbox"/> 研究生 <input type="checkbox"/> MBA/EMBA <input type="checkbox"/> 在职培训 | | |
| 本书作为 | <input type="checkbox"/> 主要教材 <input type="checkbox"/> 参考教材 | 学生人数 | |
| 对本教材建议 | | | |
| 有何出版计划 | | | |

您的信息

| | | | |
|------|--|-------|--|
| 学 校 | | | |
| 学 院 | | 系/专业 | |
| 姓 名 | | 职称/职务 | |
| 电 话 | | 电子邮件 | |
| 通信地址 | | | |

清华大学出版社客户服务：

E-mail: tupfuwu@163.com

电话：010-62770175-4506/4903

地址：北京市海淀区双清路学研大厦 B 座 506 室

网址：<http://www.tup.com.cn/>

传真：010-62775511

邮编：100084

目 录

| | |
|----------------------------|----|
| 第 1 章 基础理论 | 1 |
| 1.1 市场经济的基本构成 | 1 |
| 1.1.1 市场 | 1 |
| 1.1.2 状态空间 | 2 |
| 1.1.3 经济体 | 2 |
| 1.2 流动性财务预算 | 8 |
| 1.3 最优选择问题 | 10 |
| 1.4 无套利与正线性定价法则 | 13 |
| 1.5 市场均衡 | 14 |
| 1.6 市场配置的有效性 | 15 |
| 1.7 代表性投资者经济及汇总问题 | 17 |
| 1.8 信息市场均衡 | 19 |
| 1.8.1 信息汇总器 —— 价格 | 20 |
| 1.8.2 交易量与严格理性预期均衡 | 24 |
| 1.8.3 有效市场假说 | 25 |
| 1.8.4 信息操纵与有效市场假设 | 27 |
| 1.9 后述 | 28 |
| 第 2 章 无套利定价原理 | 29 |
| 2.1 基本定理 | 29 |
| 2.2 衍生证券定价 | 33 |
| 2.2.1 看跌-看涨期权平价 | 33 |
| 2.2.2 期权价格信息含量 (1) | 34 |
| 2.2.3 远期合约与期货价格 | 35 |
| 2.2.4 看跌-看涨-期货平价 | 37 |
| 2.2.5 期权价格信息含量 (2) | 38 |
| 2.2.6 期权定价: 单期模型 | 39 |
| 2.3 CRR 二叉树模型 | 42 |
| 2.3.1 模型设定 | 42 |
| 2.3.2 CRR 二叉树期权定价公式 | 42 |

| | | |
|--------------|--------------------------|-----------|
| 2.3.3 | 期权价格的 Laplace 逆变换表示 | 43 |
| 2.3.4 | 连续时间极限: Black-Scholes 公式 | 44 |
| 2.3.5 | 期权定价与状态价格 | 46 |
| 2.3.6 | 逆推法 | 47 |
| 2.3.7 | 美式期权 | 49 |
| 2.4 | Ho-Lee 利率期限模型 | 51 |
| 2.4.1 | 收益率曲线与预期假说 | 51 |
| 2.4.2 | 长短期利率平价关系 | 52 |
| 2.4.3 | 预期假说的实证检验 | 54 |
| 2.4.4 | Ho-Lee 模型设置 | 54 |
| 2.4.5 | 无套利债券定价模型 | 56 |
| 2.4.6 | 无风险利率 | 57 |
| 2.4.7 | 收益率曲线 | 57 |
| 2.4.8 | 远期利率 | 58 |
| 2.4.9 | 基于远期利率的预期假说 | 58 |
| 2.4.10 | 基于利率的或有权益 | 59 |
| 2.5 | APT 资产定价模型 | 60 |
| 2.6 | 无套利线性 β 模型 | 61 |
| 2.7 | 后述 | 63 |
| 第 3 章 | 风险评估与风险度量 | 64 |
| 3.1 | Stone 风险测度 | 64 |
| 3.2 | 风险测度公理化表示 | 65 |
| 3.3 | 看跌风险与在险价值 | 66 |
| 3.3.1 | VaR | 66 |
| 3.3.2 | C-VaR | 68 |
| 3.4 | 风险厌恶与风险溢价 | 70 |
| 3.4.1 | Arrow-Pratt 局部绝对风险厌恶 | 71 |
| 3.4.2 | Arrow-Pratt 局部相对风险厌恶 | 71 |
| 3.4.3 | 局部与全局风险厌恶 | 72 |
| 3.5 | 看跌风险与保险溢价 | 74 |
| 3.6 | 随机占优与风险测度 | 75 |
| 3.6.1 | 一阶随机占优与 VaR | 76 |
| 3.6.2 | 一阶随机占优与期望效用决策 | 76 |
| 3.6.3 | 二阶随机占优与 C-VaR | 78 |
| 3.6.4 | 二阶随机占优与期望效用决策 | 80 |
| 3.7 | 同期望差异 | 82 |
| 3.8 | 后述 | 84 |



