



高职高专“十三五”土建类校企合作系列教材
GAOZHIGAOZHUAN “SHISANWU” TUJIANLEI XIAOQI JIEHE XILIE JIAOCAI



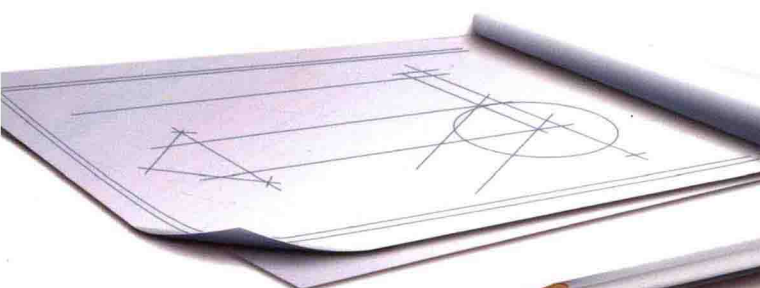
JIANZHU LIXUE
JICHU

建筑力学 基础

主 编◎宫素芝 吴 栋 陈淳慧



本书赠送习题集



华中科技大学出版社
<http://www.hustp.com>

高职高专“十三五”土建类校企合作系列教材

建筑力学基础

主 编 宫素芝 吴 栋 陈淳慧
参 编 林小静 王文杰 张华忠

华中科技大学出版社

中国·武汉

内 容 提 要

全书共十章,内容包括绪论、力和力偶、约束与受力图、物体的平衡、物体平衡时的内力、平面图形的几何性质、杆件的应力与强度计算、杆件的变形与刚度条件、压杆稳定、超静定结构概述、机算超静定结构的内力实训。

第1章~第3章讨论结构(或杆件)的受力,作用在构件上的各种力的简化、杆件的平衡条件等。

第4章~第8章研究杆件的内力,主要探讨杆件的强度、刚度和稳定性,以便在保证安全、经济的条件下,为杆件选择适宜的材料,确定截面的合理形状提供计算理论。

第9章、第10章介绍了超静定结构的概念及其内力的计算方法。

图书在版编目(CIP)数据

建筑力学基础/宫素芝,吴栋,陈淳慧主编. —武汉:华中科技大学出版社,2016.8
ISBN 978-7-5680-2018-3

I. ①建… II. ①宫… ②吴… ③陈… III. ①建筑科学-力学-高等职业教育-教材 IV. ①TU311

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 155686 号

建筑力学基础

宫素芝 吴 栋 陈淳慧 主编

Jianzhu Lixue Jichu

责任编辑:周永华

封面设计:原色设计

责任校对:张 琳

责任监印:张贵君

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)81321913

录 排:华中科技大学惠友文印中心

印 刷:武汉鑫昶文化有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:17

字 数:424 千字

版 次:2016 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

定 价:39.80 元



本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

前 言

近年来,我国建设类高等职业教育事业发展迅猛,高等职业教育土建学科的教学改革工作也在不断深化;同时,对教育定位、教育规格的认识逐步提高,高等职业教育与普通本科教育、传统专科教育和中等职业教育在类型、层次上的区别逐步明晰。

根据高职教育人才培养要求,学校的总体目标是:以培养高等技术应用型专门人才为根本任务,以适应社会需要为目标,以培养技术应用能力为主线,制定学生的知识、能力、素质结构和培养方案,促使毕业生具有基础理论知识适度、技术应用能力强、知识面较宽、素质高等特点。以“应用”为主旨和特征构建课程和教学内容体系,并且注重理论与实践相结合。

根据高职教育及我院“2+1”人才培养模式的要求,土木工程施工与管理专业的总体培养目标应当是:适应建筑工程施工与管理第一线需要,德、智、体、美等方面全面发展,具有必备的基础理论知识和专业知识,重点掌握从事本专业领域实际工作的基本能力和技能,具有良好的职业道德和敬业精神的高等技术应用型专门人才。本专业学生的职业目标为:土建施工单位技术负责人及项目经理部各类业务管理人员、建设单位土建技术人员。

本课程作为建筑工程技术、建筑工程管理、建筑设计技术等专业的一门重要的专业基础课,其主要作用是为学生毕业后进行设计、施工、管理等工作打下坚实基础。通过本课程的学习,学生可具备系统的建筑力学基础知识,对后续专业课的学习起着必不可少的支撑作用。本书系统地介绍了工程结构中构件设计的基本要求,能为学生学习有关专业课程打下基础。

本书在编写时,注意了以下原则:体现高等职业教育教学改革的特点,突出针对性、适用性和实用性;借鉴有关教材的长处,并结合编者多年的教学经验;重视由浅入深和理论联系实际,内容简明扼要,通俗易懂,图文并茂。为方便学生的学习,本书还配有习题集。

本书是在校企合作的基础上编写的。本书由宫素芝、吴栋、陈淳慧主编。本书的编写受到了广州龙达工程管理有限公司和茂名建筑集团第八有限公司的大力支持,并得到了林小静老师、王文杰老师、张华忠老师和茂名建筑集团第八有限公司张兆龙总经理的帮助,在此一并表示感谢。

