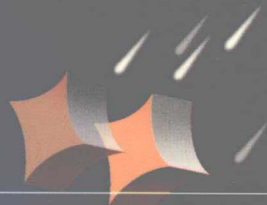


高等学校电子科学与技术专业教材



光电测试技术

范志刚 主编



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

范志刚 主编

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内 容 简 介

本书以光电测试方法和传感技术为主线,以激光测试技术为重点,较全面地介绍在光学量和非光学量的测试中所涉及的基本理论、主要测量原理、方法、仪器组成以及主要技术特点等。全书共分7章,第1章介绍基本光学量的测试技术;第2章介绍色度学的基本原理和色度、光度测试技术;第3~5章介绍激光测试技术;第6章介绍光纤传感测试技术;第7章介绍应用广泛的莫尔条纹、三角法和图像测试技术。上述的光电测试技术广泛地应用于工业、农业、文教、卫生、国防、科研和家庭生活等各个领域。

本书可作为光学工程、仪器科学与技术、电子科学与技术、信息科学与技术专业的本科生、研究生教材,也可作为相关专业本科生、研究生的参考书,亦可供有关工程技术人员参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

光电测试技术/范志刚主编. —北京:电子工业出版社,2004.1

高等学校电子科学与技术专业教材

ISBN 7-5053-9326-X

I. 光… II. 范… III. 光电检测—高等学校—教材 IV. TN206

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 105253 号

责任编辑:凌毅 朱怀永 特约编辑:郭拓荒

印刷:北京大中印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经销:各地新华书店

开本:787×980 1/16 印张:20.5 字数:459千字

印次:2004年1月第1次印刷

印数:5000册 定价:26.00元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010)68279077。质量投诉请发邮件至 zltts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

前 言

利用光学原理进行精密测试,一直是计量测试技术领域中的主要方法,是当代先进技术之一。光电测试技术的发展是随着其他相关技术的发展而发展的。自 20 世纪开始,由于激光技术、光波导技术、光电子技术、光纤技术、计算机技术的发展,以及傅里叶光学、现代光学、二元光学和微光学的出现和发展,光电测试技术无论从测试方法、原理、准确度、效率,还是适用的领域范围都获得了巨大发展,是现代科学技术和现代工农业生产快速发展的重要技术支撑和高新技术之一。

本书以光电测试方法和传感技术为主线,以激光测试技术为重点,较全面地介绍了在光学量和非光学量的测试中所涉及的基本理论、主要测量原理、方法、仪器组成以及主要技术特点等。

在本书的编写过程中,注意做到以下几点:注意与技术基础课程和其他专业课内容的衔接,如物理光学、应用光学、光电信号检测、计算机技术等;内容尽量丰富,以反映光电测试技术的最新发展,根据课时的要求,可以有选择地讲授,其他内容作为阅读材料,以扩展学生的视野;介绍较多应用实例,使学生尽量接触工程实际问题。

全书共分 7 章,第 1 章介绍基本光学量的测试技术,包括焦距和顶焦距的测量、星点检验、分辨率测量、刀口阴影法、光学传递函数测试等;第 2 章介绍色度学的基本原理和色度、光度测试技术;第 3~5 章介绍激光测试技术,包括激光准直技术、激光多普勒测速技术、激光测距技术以及激光干涉、衍射测试技术等;第 6 章介绍光纤传感测试技术;第 7 章介绍应用广泛的莫尔条纹、三角法和图像测试技术。

本书在编写过程中,参阅了大量国内外文献,在此向这些文献的作者表示谢意。哈尔滨工业大学的许士文教授、李润顺教授、赵仲明教授对本书的编写工作给予了大力帮助和支持,审阅了部分书稿,提出许多建设性意见,特此致谢。原桂彬博士、刘大大博士、梁波硕士、张金峰硕士、张亚萍博士、韦承甫学士以及本单位许多其他同志均为本书的编写付出了辛勤的劳动,在此一并表示感谢。同时,要感谢本书的责任编辑凌毅、朱怀永以及电子工业出版社高等教育事业部的其他同志的辛勤工作和热情帮助。