| | |
|-------------------------------------|-----|
| 第 4 章 风险管理与组合投资 | 85 |
| 4.1 期望效用投资者的投资选择问题 | 85 |
| 4.1.1 风险厌恶与投资 | 85 |
| 4.1.2 财富效应 | 86 |
| 4.1.3 风险效应 | 87 |
| 4.2 MPS 风险厌恶与组合投资 | 89 |
| 4.2.1 均值方差分析 | 89 |
| 4.2.2 投资组合选择 | 91 |
| 4.2.3 风险投资有效边界 | 91 |
| 4.2.4 Black 分离定理 | 92 |
| 4.2.5 风险分解及风险收益关系 | 93 |
| 4.2.6 具有无风险资产下的有效边界 | 95 |
| 4.2.7 Tobin 两基金分离定理 | 96 |
| 4.2.8 无套利原理与 HJ 上界 | 96 |
| 4.2.9 要素收益率与最短长度投资组合 | 98 |
| 4.2.10 正交分解定理 | 100 |
| 4.3 后述 | 102 |
| 第 5 章 MPS 风险厌恶与均衡 CAPM | 103 |
| 5.1 市场结构 | 103 |
| 5.2 市场组合与 CAPM 的推导 | 104 |
| 5.3 CAPM 与多因素模型 | 105 |
| 5.4 CAPM 与或有权益定价 | 106 |
| 5.4.1 CRR 二叉树期权模型与 CAPM | 107 |
| 5.4.2 源自 CAPM 的多叉树期权模型 | 108 |
| 5.4.3 源自 CAPM 的对数正态期权定价 | 109 |
| 5.5 投资者偏好与股权溢价之谜 | 112 |
| 5.6 CAPM 述评 | 113 |
| 5.6.1 椭圆分布与 CAPM | 113 |
| 5.6.2 股权溢价之谜与 CAPM | 114 |
| 5.6.3 期权定价与 CAPM | 114 |
| 5.6.4 APT 与 CAPM | 114 |
| 5.6.5 关于 CAPM 的实证结果 | 116 |
| 5.7 后述 | 117 |
| 第 6 章 递归效用偏好 | 118 |
| 6.1 无套利市场 | 118 |
| 6.2 投资者偏好 | 121 |
| 6.2.1 短视投资者 | 121 |
| 6.2.2 跨期递归效用 | 121 |

| | | |
|--------------|-------------------------|------------|
| 6.2.3 | 时间偏好与跨期替代率 | 125 |
| 6.2.4 | 跨期风险厌恶 | 127 |
| 6.2.5 | 对待不确定性辨清时刻的态度 | 128 |
| 6.2.6 | 信息偏好 | 132 |
| 6.3 | 后述 | 134 |
| 第 7 章 | 短视 MPS 风险厌恶投资者经济 | 135 |
| 7.1 | 投资组合选择 | 135 |
| 7.2 | I-CAPM | 136 |
| 7.3 | 利率与市场组合 | 138 |
| 7.3.1 | 短视代表性投资者经济 | 139 |
| 7.3.2 | 幂效用函数 | 140 |
| 7.3.3 | 股权溢价之谜:重新审视 | 141 |
| 7.3.4 | 无风险利率之谜 | 141 |
| 7.3.5 | W-CAPM 与 I-CAPM 的等价性 | 142 |
| 7.3.6 | Kreps-Porteus 期望效用 | 143 |
| 7.4 | 检验 I-CAPM | 144 |
| 7.5 | I-CAPM 的应用 | 144 |
| 7.6 | 后述 | 145 |
| 第 8 章 | 递归效用与交易策略 | 146 |
| 8.1 | 序贯选择问题 | 146 |
| 8.2 | 动态一致性 & 最优交易策略 | 148 |
| 8.3 | 动态规划 | 149 |
| 8.3.1 | 有限限期投资者的选择 | 150 |
| 8.3.2 | Markov 环境下的交易策略 | 156 |
| 8.4 | MPS 风险厌恶与影子有效边界 | 162 |
| 8.4.1 | 风险分解 | 163 |
| 8.4.2 | 基金分离 | 165 |
| 8.4.3 | 小结 | 165 |
| 8.5 | 后述 | 166 |
| 第 9 章 | 递归效用与均衡定价 | 167 |
| 9.1 | MPS 风险厌恶与影子-CAPM | 167 |
| 9.1.1 | 同质影子价格 | 167 |
| 9.1.2 | 异质影子价格 | 168 |
| 9.1.3 | 代表性个体经济影子-CAPM | 170 |
| 9.1.4 | 影子-CAPM 与条件 CAPM | 171 |
| 9.2 | 跨期递归均衡定价模型 | 172 |
| 9.2.1 | 影子价格与市盈率 | 172 |
| 9.2.2 | 市场波动性 | 173 |

