

DUOXIANGLIU XINLILUN JIQI YINGYONG

多相流新理论及其应用

翟庆良 著



東北大學出版社
Northeastern University Press

多相流新理论及其应用

翟庆良 著

东北大学出版社

·沈 阳·

© 翟庆良 2014

图书在版编目 (CIP) 数据

多相流新理论及其应用 / 翟庆良著. —沈阳: 东北大学出版社, 2014.10

ISBN 978-7-5517-0820-3

I. ①多… II. ①翟… III. ①多相流—研究 IV. ①O359

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 244225 号

内 容 简 介

本书依人年度湍 (紊) 流理论, 阐明多相流形成机理, 建立起多相流体动力学基本方程组; 分别导出直角坐标系、柱坐标系、球坐标系下多相流连续性、动量、动量矩、能量偏微分方程。在解非线性偏微分方程上, 创立出独特方法: 从建立偏微分方程开始, 方程无因化, 根据边界条件, 拟定含特定指数的无因次速度分布, 到提出“对数扩展法”解复杂冗长代数方程组, 最终使得非线性偏微分方程顺利得解。

本书对一维不可压缩多相流管道推出连续相速度分布, 导出分散相粒径, 浓度 φ_{af} 计算公式, 找到多相流管道压差公式; 对一维可压缩多相流运动, 分等温与绝热, 分别进行研讨, 同样得到与不可压缩情况下的相应公式; 对变断面管道多相流运动进行研究, 也得出相应的公式, 依此又得到在多相流条件下拉瓦尔管的设计与计算方法。

本书对冶金向炉内喷油、煤粉, 选矿分离器等工业上的应用提供理论分析计算的基础。对高校流体力学、数学、化工、冶金、水利、环保等专业研究生以及青年教师是很好的参考书。

这是当今唯一建立在湍流 (紊流) 理论上, 反映多相流形成机理, 从而建立多相流偏微分方程, 再到举例应用, 全面论述其规律的著述。

出 版 者: 东北大学出版社

地址: 沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号

邮编: 110819

电话: 024—83680267 (总编室) 83687331 (市场部)

传真: 024—83680265 (社务部) 83680178 (出版部)

网址: <http://www.neupress.com>

E-mail: neuph@neupress.com

印 刷 者: 沈阳市第二市政建设工程公司印刷厂

发 行 者: 东北大学出版社

幅面尺寸: 185mm×260mm

印 张: 18.5

字 数: 408 千字

出版时间: 2014 年 10 月第 1 版

印刷时间: 2014 年 10 月第 1 次印刷

组稿编辑: 郭爱民

责任编辑: 潘佳宁

责任校对: 刘 泉

封面设计: 刘江旸

责任出版: 唐敏志

ISBN 978-7-5517-0820-3

定 价: 40.00 元

前言

“文化大革命”后，学校转入正轨。教师在完成教学任务之余，可以搞学术研究。我选择多相流作为研究方向。

1982年，第二届全国多相流力学、非牛顿流力学、物理化学流体力学学术会议在北京大学召开。我的文章被选上，使我有机会了解到国内与国际上关于多相流学科研究的前沿水平。

第一，以颗粒沉降速度来决定多相流输送管道所需的连续相断面平均速度 v 。

我认为这个办法，对多相流的垂直管道有效。如果多相流是水平管道，这个办法是不成立的。因为连续相在水平管道上只起推动颗粒向前运动，解决不了颗粒在重力作用下使其下沉的问题，于是我写出了《颗粒在流体输送其水平管道上悬浮理论》一文。该文为1982年全国物料搬运学会气力输送理论学术会议交流论文，并为大会选出的三篇优秀论文之一。

第二，研究多相流基本理论模式现状，是分散相，即颗粒群，均匀连续地分布在流场上，建立微分方程；然后，将纯流体，即连续相分布在流场上，也建立微分方程。这样，在一个多相流的流场，建立两个独立的微分方程，以此，求解多相流运动的解。

我当时就认为，以叠加微分方程的模式来解决多相流问题是不符合理论逻辑的。所以，当时我写多相流文章时，是将多相流作为一个整体，取分离体也是包括颗粒与流体；不过是设一个颗粒所占的体积分数 φ ，将其受力分开，得的方程式公式，均是一个方程。这种模式的最后形成，体现在我写的《多相流体动力学基本方程组》一文中，收录在由《水动力学研究与进展》编委会、中国力学学会、黄河水利委员会水利科学研究院联合组编的1991年全国水动力学研讨会文集中。

第三，多相流运动形成的机理是什么？没有看到有人研究。

多相流运动形成的机理，只能用流体力学理论分析。用实验只能说明多相流运动现象，无法说明这种现象是如何形成的。

经过多年的思索，知道多相流运动是连续相为主导，即流体运动；而分散相，即颗粒的悬浮与向前运动，都是连续相提供的。

多相流的形成,必须连续相是紊流,即湍流。所以,要研究多相流形成的机理,首先要弄懂流体运动形成紊流机理。而纯流体形成湍(紊)流弄不清楚,就无从研究多相流形成的机理。