本书第 3、4、7 章由范志刚编写,第 1、2 章由左保军编写,第 5、6 章由张爱红编写,范志刚负责统编全稿。

限于水平,书中会有不少缺点错误,希望广大读者批评指正。

编 者

2003 年 9 月

目 录

绪论	(1)
第 1 章 基本光学量测试技术	(11)
1.1 光电系统的对准和调焦技术	(11)
1.1.1 目视系统的对准和调焦	(11)
1.1.2 光电对准	(17)
1.1.3 光电定焦	(19)
1.2 焦距和顶焦距的测量	(21)
1.2.1 概述	(21)
1.2.2 放大率法	(22)
1.2.3 附加透镜法	(25)
1.2.4 精密测角法	(26)
1.3 星点检验	(28)
1.3.1 星点检验的理论基础	(28)
1.3.2 星点检验条件	(30)
1.4 分辨率测试技术	(33)
1.4.1 衍射受限系统的分辨率	(33)
1.4.2 分辨率测试方法	(36)
1.5 刀口阴影法检验	(41)
1.5.1 刀口阴影法基本原理	(42)
1.5.2 刀口阴影法检验面形误差	(44)
1.5.3 刀口阴影法检验大口径凹球面曲率半径	(48)
1.5.4 刀口阴影法检验光学系统几何像差	(49)
1.6 光学传递函数测试技术	(52)
1.6.1 光学传递函数测试基础	(52)
1.6.2 光学传递函数测试原理及方法	(58)
1.6.3 光学传递函数用于像质评价	(60)
思考与练习	(62)
参考文献	(64)
第 2 章 色度和光度测试技术	(65)
2.1 色度学的基本概念和实验定律	(65)
2.1.1 格拉斯曼颜色混合定律	(65)
2.1.2 色度学中的基本概念	(66)

2.1.3	CIE 标准色度系统	(69)
2.1.4	CIE 标准照明体和标准光源	(76)
2.2	CIE 色度计算方法	(79)
2.2.1	色品坐标计算	(79)
2.2.2	颜色相加计算	(82)
2.2.3	主波长和色纯度计算	(84)
2.3	色度的测试方法和应用	(85)
2.3.1	积分球及其应用	(85)
2.3.2	颜色的测量方法和仪器	(87)
2.3.3	有色光学玻璃的色度测量	(88)
2.4	像面照度均匀性测试技术	(89)
2.5	光学系统透过率测试技术	(91)
2.5.1	望远系统透过率的测量	(92)
2.5.2	照相物镜透过率的测量	(93)
2.6	光学系统杂光系数的测量	(95)
	思考与练习	(99)
	参考文献	(100)
第 3 章	激光测试技术	(101)
3.1	激光概述	(101)
3.1.1	激光的基本性质	(101)
3.1.2	高斯光束	(106)
3.1.3	激光器的分类和特点	(112)
3.2	激光准直技术及应用	(114)
3.2.1	激光束的压缩技术	(115)
3.2.2	激光准直测试技术	(117)
3.2.3	激光准直测试技术的应用	(124)
3.3	激光多普勒测速技术	(127)
3.3.1	激光多普勒测速技术基础	(127)
3.3.2	激光多普勒测速技术应用	(135)
3.4	激光测距技术	(136)
3.4.1	激光相位测距	(137)
3.4.2	脉冲激光测距	(140)
	思考与练习	(141)
	参考文献	(141)
第 4 章	激光干涉测试技术	(143)
4.1	激光干涉测试技术基础	(143)