| | | |
|---------------|-----------------------|------------|
| 9.2.3 | 短期利率 | 175 |
| 9.2.4 | 跨期定价模型 | 176 |
| 9.2.5 | C-CAPM 与 EZ 模型 | 177 |
| 9.3 | 后述 | 177 |
| 第 10 章 | 金融衍生品定价 | 178 |
| 10.1 | 定价模式 | 178 |
| 10.2 | 远期矩母函数 | 179 |
| 10.3 | 利率期限结构 | 181 |
| 10.3.1 | 双因子模型 | 181 |
| 10.3.2 | 多因子模型 | 186 |
| 10.3.3 | 债券期权 | 189 |
| 10.4 | 股指期货 | 191 |
| 10.4.1 | 二项分布模型 | 192 |
| 10.4.2 | 多项分布模型 | 193 |
| 10.4.3 | 离散时间 Black-Scholes 模型 | 194 |
| 10.4.4 | 介中期权定价模型 | 195 |
| 10.4.5 | 风险中性矩母函数的辨识 | 198 |
| 10.4.6 | 波动率微笑现象 | 201 |
| 10.4.7 | 介中期权模型检验 | 203 |
| 10.5 | 后述 | 203 |
| 附录 A | 概率空间 | 205 |
| A.1 | 信息域流 | 205 |
| A.2 | 概率 | 205 |
| A.3 | 随机变量 | 206 |
| A.3.1 | 累积分布函数与概率密度函数 | 206 |
| A.3.2 | 期望与条件期望 | 207 |
| A.3.3 | 独立性 | 209 |
| A.3.4 | 特征函数 | 209 |
| A.3.5 | L^p -空间 | 210 |
| A.4 | 离散随机过程 | 210 |
| A.4.1 | 收敛性 | 210 |
| A.4.2 | Markov 过程与 Markov 链 | 212 |
| A.4.3 | Markov 不确定性 | 213 |
| 附录 B | 实分析 | 214 |
| B.1 | 向量空间 | 214 |
| B.2 | 度量空间 | 215 |
| B.3 | 赋范向量空间 | 216 |
| B.4 | Hilbert 空间 | 217 |

| | | |
|-------|--|-----|
| B.5 | Riesz 表示定理 | 217 |
| B.6 | 超平面分离定理 | 218 |
| B.7 | 压缩映射定理 | 219 |
| B.8 | Schwartz 广义函数 | 220 |
| B.8.1 | $S(\mathbb{R})$ 的子空间 $L^p(\mathbb{R})$ | 221 |
| B.8.2 | Dirac 函数 | 221 |
| B.8.3 | 广义导数 | 222 |
| B.8.4 | 高阶广义导数 | 222 |
| 附录 C | 最优化问题 | 223 |
| C.1 | Weierstrass 定理 | 223 |
| C.2 | 唯一性 | 224 |
| C.3 | Kuhn-Tucker 定理 | 225 |
| C.4 | 包络定理 | 226 |
| 附录 D | 双边 Laplace 变换 | 228 |
| D.1 | 定义 | 228 |
| D.2 | Laplace 反演定理 | 229 |
| D.3 | $\mathcal{L}\{\cdot\}$ 与 $\mathcal{L}^{-1}\{\cdot\}$ | 229 |
| D.4 | 广义函数的 Laplace 变换 | 230 |
| D.5 | 常见分布函数及其特征函数 | 231 |
| 参考文献 | | 233 |