鉴于编者水平有限,本书难免有不足之处,敬请读者批评指正。

编 者

2016 年 3 月

目 录

绪论	(1)
0.1 建筑力学的任务	(1)
0.2 建筑力学的研究对象	(2)
0.3 建筑力学的研究内容	(2)
0.4 学习建筑力学的基本要求和学习方法	(2)
第1章 力和力偶	(3)
1.1 力	(3)
1.2 力在直角坐标轴上的投影	(7)
1.3 力矩	(9)
1.4 力偶	(11)
第2章 约束与受力图	(14)
2.1 荷载的分类与计算	(14)
2.2 约束与约束反力	(17)
2.3 力学计算简图	(20)
2.4 受力分析与受力图	(22)
专题训练1 建筑中的计算简图与受力图	(27)
第3章 物体的平衡	(29)
3.1 平面力系的简化	(29)
3.2 平面力系的平衡	(32)
3.3 物体系统的平衡	(38)
专题训练2 建筑中的平衡问题	(41)
第4章 物体平衡时的内力	(43)
4.1 内力计算的基础	(43)
4.2 轴向拉(压)杆的内力	(45)
4.3 扭转杆的内力	(49)
4.4 单跨静定梁的内力	(50)
4.5 多跨静定梁的内力分析	(63)
4.6 静定平面桁架的内力分析	(66)
4.7 静定平面刚架的内力分析	(71)
专题训练3 桁架结构的内力计算	(78)
第5章 平面图形的几何性质	(79)
5.1 重心与形心	(79)
5.2 静矩	(82)
5.3 惯性矩	(82)
5.4 惯性积、惯性半径	(86)

第 6 章 杆件的应力与强度计算	(88)
6.1 应力与强度的概念	(88)
6.2 轴向拉(压)杆横截面上的应力及其强度条件	(89)
6.3 梁的应力及其强度条件	(93)
* 6.4 剪切变形杆件的应力计算及强度条件	(99)
* 6.5 圆轴扭转时截面上的应力	(101)
6.6 组合变形的强度计算	(103)
第 7 章 杆件的变形与刚度条件	(106)
7.1 结构位移的概念	(106)
7.2 轴向拉(压)杆的变形	(107)
7.3 梁的变形	(109)
7.4 梁的刚度条件	(114)
第 8 章 压杆稳定	(117)
8.1 压杆稳定的概念	(117)
8.2 压杆的临界力与临界应力	(118)
8.3 压杆的稳定计算	(123)
8.4 提高压杆稳定性的途径	(126)
第 9 章 超静定结构概述	(128)
9.1 平面体系的几何组成分析	(128)
9.2 超静定结构简介	(133)
9.3 力矩分配法	(139)
* 9.4 等截面等跨度连续梁内力计算的查表法	(150)
专题训练 4 用力矩分配法计算竖向荷载作用下框架结构的内力	(152)
* 第 10 章 机算超静定结构的内力实训	(155)
10.1 PKPM 系列软件简介	(155)
10.2 PK 介绍	(157)
10.3 连续梁结构内力图实训	(159)
10.4 框架结构内力图实训	(164)
附录 I 型钢规格表	(169)
附录 II 等截面等跨连续梁在常用荷载作用下的内力系数表	(179)
参考文献	(186)

绪 论

0.1 建筑力学的任务

任何建筑物在施工过程中以及建成后的使用中,都要受到各种力的作用。例如,建筑物各部分的自重,人、物品和设备的重量以及风力、雪压力、地震力等,这些力在工程上称为荷载。

建筑中支承和传递荷载而起骨架作用的部分称为结构。在房屋结构中,结构由屋架、梁、板、柱、墙和基础等组成。这些组成结构的部件称为构件。各构件间的联结部位称为结点。与地基或其他支承物体的联结部位称为支座,图 0.1 是一个单层工业厂房的结构和构件的示意图。

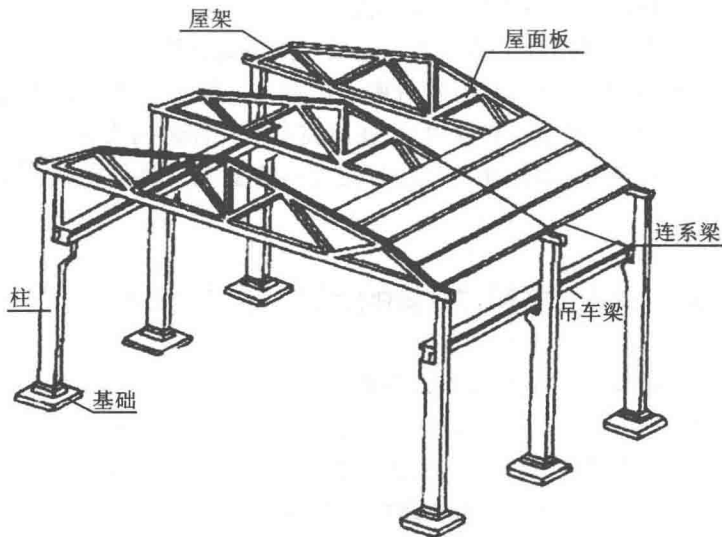


图 0.1 单层工业厂房的结构和构件的示意图

当结构承受和传递荷载时,各构件都必须能够正常工作,这样才能保证整个结构的正常使用。为此,首先要求构件在受荷载作用时不发生破坏,如当吊车起吊重物时超载,会使吊车梁发生弯曲断裂。但是有些构件即使不发生破坏也不一定保证能正常工作,例如,吊车梁的变形如果超过一定的限度,滚轮便不能在它上面正常行驶,且其上的抹灰也会脱落。此外,有一些构件在荷载作用下,会丧失其原有平衡状态,例如,受压的细长柱,当压力超过某一值时,柱子就不能维持原来直线形式的平衡状态,会突然弯曲导致构件破坏,这种现象称为“失稳”。由此可见,要保证构件的正常工作必须满足三个要求:

- (1) 构件在荷载作用下不会发生破坏,即必须具有足够的强度。
- (2) 在荷载作用下构件所产生的变形应在工程允许的范围内,即应具有足够的刚度。
- (3) 承受荷载作用时,构件具有维持原有平衡状态的能力,即构件要有足够的稳定性。

研究和解决上述问题的理论基础之一就是建筑力学。所以,建筑力学的任务是:研究作

用在结构(或构件)上的力的平衡关系,结构(或构件)的内力、应力、变形的计算方法以及构件的强度、刚度和稳定性,为保证结构(或构件)安全可靠及经济合理提供理论依据。

0.2 建筑力学的研究对象

结构中构件的形状是多种多样的,凡是长度方向的尺寸比横截面尺寸大很多的构件称为杆件,如梁、柱等。由杆件组成的结构称为杆件结构,这是建筑工程中应用最广的一种结构。本书所研究的主要对象就是杆件和由杆件组成的杆件结构。

0.3 建筑力学的研究内容

本教材第1章~第3章讨论结构(或杆件)的受力,作用在构件上各种力的简化、杆件的平衡条件等。

第4章~第8章研究杆件的内力,主要探讨杆件的强度、刚度和稳定性,以便在保证安全、经济的条件下,为杆件选择适宜的材料,确定截面的合理形状提供计算理论。

第9章、第10章介绍了超静定结构的概念及其内力的计算方法。

各章的内容虽不相同,但它们之间有着密切的联系。静力平衡条件及其应用是本课程的基本内容,也是后续相关课程的基础知识;在研究单个杆件的内力、应力与变形后,建立了杆件正常使用应满足的条件(即强度、刚度、稳定性),为研究杆件结构提供了力学计算理论和方法。

0.4 学习建筑力学的基本要求和学习方法

建筑力学是建筑结构设计中有关系力学分析与计算问题的一门课程,是建筑设计和施工所必需的基础知识。因此,在学习本课程时,应达到各部分内容的的基本要求。

(1) 掌握物体在平衡状态下作用在物体上各力之间的关系,理解力和力偶的性质。能熟练地对简单物体进行受力分析,准确地选取隔离体并正确画出受力图。

(2) 能熟练地计算力的投影和力矩,并运用平衡条件求解单个物体和简单物体体系的平衡问题。

(3) 正确理解内力、应力、应变、强度、刚度、稳定性的概念。

(4) 能熟练运用简易法计算杆件内力,并正确画出内力图。

(5) 能熟练地进行杆件强度验算和截面设计,并能进行刚度和压杆稳定的校核。

(6) 了解超静定结构的特性,了解力矩分配法的基本原理,能用这些方法分析常用的简单超静定结构的受力情况。

建筑力学是土建类专业的一门重要的技术基础课,学习时要注意分析问题的方法和解题思路。在学习中必须搞清力学中的基本概念和基本理论,加强练习。为了便于自学,本书配有相应的习题集,在部分章后编写了一定数量的专题训练,以便学生消化、巩固所学的知识。学习本课程时要注意联系实践,对力学专题训练部分应予以足够重视。对做题中出现的错误应及时分析,找出原因,认真加以纠正。

最后送同学们两句话,“书山有路勤为径,学海无涯苦作舟”“机会总是给有准备之人”。

第1章 力和力偶

1.1 力

1.1.1 力的概念

人们对力的认识是在长期劳动和生活实践中逐步形成的。比如,用手提起重物时,手臂肌肉会感到紧张,我们就说手臂正在用力。而手臂所起的作用也可以用其他物体来代替,比如,手可以拿住重物,绳子也可以拴住重物,这说明不仅人能对物体有力的作用,物体之间也有力的作用。力作用在物体上会产生怎样的效果?用力推静止的小车,小车就会运动起来;用力拉弹簧,弹簧就会变形。那么,工程中所指的“力”又是什么?

力是物体之间的相互作用,这种作用使物体的运动状态或形状发生改变。力不能离开物体而存在,而且总是成对出现的。

物体之间力的作用形式:通过接触或场(重力场、磁场、电场等)来产生力。两个相互接触的物体不一定产生力,物体之间必须存在相对的运动趋势才会产生力。

力对物体的作用效果有两个方面:一是使受力物体的运动状态发生改变;二是使受力物体发生变形。前者叫作力的外效应或运动效应,后者叫作力的内效应或变形效应。

力对物体的作用效果完全取决于力的三要素,即力的大小、力的方向、力的作用点。如果改变其中任一要素,都会改变力对物体的作用效果。物体之间的相互作用的强弱和方向,由力的大小和方向来表示;力对物体作用的范围相对于物体很小时,便可抽象成为一点,此点即为力的作用点。力发生作用所顺沿的直线,叫作力的作用线。

为了度量力的大小,必须规定力的单位。我国规定计量单位统一采用国际单位,即力的大小用牛顿(N)或千牛顿(kN)作为计量单位,有 $1\text{ kN}=1\,000\text{ N}$ 。

力是有大小和方向的矢量,通常用带箭头的直线来表示。该直线的长度依一定的比例尺画出以表示力的大小,箭头的指向表明力的作用方向(图 1.1),箭头离开或指向的点即为力的作用点,如图 1.1 中的 A 点。