4.1.1	干涉原理与干涉条件	(143)
4.1.2	影响干涉条纹对比度的因素	(144)
4.1.3	共程干涉和非共程干涉	(150)
4.1.4	干涉条纹的分析与波面恢复	(151)
4.1.5	提高分辨率的方法和干涉条纹的信号处理	(154)
4.2	激光斐索(Fizeau)型干涉测试技术	(157)
4.2.1	激光斐索型平面干涉测量	(158)
4.2.2	斐索型球面干涉仪	(161)
4.3	激光全息干涉测试技术	(162)
4.3.1	全息术及其基本原理	(162)
4.3.2	全息干涉测试技术	(166)
4.3.3	全息干涉测试技术应用	(172)
4.4	激光外差干涉测试技术	(176)
4.4.1	激光外差干涉测试技术原理	(177)
4.4.2	激光外差干涉测试技术应用	(179)
4.5	激光移相干涉测试技术	(181)
4.5.1	激光移相干涉测试技术原理	(182)
4.5.2	激光移相干涉测试技术的特点	(184)
4.5.3	激光移相干涉测试技术应用	(184)
4.6	激光散斑干涉测试技术	(186)
4.6.1	散斑及其性质	(186)
4.6.2	激光散斑干涉测试技术及其应用	(188)
4.7	纳米技术中的干涉测试技术	(191)
4.7.1	扫描隧道显微镜(STM)	(191)
4.7.2	光子扫描隧道显微镜(PSTM)	(192)
4.7.3	亚纳米零差检测干涉系统	(193)
4.7.4	亚纳米外差检测干涉系统	(196)
	思考与练习	(197)
	参考文献	(198)
第5章	激光衍射测试技术	(199)
5.1	激光衍射测试技术基础	(199)
5.1.1	惠更斯-菲涅耳原理	(199)
5.1.2	巴俾涅原理	(200)
5.1.3	单缝衍射测量	(201)
5.1.4	圆孔衍射测量	(204)
5.2	激光衍射测量方法	(206)

7.3.2 图像的预处理技术	(299)
7.3.3 图像测试技术的应用	(307)
思考与练习	(315)
参考文献	(316)

绪 论

1. 光电测试技术概述

人类利用自然界存在的光线进行计量与测试最早用于天文和地理领域。自从望远镜和显微镜出现以后,光学与精密机械结合,使许多传统的光学计量和测试仪器广泛应用于需计量和测试的很多领域。随着激光器的出现和傅里叶光学理论的形成,特别是激光技术、微电子技术和计算机技术的快速发展与结合,出现了光机电算一体化的光电测试技术。

利用光学原理进行精密测试,一直是计量与测试技术领域中的主要方法。由于光电测试技术具有非接触、高灵敏、高准确度的特点,能够实现三维形貌、相关性和实时性测量,在信息科学、生命科学、工农业生产和制造业、航空航天、国防军事以及科学研究和人们的日常生活等领域得到广泛应用,成为一种无法取代的测试技术,是当代先进测试技术之一。

光电测试技术的发展是随着其他相关技术的发展而发展的。自 20 世纪开始,由于激光技术、光波导技术、光电子技术、光纤技术、计算机技术的发展,以及傅里叶光学理论、现代光学理论、二元光学理论和微光学理论的形成和发展,光电测试技术无论在测试方法、原理、准确度、效率,还是适用的领域范围都获得了巨大发展,是上述相关技术发展的综合体现,是现代科学技术和现代工农业生产快速发展的重要技术支撑和高新技术之一。

光电测试技术的发展,从原理上来看具有以下 3 个特点:

① 从主观光学发展成为客观光学,也就是用光电探测器来取代人眼,提高了测试准确度与测试效率;

② 用单色性、方向性、相干性和稳定性都远远优于传统光源的新光源——激光,获得方向性和稳定性极好的实际光束,用于各种光电测试;

③ 从光机结合的模式向光机电算一体化的模式转换,充分利用计算机技术,实现测量与控制的一体化。

光电测试技术的发展,从功能上来看具有以下 3 个特点:

① 从静态测量向动态测量发展;

② 从逐点测量向全场测量发展;

③ 从低速测量向高速测量发展,同时具有存储和记录功能。

随着科学技术和经济的快速发展,对光电测试技术提出了许多新的要求。光电测试技术的进一步发展,就是要发展光学纳米技术、光学层析技术、光学超分辨技术、光学超像元技术等光电测试新技术。在可以预见的未来,光电测试技术将在以下几个方面获得进一步发展:

① 亚微米级、纳米级的高精密光电测试技术;

② 微型化、集成化、低成本的非接触式光电传感器;

③ 新型光电器件的广泛应用,如半导体激光器及其阵列、光开关、光滤波器、光电探测器阵列等;