本章介绍在完全竞争且无摩擦的理想市场环境中，带有风险及不确定性状态下理性投资者的交易行为，以及金融资产定价的抽象理论。我们将从构筑资本市场的三个基本元素为出发点，探讨金融市场机制在配置资源、分散风险、汇总及传递信息等方面所发挥的功能，介绍资产定价两大定价体系，即一般均衡理论和无套利定价方法的理论基础，挖掘两种定价方法的逻辑联系。

1.1 市场经济的基本构成

抽象说来，资本市场由三个基本要素构成。

- 交易市场。
- 投资环境与状态。
- 投资人。

本书所研究的证券局限于那些在完全竞争且无摩擦理想市场上参与交易的金融资产和商品资产。证券的价格由供需平衡法则决定。

对状态空间的描述涉及以下两个方面：一是要明确不确定性的来源；二是要明确不确定性随时间的演化。资产定价模型可以依据状态空间和信息流的不同设置进行分类。遵循一般文献中的分类，我们区分了静态模型和动态模型。

书中假设所有投资人都是理性的。从寻租人的角度来看，理性投资者的投资目的就是获取财富，为此他们会充分挖掘各种投资机会，并在做投资决策时充分利用所有可获得的信息。

1.1.1 市场

金融市场是提供给人们进行证券发行和交易的公共场所。通常意义上的市场指的是股票交易所，包括一板市场、二板市场及店头市场。这里，我们说的证券泛指股票、公司债券、国债、期货、期权等所有参与交易的金融产品和大众商品。

本书所涵盖的理论大都隐含下述对市场环境的两个假设。

M1 市场是无摩擦的，即没有交易成本、税收，也没有卖空买空限制，借款利率等于贷款利率。

M2 市场是完全竞争的。所有经济个体都是价格接受者，没有人可以操纵市场价格。

第一个假设是对市场运作的简化假设。无摩擦市场既可以看成现实市场的近似，也可以看成可供交易进行的理想场所。这个假设主要是为了技术处理上的方便。在技术上放弃该假设一般不会对理论产生实质影响。换句话说，基于这个假设得到的理论基本上可以模拟现实市场中决定金融证券价格的全过程，摩擦因素的引进不会影响人们对定价过程的理解和认识。

第二个假设不仅可以满足现象描述的需要，而且对金融市场的运作，交易法规的制定，以及政府对金融产业的监管都有着极其重要的含义。它是基于福利经济学和公共经济学的两个基本理念：① 一个理性的、完全竞争的市场是社会福利最大化和社会资源有效配置的保障；② 市场的竞争性也是交易公平性的保障。该假设能否与现实市场的运作相符依然是一个较具争议的话题，也是一个值得深入探索的课题。

1.1.2 状态空间

用 Ω 表示状态空间， $\omega \in \Omega$ 是其中的基本要素。用 \mathcal{T} 表示时间跨度，对离散时间模型，设 $\mathcal{T} = \{0, 1, \dots, T\}$ ，而对连续时间模型则为 $\mathcal{T} = [0, T]$ ，其中 $0 \leq T < \infty$ 。状态空间囊括了在时间跨度上所有可能出现的经济状态。关于不确定性在时间轴上的演化，可以用一个所谓的信息域流 $\mathcal{F} = \{\mathcal{F}_t\}_{t \in \mathcal{T}}$ 来刻画；其中 \mathcal{F}_t 是构筑在 Ω 上的一个事件空间用来概括所有在时刻 t 前（包括 t 时刻）可能被观测到的事件全体。给定 t 和 ω ， $\mathcal{F}_t(\omega)$ 代表的是在 t 时刻当真实状态是 ω 时，投资者无法排除的所有可能实现的状态。

我们通常假设状态空间伴随着一个概率测度 \mathbb{P} ，用来刻画不确定事件发生的可能性和频率。概率可分为客观和主观两种。客观概率指的是不确定事件发生的频率。主观概率在决策论中也被称作信念，指的是不论客观概率是否存在，或者存在但不为决策者所知，决策者对不确定事件的信念可由一个或一组人为赋值的（主观）概率测度来刻画。除非特别说明，在本书中我们对主观概率和客观概率不做严格的区分。