对于力的表示,本书中采用黑体字,例如 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{R}$ 等。有时为书写方便,可在普通字母上加一带箭头的短划线表示,如 $\vec{F}$ 、 $\vec{P}$ 、 $\vec{R}$ 等。

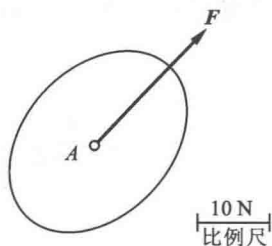


图 1.1

作用于一个物体上的两个或两个以上的力所组成的系统,称为力系。对物体作用效果相同的力系,称为等效力系。如果一个力和一个力系等效,则称这个力为此力系的合力,如图 1.2 所示。力系中的各个力都是合力的分力。把各分力代换成合力的过程,称为力的合成;把合力代换成几个力的过程,称为力的分解。

【课堂思考】 生活中 1 斤重的物体的重量是多少牛顿?

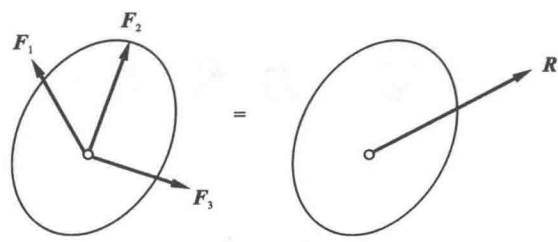


图 1.2

1.1.2 刚体与平衡的概念

在外力的作用下,形状和大小始终保持不变的物体称为刚体。事实上,绝对的刚体是不存在的。因为任何物体在受力以后,都将产生变形,但在很多情况下,这种变形都很微小,可将它的变形略去不计,此时即视其为刚体。建筑当中的绝大多数物体都是刚体,而绳、链索等物体都是非刚体(变形体)。

物体相对于地球保持静止或作匀速直线运动状态,称为物体处于平衡状态。值得注意的是,静止是相对的、暂时的,而运动是绝对的。例如,我们所见到的建筑物与构筑物只是相对于地球处于静止状态,而地球本身在宇宙空间中是运动的,故建(构)筑物随地球运动,所以说其静止是相对于地球而言的。

1.1.3 力学四公理

所谓公理,就是符合客观现实的真理。它是人们通过对实际现象的长期观察、累积、分析而得出的结论。它的正确性只能用实验方法证实。

公理 1 二力平衡公理

作用在一个刚体上的两个力,使刚体平衡的必要和充分条件是:这两个力大小相等、方向相反,且作用在同一直线上。

我们把仅在两个力的作用下保持平衡的杆件称为二力杆。二力杆中的两个力一定位于沿着两个力作用点的连线方向。如图 1.3 所示,已知 AB 为二力杆,一个力作用在 A 点,一个力作用在 B 点,那么 AB 杆的受力可分为如图 1.3(b)、(c)所示的两种情况。

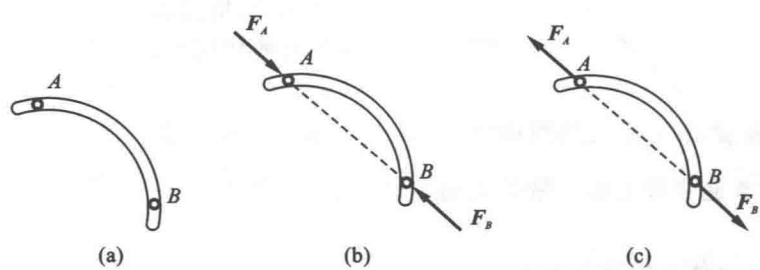


图 1.3

应该注意,只有当力作用于刚体时,公理 1 才是成立的。对于变形体,上述条件就不适用了。例如满足上述条件的两个力作用在一根绳子上,只有当两个力是拉力时,绳子才能平衡,如图 1.4 所示。

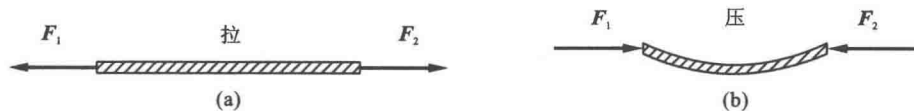


图 1.4

公理 2 加减平衡力系公理

作用在一个刚体上的已知力系,若在其力系中加上或减去一个平衡力系,不改变原力系对刚体的作用效果。

因为平衡力系对物体的运动状态是没有影响的,所以在刚体的原力系上加上或去掉任一个或几个平衡力系,对刚体的作用效果都是完全相同的。

加减平衡力系公理是研究力系等效代换的基础。

根据这个公理,可以得出一个重要结论:作用在刚体上的力,可沿其作用线移至刚体内的任意一点而不改变其对刚体的作用效应。力的这一性质也称为力的可传性原理。

必须注意:力的可传性原理不适用于变形体。如图 1.5(a)所示的绳子,在两个力 $F_1 = F_2$ 的作用下将受拉且处于平衡状态。如果将力 F_1 由 A 点移至 B 点,力 F_2 由 B 点移至 A 点,则绳子由原来的受拉变为受压且不平衡,形状随着力的施加持续发生变化[图 1.5(b)]。因此,力的可传性原理只适用于刚体,且不能随便将作用于一个刚体上的力沿其作用线移至另一个刚体上。