- ④ 快速高效的三维全场动态测试技术;
- ⑤ 与计算机和控制技术结合的闭环式光电测试技术;
- ⑥ 光学诊断和光学无损检测技术等。

2. 关于测量的基本知识

(1)测量的定义

测量就是将被测量和一个作为测量单位的标准量进行比较,并确定被测量是测量单位的多少倍或几分之几的过程。

若以 L 表示被测量,以 E 表示测量单位,则比值是

$$q = \frac{L}{E}$$

于是,测量结果为

$$L = qE \tag{0-1}$$

实际上,体现测量单位的量与规定的测量单位之间总存在误差,而测量得到的比值也不可能准确。因此,按式(0-1)计算得到的 L 值实际上不可能与被测量的真值相等。如果用 L_0 表示真值,而用 L 表示测得值,那么

$$\Delta L = L - L_0 \tag{0-2}$$

称为测量误差(绝对误差),而称 $\Delta L/L$ 为相对误差。测量误差越小,准确度就越高。

(2)基本量和单位

测量就是要进行比较,从而给出被测量的“量”的概念。为此,比较时必须满足:

- ① 被测量与选定作为单位的量(比较标准)具有相同的量纲;
- ② 预先约定选定为单位的量的大小。因为只有这样,作为“数量”的 q 才有意义,才能被正确理解。

目前,实践中应用的物理量都可以由表 0.1 所示的 7 个基本量导出,并且规定了它们的基本单位(ISO1000—1981)。

表 0.1 SI 基本单位

量的名称	单位名称	单位符号
长 度	米	m
质 量	千克(公斤)	kg
时 间	秒	s
电 流	安[培]	A
热力学温度	开[尔文]	K
物质的量	摩[尔]	mol
发光强度	坎[德拉]	cd

(3) 测量中应遵循的原则

阿贝原则 长度测量时,标准量应安放在被测件测量中心线的延长线上。这样可以避免产生一阶误差。

封闭原则 圆周分度首尾相接的间距误差的总和为零,表示为

$$\sum f_i = 0$$

式中, f_i 为分划间距(用角度表示)误差。该式为分度误差的闭合条件。测量时,满足封闭原则可以实现自检,因而可以提高测量的准确度。

(4) 测量方法的组成

测量方法是对特定的测量对象测量某一被测量时,参与此测量过程各组成因素和测量条件的总和。它包括:

① 测量目的、被测对象和被测量。测量目的是指最终要求得的那个量;被测量是指直接与标准量进行比较的量,它本身也可以是测量目的;被测对象是指被测量的载体。它们都是确定测量方法的依据。

② 标准量系统。标准量系统是指用以体现测量单位的物质标准,用来与被测量进行比较,以便求得被测量。

③ 定位系统。定位系统用以确定被测量的合理位置。

④ 瞄准系统。瞄准系统用以确定被测量相对于标准量的位置,以便进行比较。

⑤ 显示系统。将测得量进行运算后通过显示系统显示测量结果或作为控制信号输出。

⑥ 测量条件。任何测量都是在一定的条件下进行的,如时间、温度、压力、湿度等。

由此可见,在拟定了测量方案之后,完成一个测量过程通常需经过如下几个步骤。

① 定位。定位就是按测量原则调整标准量和被测量至合适的相对位置;由于定位对测量原则的偏离将造成测量误差,因此要选择合适的定位方法。

② 瞄准。为了进行比较,定位之后,使被测量的一个端点或该端点的像与标准量的某一位置重合,称为瞄准。只有使被测量的两个端点或它们的像分别与标准量两个对应位置瞄准后,才能由标准量上读出被测量的大小。因此,瞄准是测量过程中的基本步骤之一。瞄准产生的误差将影响测量的准确度。为了减小瞄准误差,选择较好的瞄准方法是十分必要的。

③ 读数。瞄准之后,并没有得到关于被测量的数量大小,这只有在对两个瞄准位置读数(在标准量上)之后才会得到。读数是将瞄准位置用数字形式确定下来,就是瞄准位置的数字表现形式。读数也会产生误差,同样影响测量的准确度。因此,还必须研究提高读数准确度的措施。