随机变量是一个定义在 Ω 上的实值函数，而随机过程则是定义在二维空间 $\mathcal{T} \cdot \Omega$ 上的函数。随机过程也可以看作由随机变量 $\{x_t\}_{t \in \mathcal{T}}$ 组成的序列。如果随机变量 x_t 在 t 时刻可被观察到，就称之为 \mathcal{F}_t -可测；如果对于所有的 t ， x_t 都是 \mathcal{F}_t -可测的，那么 $\{x_t\}_{t \in \mathcal{T}}$ 就被称为 \mathcal{F} 适应的。一个随机过程可以是一只证券的价格过程，也可以是消费流或现金流，等等。

给定随机变量 x ，它在概率 \mathbb{P} 下的数学期望记为 $\mathbb{E}_{\mathbb{P}}[x] = \int_{\Omega} x(\omega) d\mathbb{P}(\omega)$ 。给定 t 时刻的信息 \mathcal{F}_t ，其条件期望记为 $\mathbb{E}_{\mathbb{P}}[x | \mathcal{F}_t]$ 。在不会引起误会的情况下，为了书写方便我们经常将期望和条件期望分别简记为 $\mathbb{E}[x]$ 或 $\mathbb{E}_t[x]$ ，而不把计算期望时所要用的概率测度和信息集合明确表示出来。

一个经济如果有有限的时间界限和有限个数的状态，就被称为有限经济；否则，称为无限经济。

1.1.3 经济体

在一个有多种证券可供交易的市场上，决定证券价格的驱动力是经济行为个体（简称经济体）对金融证券的供给和需求量。一个典型的经济体可以是一个小投资者、一个基

金经理、一个企业、一家银行，甚至可以是一个政府组织或部门。在不会引起误会的情况下，我们把这些经济行为个体统称为投资者。不论这些投资者的行为差异有多大，他们都关注所持的现金头寸，即现金流。定义在时间轴上的现金流序列称为现金串流，简称串流。

本书所探讨的现金流是一个具有普遍意义的概念，它适用于消费者、生产者、企业、股民、基金经理，甚至是政府部门。对消费者来说，一个正的现金流意味着可以用来增加消费的资金，比如工资收入；而负的现金流则意味着税收支出或是其他的金融债务支出。对基金经理而言，正的现金流指的是交易所产生的收益，如资产升值和收到的股利、息利等；而交易成本、保证金支出则为负的现金流。对企业或生产者来说，正的现金流指的是由生产经营或投资活动产生的收入，而负的现金流则是相应的成本支出。

偏好刻画的是对任意两个串流的相对喜好程度的一个排序关系。根据该定义，投资者关注自身财富及财富变化，也就是关注投资所得的串流。对任意两个具有相同原始投资成本的串流而言，由于偏好不同，指定投资者可能会更倾向于其中某一个串流，而不同的投资者对同一对串流的偏好也可能不同。一般说来，人们在偏好上的差异有多方面的原因。首先，财务状况、财富地位和家庭出身等的不同有可能会产生偏好上的差异。其次，不同的国度、不同的宗教信仰和社会背景也会影响人们的偏好。此外，由于信念的主观性，人们对同一个不确定事件所赋值的概率也许会不同；并且，经济个体间的信息也常常是不对称的，各自拥有不同的信息集……所有这些都会导致人们在偏好上的差异，从而影响他们的投资行为和决策。即使同一个投资者，处在不同的时态，其偏好也会发生改变，这体现了偏好的动态变化和状态依赖特征。

鉴于此，我们可以把一个典型的投资者所面临的决策问题大致设定如下。

- 给定 $T \cdot \Omega$ 定义的信息域流 \mathcal{F} 和概率测度 \mathbb{P} 。
- 市场上有一系列可供交易的证券 $j \in J$ ，与每只证券相对应的是一组现金串流 $\{\delta^j(t, \omega)\}$ ，代表该证券在不同时态下分配的股利或红利。
- 定义在所有可实现串流上的偏好关系 \succeq 。