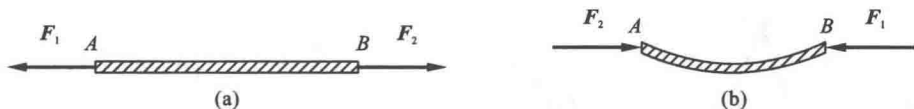


图 1.5

公理 3 力的平行四边形公理

1. 公理内容

作用于物体上同一点的两个力,可以合成为作用在该点的一个合力。合力的大小和方向由以两力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示。

如图 1.6 所示, F_1 和 F_2 作用于物体上的 O 点,以这两力为边作平行四边形 OACB,则合力 F_R 的大小和方向即以这个平行四边形的对角线 OC 表示。

力的平行四边形公理概括了简单力系的简化规律,是多个汇交力系合成或简化的基础。

利用力的平行四边形公理,可以将两个力合成一个合力,也可将作用于物体上的一个力分解为相交的两个分力。但需注意,两个已知力的合力是唯一的,而将一个已知力分解成两个分力时必须加以其他条件,否则将有无数个解答。

2. 公理的推论——三力平衡汇交定理

根据力的平行四边形公理、二力平衡公理和力的可传性原理,可以得到一个推论——三力平衡汇交定理,即若一刚体在共面不平行的三个力的作用下处于平衡状态,则这三个力的作用线必相交于一点[图 1.7(a)、(b)]。

3. 力的三角形

将 F_1 与 F_2 顺次首尾相连,自 F_1 的起点至 F_2 的终点的连线即为这两个力的合力,如图 1.7(c)所示三角形为力的三角形。

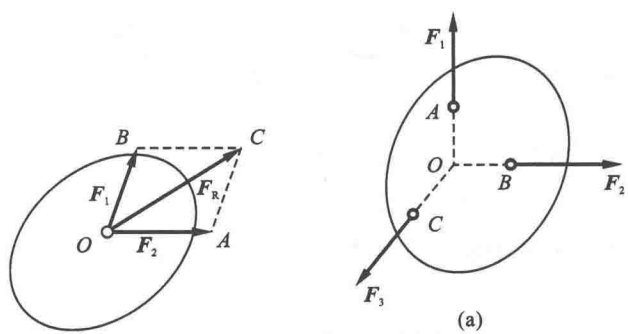


图 1.6

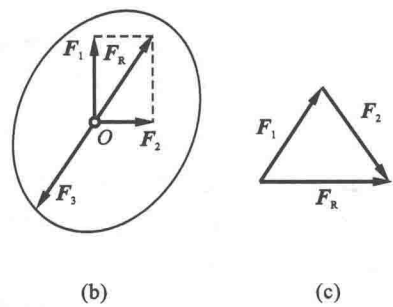


图 1.7

4. 合力 F_R 的大小

$$||F_1| - |F_2|| \leq |F_R| \leq |F_1| + |F_2|$$

5. n 个力求合力的方法

根据矢量相加的方法,我们将 n 个力顺次首尾相连,自第一个力的起点至最后一个力终点的连线即得到这 n 个力的合力。

如求图 1.8(a)所示的四个力,为了求此四力的合力。将这四个力顺次首尾相连,就可得到它们的合力 F_R ,如图 1.8(b)所示。

【课堂练习】 图 1.9 所示的四张图,哪张图中的合力为零? 哪张图中的 F_1 是合力?

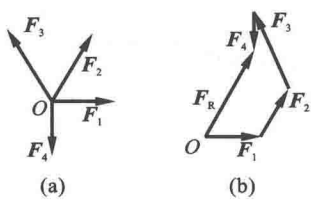


图 1.8

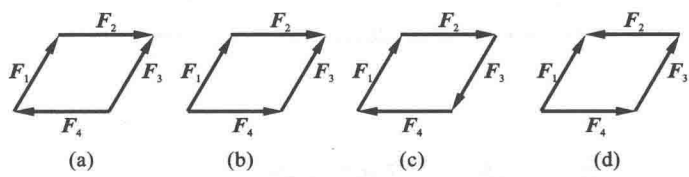


图 1.9

三力平衡汇交定理指出了三个互不平行的共面力构成平衡力系的必要条件。此定理常用于当物体只受不平行的三个共面力作用而平衡时,求其中某一未知力的方向。

公理 4 作用力与反作用力公理

两个物体之间的作用力和反作用力总是同时存在的,它们大小相等、方向相反,沿同一直线,并分别作用在这两个物体上。

这个公理说明,作用力与反作用力总是同时存在、同时消失的,它概括了作用力和反作用力之间的关系,为今后研究物体系统间相互作用的力提供根据。

例如手推小车(图 1.10),手给车一个推力 F ,则车给手一个反作用力 F' 。这两个力大小相等、方向相反,且分别作用于手与小车上。



图 1.10 手推小车

必须注意,该公理与前述的二力平衡公理不同。二力平衡公理中的两个力是作用在一

个物体上的,而作用力与反作用力则是分别作用在两个物体上的,它们虽然也是大小相等、方向相反,作用在同一直线上的,但并不互相平衡。

1.2 力在直角坐标轴上的投影

为了便于计算,在力学计算中常常通过力在坐标轴上的投影将矢量运算转化为代数运算。

1.2.1 力在直角坐标轴上的投影概述

设力 F 作用于物体的 A 点(图 1.11)。在力 F 的作用线所在平面内取直角坐标系 xOy 。从力 F 的两端 A 、 B 分别向 x 轴作垂线 Aa 和 Bb ,在 x 轴上所截得的线段 ab ,叫作力 F 在 x 轴上的投影,用 F_x 表示。为了体现 F 的方向,规定当从力的始端的投影 a 到力的末端的投影 b 的方向与 x 轴的正向一致时,力的投影取正值,反之取负值。同样,图 1.11 中的线段 a_1b_1 ,是力 F 在 y 轴上的投影,用 F_y 表示。其方向与 y 轴正向一致时取正值,反之取负值。