④ 数据处理。得到测量的原始数据之后,就可以求得被测量的大小,并且可按测量原理方程式求得测量目的。与此同时,还要考虑测量环境对测量结果的影响而进行必要的修正。最后,依据测量误差理论给出测量结果。在某些自动化程度较高的设备中,读数和数据处理可以由仪器自动完成,并最后显示测量结果,或作为控制信号输出。这是测试仪器的发展方向。

3. 测量数据的处理

本节概述测量误差的基本概念和数据处理的主要步骤,其基本理论可以参照相关书籍。

(1) 误差来源和分类

在测量中,人们总是力求得到被测量的真实值(真值),然而,由于测量方法和仪器设备的不完善,以及各种环境因素和人为因素的影响,测量所得数值与真值之间总会存在一定的误差。误差产生的来源可以归结为以下4类。

设备误差 设备误差主要来源于读数或示值装置误差、基准器(或标准件)误差、附件(如光源、调整件等)误差和光电探测电路的误差等。按其表现形式可分为机构误差、调整误差和量值误差。

环境误差 环境误差包括:温度、湿度、振动、照明等与要求的标准状态不一致而引起的误差;电磁干扰引起的误差;某些高能粒子对光电探测器干扰引起的误差等。

人为误差 由于人眼分辨力有限,操作者水平不高和固有习惯、感觉器官的生理变化等引起的误差。

方法误差 由于采用的数学模型不完善,采用近似测量方法或由于对该项测量研究不充分引起的误差。

按照误差的性质,误差可以分为系统误差、偶然(随机)误差和粗大误差3类。

系统误差 在同一条件下多次测量同一量时,绝对值和符号保持不变,测量条件改变时,按照确定规律变化的误差称为系统误差。系统误差可按照对误差的掌握程度分为已定系统误差(误差的大小和正负已知)和未定系统误差(误差的大小和正负未知)。例如,在光电测试仪器中仪器制造误差、校准或调整误差、标准件的量值误差等。

偶然误差 在相同的测量条件下,多次测量同一量时,绝对值和符号以不可预测的方式变化的误差称为偶然误差。例如,局部空气紊流、温度小量变化、电源的小量起伏等均引起偶然误差。对准误差和估读误差等也属于偶然误差。

粗大误差 超出在规定条件下预期的误差称为粗大误差。例如,读错、计算错误、仪器调整错误或实验条件突变等引起的误差。含有粗大误差的测量值都应剔除。

(2) 测量误差的表述——不确定度(Uncertainty)

测量误差是测量值相对于真值的偏差,但是,在有些场合,真值或约定真值是不可知的。因此,必须采用某种方法来评定测量结果的质量。习惯上的精度(包括正确度、精密性、准确度三方面)的含义一直是混淆不清的,目前国内外多采用“ISO1993(E)指南”所规定的测量不确定度来表征测量结果的质量。测量不确定度是定量的、可操作的质量指标,测量结果附有不确定度的说明时才是完整和有意义的。

测量不确定度是指对测量结果不能肯定的程度。它反映了对被测量的真值的认识的不足。经测量,合理地赋予被测量的值不是惟一的,而是有许多个可能的值。真值的具体数值并不知道,只可能获知一个最佳估计值,而真值是在最佳估计值的一个不确定范围内。不确定度小,误差肯定也小,但误差不可能准确知道;不确定度大,误差或大或小,限于认识水平,误差尚

不清楚。下面是“ISO1993(E)指南”所规定的几个术语。

标准不确定度(Standard Uncertainty) 用标准偏差表示的测量结果的不确定度,用符号 u 表示。

合成(标准)不确定度(Combined Standard Uncertainty) 当测量结果由若干其他量(输入量,也包括影响量)得来时,测量结果的合成标准不确定度等于这些量的方差和协方差加权和的正平方根,用符号 u_c 表示。

扩展不确定度(Expanded Uncertainty) 规定了测量结果取值区间的半宽度,该区间包含了合理赋予被测量值的分布的大部分数值,用符号 U 表示。

不确定度包含两类分量:A类分量是可以用统计方法评定的那些分量,用实验标准偏差表示;B类分量是用非统计方法评定的那些分量,用其他估计的标准偏差表示。需要指出的是,不可一概而论 A类评定方法好还是 B类评定方法好,在小样本的情形下,A类评定方法不一定比 B类评定方法好。