对投资者不同的行为假设可以导出不同的资产定价模型。下列关于投资者偏好的假设是几个公理化行为假设。

P1 所有的投资者对于现金的偏好是非饱和的，即多多益善。

P2 所有投资者折现未来的现金流。

P3 所有投资者都是风险厌恶的。

P4 所有投资者都是理性的。在市场上可获得的且在预算范围内可容许的所有现金串流中，人们会选择行为策略以获取自身最满意的串流。也就是说，如果偏好可由效用函数来表示，他们会最大化自身的效用函数。

在理想状态下，我们可以用一个定义在能够产生所有可能现金串流空间上的实值效用函数来表示投资者对于串流的偏好。一个定义恰当的效用函数，可以囊括投资者的心理偏好的许多方面，包括对于财富需求的非饱和性 (P1)，对时间的偏好 (P2)，以及对风险和不确定性的态度 (P3) 等。对时间的偏好指的是人们希望现金流实现得越早越好，而对不同时间点上的现金流，人们更希望贴现。比如，在其他条件不变的情况下，对于相同

数量的现金流,人们更愿意现在得到而不是将来。同样地,如果两个投资策略花费同样的投资成本,未来可获得的期望现金流也相同,不同的是投资的风险,那么,如果经济个体为风险厌恶者,他们会很自然地选择两者中风险更小的投资策略。

例 1.1 用一个时间可加期望效用函数来表示投资者对现金流的偏好:

$$u(c_0, c_1) = u(c_0) + \beta \mathbb{E}[u(c_1)] \quad (1.1)$$

其中: $u' > 0$; $u'' < 0$; $0 < \beta < 1$ 。未来现金流用 c_1 表示,是 Ω 空间上的随机变量。当 $u(c_0, c_1) > u(c'_0, c'_1)$ 时,我们就说该投资者对串流 (c_0, c_1) 的偏好胜于串流 (c'_0, c'_1) 。

这样,关于投资者对现金流的非饱和性和性就可以由其效用函数的单调递增性来保证了。接下来,我们将通过对上述这类期望递增函数的讨论来展现投资者对时间的偏好、风险的态度及其他心理偏好。

时间偏好 投资者通常要对未来的现金流折现。时间偏好这一概念准确地反映了人们希望现金流越早实现越好的心理。在上面的例子中,时间偏好是用贴现因子 β 来测度的, β 值越小,对未来现金流折现的程度越大。

边际效用 对给定的当期和未来现金流 c_0 和 c_1 ,其边际效用,即效用函数关于 c_0 和 c_1 的偏微分 $u_0(c_0, c_1)$ 和 $u_1(c_0, c_1)$,度量的是效用对现金流微小变化的敏感度。当期现金流增加一个 ϵ 单位,效用就会增加 $u_0(c_0, c_1)\epsilon + o(\epsilon)$ 个单位。

边际替代率 效用函数在 (c_0, c_1) 处的边际替代率定义为

$$\text{MRS}_u(c_0, c_1) = \frac{u_1(c_0, c_1)}{u_0(c_0, c_1)} \Big|_{u(c_0, c_1)=\text{常数}} \quad (1.2)$$

此即无差异曲线在点 (c_0, c_1) 处的斜率绝对值。边际替代率刻画的是当期现金流和未来现金流之间的替代程度——如果未来现金流减少了 ϵ 个单位,当期现金流就必须增加 $\text{MRS}_u(c_0, c_1)\epsilon + o(\epsilon)$ 个单位方可保证投资者效用无差异。

边际替代弹性 效用函数在 (c_0, c_1) 处的边际替代弹性定义为

$$\rho = \frac{d \ln \text{MRS}_u(c_0, c_1)}{d \ln c_0/c_1} \Big|_{u(c_0, c_1)=\text{常数}} \quad (1.3)$$

也就是说,沿着无差异曲线,如果当期现金流比未来现金流增加 ϵ 个百分比,当期和未来现金流之间的边际替代率就会增加 $\rho\epsilon + o(\epsilon)$ 个百分比。如果把边际替代率看作当期和未来现金流之间替代性的一个绝对测度,则边际替代弹性便构成二者之间替代性的一个相对测度。

风险厌恶 给定串流 (c_0, c_1) ,其中未来现金流 c_1 是随机的。如果一个投资者喜欢 $(c_0, \mathbb{E}[c_1])$ 胜于 (c_0, c_1) ,那么我们就称该投资者呈现风险厌恶。在例 1.1 中,当且仅当效用函数是凹的,用效用函数表示的偏好才呈现风险厌恶。风险厌恶这一概念指出了投资者会因未来现金流的随机性而对其有“打折扣”的心理偏好。也正是因为随机的现金流 c_1 是有风险的,风险厌恶投资者才会喜欢 $\mathbb{E}[c_1]$ 胜于 c_1 。