设力 F 与 x 轴所构成的夹角为 α 。由图 1.11 中可知,投影 F_x 和 F_y 的绝对值可用下式计算:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \pm ab = \pm F \cos \alpha \\ F_y &= \pm a'b' = \pm F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

式中, α 表示力 F 与 x 轴所夹的锐角。

两个投影 F_x 、 F_y 的正负号,可根据力 F 的方向和坐标轴的正向直接由观察判断,即力 F 与坐标轴正向的夹角 α 成锐角时,它在该坐标轴上的投影为正, α 为钝角时则投影为负。注意:

①当力与坐标轴垂直时,力在该轴上的投影为零。②当力与坐标轴平行时,力在该轴上的投影的绝对值等于该力的大小。

与上述情况相反,如果力 F 在 x 轴及 y 轴上的投影 F_x 、 F_y 已知,则由图 1.11 中的几何关系可求得 F 的大小和方向。即

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \tan \alpha &= \left| \frac{F_y}{F_x} \right| \end{aligned} \quad (1-2)$$

注意:力的投影和分力是不同的。力的投影是标量,它只有大小和正负;而分力是矢量,有大小、方向和作用点。用力的投影只能确定力的大小和方向,力的作用位置还要由力的作用点的坐标确定。图 1.11 所示两个分力的大小与力 F 在坐标轴上投影的绝对值是相等的。在所有正向相同的平行轴上,同一个力在这些轴上的投影均相等,所以不能将分力与投影混为一谈。

【课堂讨论】关于力在坐标轴上的投影,下列说法错误的是()。

- A. 力的投影与坐标轴的选取必有关
- B. 力沿其作用线移动后,在坐标轴上的投影恒不变
- C. 两个力在同一坐标轴上的投影相等,则这两个力的大小必相等
- D. 两个力在相互垂直的两个坐标轴上的投影分别相等,则这两个力的大小必相等

【例 1.1】试求图 1.12 所示力 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 在两坐标轴上的投影。已知 $F_1 = 100 \text{ N}$, $F_2 = 50 \text{ N}$, $F_3 = 150 \text{ N}$, $F_4 = 100 \text{ N}$ 。

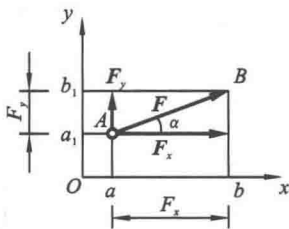


图 1.11

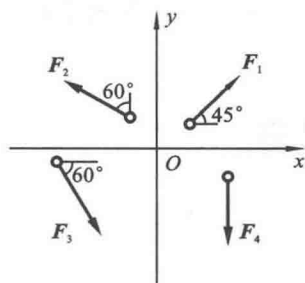


图 1.12

【解】 利用公式(1-1),首先确定各力与 x 轴所夹的锐角,确定各力投影的符号,进而计算各力的投影。

$$F_{1x} = F_1 \cos 45^\circ = 100 \times 0.707 = 70.7(\text{N})$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 45^\circ = 100 \times 0.707 = 70.7(\text{N})$$

$$F_{2x} = -F_2 \cos 30^\circ = -50 \times 0.866 = -43.3(\text{N})$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 30^\circ = 50 \times 0.5 = 25(\text{N})$$

$$F_{3x} = F_3 \cos 60^\circ = 150 \times 0.5 = 75(\text{N})$$

$$F_{3y} = -F_3 \sin 60^\circ = -150 \times 0.866 = -129.9(\text{N})$$

$$F_{4x} = F_4 \cos 90^\circ = 100 \times 0 = 0$$

$$F_{4y} = -F_4 \sin 90^\circ = -100 \times 1 = -100(\text{N})$$

1.2.2 合力投影定理

平面汇交力系的合力在任一轴上的投影,等于各分力在同一轴上投影的代数和,这就是合力投影定理。该定理描述了合力投影与各分力投影之间的关系,如图 1.13 所示。

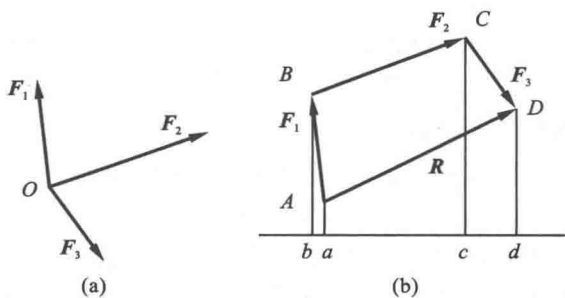


图 1.13

可用公式表示为

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + \cdots + F_{nx} = \sum F_x \\ F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + \cdots + F_{ny} = \sum F_y \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

【例 1.2】 已知 $F_1 = 20 \text{ kN}$, $F_2 = 40 \text{ kN}$, $F_3 = 50 \text{ kN}$, 各力方向如图 1.14 所示, 试求三力的合力在 x 轴和 y 轴上的投影。