在实际工作中,为定量评价测量装置或测量结果的质量,还常用如下 3 个名词:

重复性(Repeatability) 在相同测量条件下(相同的测量方法、操作人员、测量器具、地点和使用条件),在短时期内对同一个量连续进行多次测量所得结果之间的一致程度,可以用测量结果的分散性参数定量表示。

复(再)现性(Reproducibility) 在变化的测量条件下(如不同的测量方法、操作人员、测量器具、地点、使用条件和时间),对同一个量进行多次测量所得结果的一致程度,也可以用测量结果的分散性参数定量表示,不过应注明变化的条件。

稳定性(Stability) 测量器具具有保持其计量特性持续恒定的能力,可以用几种方式量化,如用计量特性在规定时间内所发生的变化来表示等。

(3) 条件相同重复测量的数据处理步骤

所得各测量值可能同时包含有系统误差、偶然误差和粗大误差。其中的已定系统误差,可用修正法将其消除,而对未定系统误差,可把它视作偶然误差进行处理。

设消除已定系统误差以后的重复测量数据列为 x_1, x_2, \dots, x_n , 其处理步骤如下:

① 计算数据列的算术平均值 \bar{x} 、残余误差 v_i 和单次测量的标准偏差估计值 s
算术平均值的计算公式为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (0-3)$$

测量数据列中测得值 x_i 与该数据列的算术平均值之差 v_i 称为残余误差,计算公式为

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (0-4)$$

在有限次测量中,标准偏差 σ 需要用由残余误差 v_i 求出的标准偏差估计值 s 来表述, s 的计算公式为

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} \quad (0-5)$$

② 判断粗大误差。若存在粗大误差,应将该数据剔除,然后重新计算 \bar{x} , v_i 和 s ,再判断,直至不含粗大误差为止。

粗大误差的判断有 5 种规则:拉依达(Райта)准则、肖维勒(Chauvenet)准则、格拉布斯(Grubbs)准则、 t 检验准则和狄克逊(Dixon)准则。大量的实验和分析表明格拉布斯准则的效果最好,其判断粗大误差的步骤如下。

设测量数据列按照由小到大排列为 x_1, x_2, \dots, x_n 。

i. 选定风险率 α 。 α 是指判定是坏值而实际上不是坏值而犯错误的概率,通常取 $\alpha=5.0\%$ 或 $\alpha=1.0\%$ 。

ii. 计算判定 T 值。如果 x_1 或 x_n 是可以怀疑的,则

$$T = \frac{\bar{x} - x_1}{s} \quad \text{或} \quad T = \frac{x_n - \bar{x}}{s}$$

式中, \bar{x} 和 s 按照式(0-3)、式(0-5)计算。

iii. 由表 0.2 查出 $T(n, \alpha)$ 。

表 0.2 $T(n, \alpha)$ 值表

$\alpha \backslash n$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5.0%	1.15	1.46	1.67	1.82	1.94	2.03	2.11	2.18	2.23	2.29	2.33	2.37	2.41
1.0%	1.15	1.49	1.75	1.94	2.10	2.22	2.32	2.41	2.48	2.55	2.61	2.66	2.70

iv. 若 $T \geq T(n, \alpha)$, 则所怀疑值是坏值,应予舍弃;若 $T < T(n, \alpha)$, 则此值不能以风险率 α 舍去,而认为是有效的数据。

③ 求算术平均值的标准偏差的估计值。按下式计算

$$s_x = \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{0-6}$$

④ 判断系统误差。根据发现系统误差的各种方法判断,并设法减小和消除之。这一步主要是为了检查有无因测量工作中的某些疏忽而引入的显著系统误差。

⑤ 求测量的扩展不确定度。根据测量的次数 n 和置信概率 p , 由表 0.3 查出 $t_p(n)$, 按下式计算

$$U(\bar{x}) = t_p(n) s_x \tag{0-7}$$

表 0.3 t 分布临界值

n	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_{0.682}$	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06
$t_{0.95}$	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.37	2.31	2.26
$t_{0.99}$	9.93	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25