以上基于期望效用函数所讨论的关于时间偏好、边际替代弹性和风险厌恶等概念同样可以扩展到多期、一般、非可加、非期望效用函数的情况。接下来介绍的效用函数分别来自

Kreps and Porteus (1978), Epstein and Zin (1989) 和 Chew and Epstein (1989), Kahneman and Tversky (1979) 及 Gul (1991)。

例 1.2 串流 $c = \{c_t\}_{t \geq 0}$ 处的效用过程 $\{V_t(c)\}$ 满足如下递归方程:

$$V_t(c) = A(c_t, \text{CE}[V_{t+1}(c)]), \quad t = 0, 1, \dots \quad (1.4)$$

其中: $A(\cdot, \cdot)$ 为关于两个变量都为递增的; CE 为关于未来随机效用的确定性等价。在上式中, t 时刻的效用由当期现金流和下期效用的确定性等价共同决定。像这种用递归形式表示的效用函数叫作递归效用函数。对于递归效用函数, 时间偏好及边际替代率是通过效用综合函数 $A(\cdot, \cdot)$ 体现的, 而对待风险的态度则由确定性等价 $\text{CE}[\cdot]$ 刻画。下面是一个参数化了的非可加期望效用函数:

$$A(c, v) = (c_0^\gamma + \beta v^\gamma)^{1/\gamma}, \quad \text{CE}[x] = (\mathbb{E}[x^\alpha])^{1/\alpha} \quad (1.5)$$

其中: $\beta \in (0, 1)$, $0 \neq \alpha$, $\gamma < 1$ 。这类效用函数称为 KP 期望效用函数, 最早由 David Kreps 和 Evan Porteus 提出的。对于 KP 期望效用函数, 我们有如下结论 (证明略)。

- (1) 边际替代弹性为 $\rho = 1 - \gamma$ 。
- (2) 效用函数呈风险厌恶, 当且仅当 $\alpha \leq 1$ 。 α 越小, 风险厌恶的程度越大。

与期望可加效用函数相比, KP 效用函数的边际替代弹性与风险厌恶分别通过两个不同的参数 γ 和 α 来刻画, 以区别这两类不同的心理偏好。

我们再来看几个非期望效用函数的例子。

例 1.3 效用综合函数 $A(c, v)$ 同上, 但确定性等价 $\text{CE}[c_1]$ 则是通过一个所谓的“介中函数” $H: \mathbb{R} \cdot \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ 来定义的。这里的介中函数 H 指的是一个满足如下性质的函数:

- (1) $H(x, x) \equiv 0$;
- (2) $H \in C^{2,1}(\mathbb{R} \cdot \mathbb{R})$, 且 $H_1 > 0$, $H_2 < 0$ 。

给定介中函数 H , 关于随机报酬 x 的确定性等价 $\text{CE}[x]$ 是由如下介中方程的解来定义的:

$$\mathbb{E}[H(x, \text{CE}[x])] = 0 \quad (1.6)$$

对于由介中函数产生的确定性等价, 不难验证它满足下列性质:

$\text{CE}[x]$ 呈风险厌恶, 当且仅当 $H(x, y)$ 关于 x 为凹函数。

设 $H(x, y) = x^\delta \left(\frac{x^\alpha}{\alpha} - \frac{y^\alpha}{\alpha} \right)$, 则得到如下加权效用确定性等价:

$$\text{CE}[x] = \left(\frac{\mathbb{E}[x^{\alpha+\delta}]}{\mathbb{E}[x^\delta]} \right)^{1/\alpha}$$

当 $\delta = 0$ 时便得到上例介绍的 KP 期望效用。加权效用确定性等价可改写成关于概率变换后的期望效用的形式:

令 $\frac{d\mathbb{Q}}{d\mathbb{P}}(\omega) = \frac{x^\delta(\omega)}{\mathbb{E}[x^\delta]}$, 可定义一个新的概率测度 \mathbb{Q} 。在 \mathbb{Q} 期望下, 有

$$\text{CE}[x] = (\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}[x^\alpha])^{1/\alpha}$$