【解】 由式(1-3)可得出三力的合力在 x 轴和 y 轴的投影为

$$F_{Rx} = \sum F_x = F_1 \cos 90^\circ - F_2 \cos 0^\circ + F_3 \times \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0 - 40 + 50 \times \frac{3}{5} = -10(\text{kN})$$

$$F_{Ry} = \sum F_y = F_1 \sin 90^\circ - F_2 \sin 0^\circ - F_3 \times \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 20 - 0 - 50 \times \frac{4}{5} = -20(\text{kN})$$

【例 1.3】 如图 1.15 所示, 一平面汇交力系作用于 O 点。已知 $F_1 = 200 \text{ N}$, $F_2 = 300 \text{ N}$, F_3 的方向如图所示。若此力系的合力 F_R 与 F_2 在同一直线上, 求 F_3 与合力 F_R 的大小。

【解】 由合力 F_R 与 F_2 在同一直线上知, $F_{Rx} = F_R$, $F_{Ry} = 0$ 。

又因为

$$F_{Ry} = \sum F_y = F_1 \sin 30^\circ - F_3 \sin 45^\circ$$

所以

$$F_1 \sin 30^\circ - F_3 \sin 45^\circ = 0$$

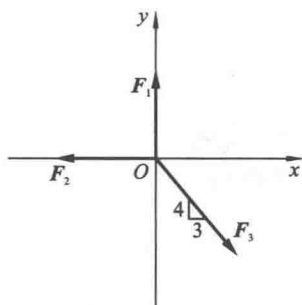


图 1.14

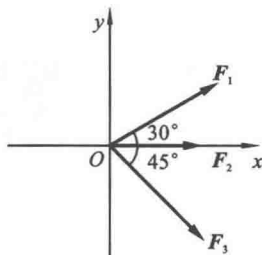


图 1.15

$$200 \times \frac{1}{2} - F_3 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$F_3 = \frac{200}{\sqrt{2}} = 141.4(\text{N})$$

所以

$$\begin{aligned} F_R &= F_{Rx} = F_1 \cos 30^\circ + F_2 + F_3 \cos 45^\circ \\ &= 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 300 + 141.4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 573.2(\text{N}) \end{aligned}$$

1.3 力 矩

力矩是力学中的一个重要概念,它不仅在实际应用中具有重要的意义,同时也是研究平面一般力系的基础。

1.3.1 力矩

一个力作用在具有固定轴的刚体上,如果力的作用线不通过固定轴,那么刚体将会产生转动。如用手推门、用扳手拧螺母等都是力使刚体产生旋转的例子。

用扳手拧螺母(图 1.16),经验证明,其转动效果不仅与力 F 的大小成正比,而且与该力到 O 点的垂直距离 d 成正比。即力越大,垂直距离越远,就越容易拧动螺母。为了度量力对刚体的转动效果,我们引进一个物理量——力对点的矩,简称力矩。它的定义为力对点的矩(简称力矩)等于力的大小与该点到力作用线垂直距离的乘积。即

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1-4)$$

式中, O 点称为力矩中心(简称矩心); d 为 O 点到力作用线的垂直距离,称为力臂。通常规定:力使物体绕矩心作逆时针方向转动时,力矩取正;作顺时针方向转动时取负。力矩的单位通常用牛顿·米($\text{N} \cdot \text{m}$)或千牛顿·米($\text{kN} \cdot \text{m}$)。

由力矩定义可知:

- (1) 力 F 对 O 点之矩不仅取决于力 F 的大小,同时还与矩心 O 的位置有关。
- (2) 力 F 对任一点的力矩,不会因该力沿其作用线滑移而改变(因为 d 不变)。
- (3) 当力 F 的大小等于零或者力的作用线通过矩心(即力臂 $d=0$)时,力矩等于零。

【例 1.4】 分别计算图 1.17 所示力 F_1 、 F_2 对 O 点的矩。

【解】 由式(1-4),有

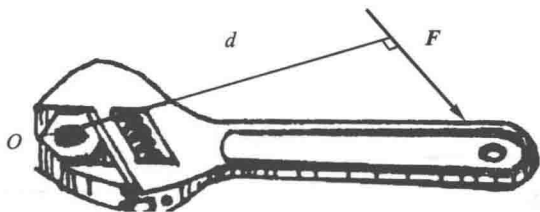


图 1.16 用扳手拧螺母

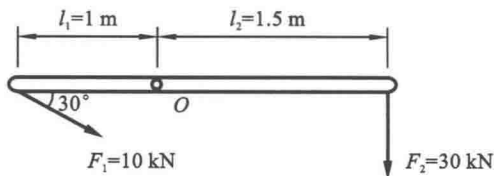


图 1.17

$$M_O(F_1) = F_1 d_1 = 10 \times 1 \times \sin 30^\circ = 5 (\text{kN} \cdot \text{m}) \text{ (逆时针)}$$

$$M_O(F_2) = -F_2 d_2 = -30 \times 1.5 = -45 (\text{kN} \cdot \text{m}) \text{ (顺时针)}$$

1.3.2 合力矩定理

合力矩定理反映了合力对某一点的矩与它的各分力对同一点的矩之间的关系,其内容表述为:平面汇交力系的合力对平面内任意一点的矩,等于力系中各分力对同一点的矩的代数和。用公式表达为

$$M_O(F_R) = M_O(F_1) + M_O(F_2) + \cdots + M_O(F_n) = \sum M_O(F) \quad (1-5)$$

当力臂不易直接求得时,可先将力进行分解,进而用合力矩定理求得原力对某点的矩。

【例 1.5】 已知 $F_1 = 4 \text{ kN}$, $F_2 = 3 \text{ kN}$, $F_3 = 2 \text{ kN}$, 试求图 1.18 中三力的合力对 O 点的矩。