⑥ 最后写出测量结果

$$\bar{x} \pm U(\bar{x}) \quad (0-8)$$

式中, $U(\bar{x})$ 应取最多两位有效数字。

(4) 条件不同重复测量的数据处理步骤

如果被测量是在不同时期或不同地点或不同实验室或不同仪器获得的, 其测量条件不能保证相同, 则应采用加权的方法来评定测量的结果。设在不同条件下获得的数据列 l_1, l_2, \dots, l_n 中不存在系统误差和粗大误差。

- ① 确定各测量值的权重。根据测量条件(方法、仪器、环境、人员)的不同确定权重。
- ② 计算数据列的加权算术平均值、残余误差以及加权算术平均值的标准偏差估计值。

$$\bar{l} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i l_i}{\sum_{i=1}^n p_i}, \quad v_i = l_i - \bar{l}, \quad s_i = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_i v_i^2}{(n-1) \sum_{i=1}^n p_i}}$$

- ③ 求测量的扩展不确定度。根据测量的次数 n 和置信概率 p , 由表 0.3 查出 $t_p(n)$, 则

$$U(\bar{l}) = t_p(n) s_i$$

- ④ 最后写出测量结果: $\bar{l} \pm U(\bar{l})$ 。其中, $U(\bar{l})$ 应取最多两位有效数字。

(5) 间接测量的数据处理步骤

间接测量值为直接测量值的函数, 表达式如下

$$V = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (0-9)$$

当各个测量值及其误差为已知时, 按照下列步骤处理测量数据。

- ① 计算间接测量值 \bar{V} 。将各直接测量值的算术平均值代入函数式求 \bar{V} 。
- ② 根据各误差传递系数和标准偏差估计值的大小可以判知哪个(几个)直接测量值对测量结果影响较大, 则尽量减小或消除该项(几项)量值的系统误差。
- ③ 计算间接测量结果的合成标准不确定度。

标准偏差的估计值为

$$s_V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2 s_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x_2}\right)^2 s_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial V}{\partial x_n}\right)^2 s_{x_n}^2} \quad (0-10)$$

合成标准不确定度为

$$u_c(\bar{V}) = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x_1}\right)^2 u^2(\bar{x}_1) + \left(\frac{\partial V}{\partial x_2}\right)^2 u^2(\bar{x}_2) + \dots + \left(\frac{\partial V}{\partial x_n}\right)^2 u^2(\bar{x}_n)} \quad (0-11)$$

- ④ 求测量的扩展不确定度。按下式计算

$$U(\bar{V}) = t_p(n_{\text{eff}}) u_c(\bar{V}) \quad (0-12)$$

式中, n_{eff} 按下式计算

$$n_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(V)}{\sum \frac{u_i^4(V)}{n_i}} \quad (0-13)$$

根据置信概率 p , 由表 0.3 查出 $t_p(n_{\text{eff}})$ 。若对 $u_i(V)$ 的信息量知之甚少时, 可取 $n_i = 1$ 。在不少场合, 因为不能详细获取与被测量有关的各个量及其合成分布的信息, 故难以指明

被测量值的估计区间的置信水平。则通常 $t_p(n_{\text{eff}})$ 取 2~3, 如美国 NIST 常取 $t_p(n_{\text{eff}})=2$ 。

⑤ 最后写出测量结果: $\bar{V} \pm U(\bar{V})$ 。

例: 测量一望远镜的焦距。当测得无限远的物体在物镜焦平面上成像的大小为 $2y'$ 及其对应的视场角 2ω 后, 参见图 0.1, 应用下式可以求出物镜的焦距

$$f' = \frac{y'}{\tan\omega}$$

用刻度尺在物镜像面测得 $2y'=10\text{mm}$, 用测角仪测出对应的视场角 $2\omega=3^\circ$ 。

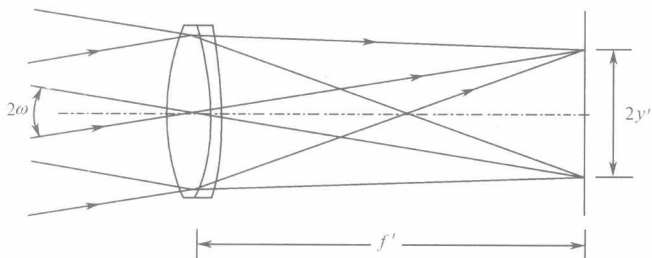


图 0.1 测量物镜焦距原理图

刻度尺经修正后任意两根刻线间距的不确定度为 $u(y')=0.3\mu\text{m}$ 。度盘刻度值经修正后, 任意两刻线对应的角度值的不确定度为 $1.6''$, 即 $u(\omega_1)=1.6''$; 望远镜单次对准不确定度为 $0.5''$, 每测一个角度值要对准 2 次, 每次对准都重复 3 次取读数的平均值, 则测量一个角度的合成不确定度为 $u(\omega_2) = (\sqrt{0.5^2 + 0.5^2 / \sqrt{3}}) (") = 0.4''$; 同样, 显微镜单次读数的不确定度为 $0.5''$, 也可得到 $u(\omega_3)=0.4''$ 。数据处理步骤如下。

① 计算焦距值。

$$f' = \frac{y'}{\tan\omega} = \frac{5}{\tan 1^\circ 30'} = 190.942 \text{ mm}$$

② 计算直接测量值的传递系数和各个值的不确定度。

$$\frac{\partial f'}{\partial y'} = \frac{1}{\tan\omega} = 38.2$$

$$\frac{\partial f'}{\partial \omega} = -\frac{y'}{\sin^2\omega} = -7296.8 \text{ mm}$$

$$u(y') = 0.3\mu\text{m} = 3 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

由于角度测量误差的三个分量不相关, 则

$$\begin{aligned} u_c(\omega) &= \sqrt{u^2(\omega_1) + u^2(\omega_2) + u^2(\omega_3)} \\ &= \sqrt{1.6^2 + 0.4^2 + 0.4^2} = 1.7'' = 8.5 \times 10^{-6} \text{ rad} \end{aligned}$$

③ 计算焦距的合成标准不确定度。

$$u_c(f') = \sqrt{\left(\frac{\partial f'}{\partial y'}\right)^2 u^2(y') + \left(\frac{\partial f'}{\partial \omega}\right)^2 u_c^2(\omega)} = 0.063 \text{ mm}$$

④ 求焦距的扩展不确定度, 取 $t_p(n_{\text{eff}})=2$, 则 $U(f')=0.13 \text{ mm}$ 。

⑤ 物镜焦距的测量结果为: $190.94 \pm 0.13\text{mm}$

(6)有效数字

① 有效数字

如果测量结果 L 的极限误差是某一位上的半个单位,自该位到 L 的左起第一个非零数字一共有 n 位,那么 L 就有 n 位有效数字。例如,0.618(三位有效数字),350.60(五位), 1.20×10^3 (三位), 1.2×10^3 (二位)。

下面几条规则是经常用到的,应予以注意。

i. 一切表示误差或准确度的数字,一般保留一位,最多保留二位有效数字。

ii. 测量结果数据的位数,应与结果的误差的位数相对应。如算出值为 $(202.025 \pm 0.114)\text{mm}$,结果应写为 $(202.0 \pm 0.1)\text{mm}$;又如 $(2.384626 \pm 0.004534)\text{mm}$ 应写为 $(2.3846 \pm 0.0045)\text{mm}$ 。

iii. $\sqrt{2}$, $1/3$, π , $\sin 5^\circ$ 等这类数的有效位数可认为是无限个,测量结果中不应出现这类数。

② 数字的舍入规则

有效数字的位数确定后,多余的位数要舍弃。舍入规则是:四舍六入,五看奇偶。若舍弃数字为5,则前一位数字为奇数时加1,为偶数时则不加。例如,2.35取两位有效数字时为2.4,2.45取两位,也是2.4。

③ 有效数字运算规则

由于目前计算器和微机已经普及,在做运算时,可多取几位运算。算得数据后,再根据误差的要求确定有效位数。舍去多余位数时按舍入规则进行。