【解】 根据合力矩定理得到合力对 O 点的矩:

$$M_O(F_1) = +F_1 d_1 = 4 \times 5 \times \sin 30^\circ = 10 (\text{kN} \cdot \text{m})$$

$$M_O(F_2) = F_2 d_2 = 0$$

$$M_O(F_3) = -F_3 d_3 = -2 \times 5 \times \sin 60^\circ = -8.66 (\text{kN} \cdot \text{m})$$

$$M_O(F_R) = \sum M_O(F) = 10 + 0 - 8.66 = 1.34 (\text{kN} \cdot \text{m}) \quad \text{(逆时针)}$$

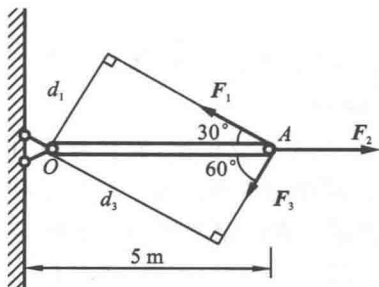


图 1.18

对 O 点的矩。

【解】 因不知 O 点到力 F 作用线的距离(即力臂),所以先将力 F 分解,如图 1.19(b)所示。

$$\begin{aligned} M_O(F) &= M_O(F_x) + M_O(F_y) = -F_x \times 1 + F_y \times 3 \\ &= -F \cos 30^\circ \times 1 + F \sin 30^\circ \times 3 \\ &= -150 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 150 \times \frac{1}{2} \times 3 \\ &= 95.1 (\text{N} \cdot \text{m}) \text{ (逆时针)} \end{aligned}$$

【例 1.6】 已知 $F = 150 \text{ N}$, 试计算图 1.19(a)中力 F

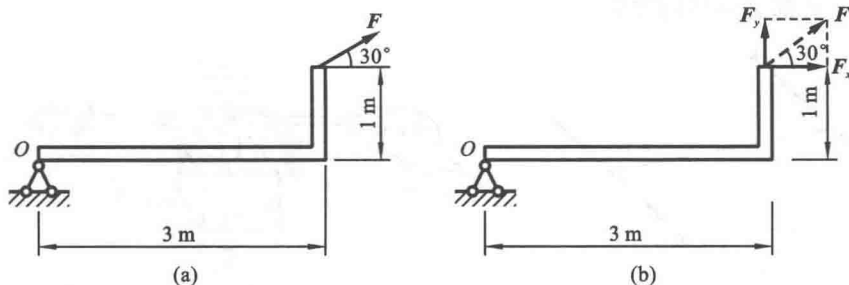


图 1.19

【例 1.7】 已知 $q=2 \text{ kN/m}$, $L=2 \text{ m}$, 求图 1.20(a)所示匀布荷载对 A 点的矩。

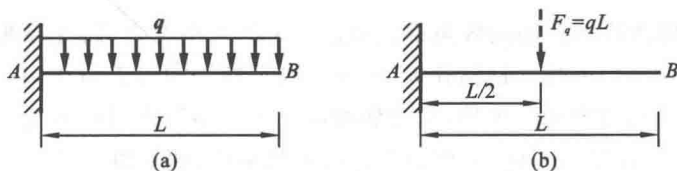


图 1.20

【解】 沿直线平均分布的线荷载可以简化为一个合力。合力的方向与均布荷载的方向相同,合力作用线通过荷载图的重心,其大小等于荷载图的面积。

梁上作用均布荷载 $q=2 \text{ kN/m}$ (即每米长度上分布的力大小为 2 kN)。则在 2 m 长度上共受力 $F_q = qL = 2 \times 2 = 4 \text{ kN}$ 。合力 F_q 作用在 AB 段的中点以代替梁上匀布荷载的作用,如图 1.20(b)所示。则

$$M_A(q) = -F_q \times \frac{L}{2} = -4 \times 1 = -4 (\text{kN} \cdot \text{m}) \text{ (顺时针)}$$

【课堂练习】 求图 1.21 中力 F (或 q) 对 A 点的矩。

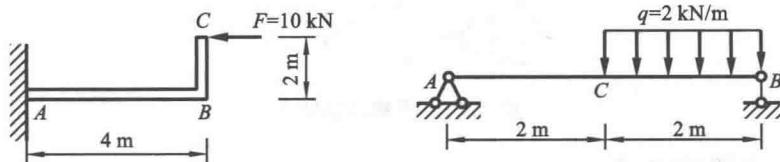


图 1.21

1.4 力 偶

1.4.1 力偶的概念

由两个大小相等、方向相反、作用线平行但不共线的力组成的力系,叫作力偶,用符号 (F, F') 表示。如图 1.22(a)所示,力偶中两力所在的平面称为力偶作用面,两力之间的垂直距离 d 称为力偶臂。力偶会使物体发生转动。

力偶在生产生活中经常会遇到。汽车驾驶员驾驶汽车时两手作用在方向盘上的力;钳工用丝锥攻丝时两手加在扳手上的力[图 1.22(b)];用两根手指拧动钟表发条、钢笔套所