从1983年开始,我就侧重研究流体力学中紊流形成的机理,在1983年写出的《管道内紊流形成机理与流态判别新方法》一文,被1983年辽宁省力学学会年会选为宣读论文。1990年所写的《湍流方程组研究》一文,被同年在武汉水利学院召开的第四届国际湍流会议选为大会宣读论文,纳入会议论文集;1992年又被国外出版社出版的Flow Modeling and Turbulence Mechanisms一书选入(第111~119页)。

对当前以时均值建立湍流微分方程,或以层流微分方程加上修正系数的方法解决湍流问题,提出疑意。经过18年思索,发现湍流形成机理的理论依据,于2001年开始动笔写《湍流新理论及其应用》一书与《工程紊(湍)流力学》一书,经过7年时间完成定稿,于2009年先后出版。

有了纯流体力学湍流形成的机理,建立了湍流微分方程,找到湍流中涡旋产生与运动规律,为多相流形成机理找到依据。于是自2010年动笔写《多相流新理论及其应用》一书,于2013年11月定稿。全书共八章,第一章绪论,第二章多相流体动力学基本方程组,第三章直角坐标系多相流运动微分方程组,第四章定常不可压缩多相流一维运动,第五章定常可压缩多相流管道运动,第六章定常可压缩圆形管道断面变化多相流运动,第七章柱坐标系多相流运动微分方程组;第八章球坐标系多相流运动微分方程组。

书名为何用“新”字?这是因为,本书以“湍流理论”这种新理论为基础研究多相流运动。

书名为何写上“应用”?书中论述一些实际问题,证明此书有应用价值。读者可以运用此理论去研究解决所遇到的问题。

为何参考资料很少?“文化大革命”后,我选择多相流学科作为研究方向,几十年来也发表过许多文章;但从湍流理论角度来看,都是建立在沙滩上的东西,已经没有参考作用。至于别人的文章与著作,均与我观点不同,根本无法引用。

翟庆良

2013年11月27日于沈阳

目 录

第1章	绪 论	1
1.1	本书研究多相流范围	1
1.2	物理力学定律是研究多相流出发点	1
1.3	以因果研究湍流与多相流关系	1
1.4	多相流中连续相起主导作用根源	3
1.5	分散相被悬浮粒径与涡旋直径关系	3
1.6	无因次化运动控制物理方程	4
1.7	解微分方程思路转变	4
1.8	开创“对数运算扩展法”解待定系数或指数	5
1.9	多相流管道能量平衡方程	6
1.10	理想气体状态方程与一维质量守恒在研究多相流运动中的作用	6
1.11	具体问题作具体分析原则应用	7
第2章	多相流体动力学基本方程组	8
2.1	多相流系统积分方程组	8
2.2	多相流输运公式	10
2.3	不可压缩多相流微分方程组	12
2.4	可压缩多相流微分方程组	16
第3章	直角坐标系多相流运动微分方程组	21
3.1	不可压缩层流多相流微分方程组	22
3.2	可压缩层流多相流微分方程组	27
3.3	湍流多相流附加剪应力公式	33
3.4	不可压缩湍流多相流微分方程组	38

3.5	可压缩湍流多相流微分方程组	45
第4章	定常不可压缩多相流一维运动	54
4.1	多相流圆管道层流运动	54
4.2	矩形管道多相流层流运动	58
4.3	矩形明渠层流多相流运动	62
4.4	三角形管道多相流运动	72
4.5	建立多相流真实浓度计算公式	78
第5章	定常可压缩多相流管道运动	81
5.1	等温多相流圆形管道运动	81
5.2	等温矩形管道多相流运动	107
5.3	绝热圆形管道可压缩多相流运动	132
5.4	绝热矩形管道多相流运动	185
第6章	定常可压缩圆形管道断面变化多相流运动	217
6.1	可压缩等温圆形管道断面变化多相流运动	217
6.2	可压缩绝热圆形管道断面变化多相流运动	226
第7章	柱坐标系多相流运动微分方程组	236
7.1	不可压缩多相流层流运动	236
7.2	可压缩多相流层流运动	240
7.3	不可压缩多相流湍流运动方程组	248
7.4	可压缩多相流湍流运动	252
第8章	球坐标系多相流运动微分方程组	260
8.1	不可压缩多相流层流运动微分方程组	260
8.2	可压缩多相流层流运动微分方程组	268
8.3	不可压缩多相流湍流运动微分方程组	276
8.4	可压缩多相流湍流运动微分方程组	281
参考文献		288

第1章 绪 论

本章只想谈谈多相流形成机理与解决问题的思路方法。

1.1 本书研究多相流范围

多相流内容很广泛，诸多论点也有差异。本书讨论内容范围是很窄的，仅限颗粒被流体悬浮输送的多相流，如工业中风力送沙，大气中风沙运动，河流中泥沙运动；粮仓的粮粒输送，冶炼中的煤粉喷射，油珠喷射等，总之颗粒都是先被悬浮，然后输运的多相流。

1.2 物理力学定律是研究多相流出发点

固体、液体颗粒、流体都是物理体，当然在一起运动，仍然是物理体。既然是物理体，其运动仍然受物理力学定律来控制。由于颗粒与流体密度不同，在同时受力学定律作用下，其反应效果各异；其运动过程互相有着紧密的联系。据此，应该取多相流整体分离体作为研究对象，对其施用力学定律，以浓度 $\varphi_{\alpha\beta}$ 又将其在分离体中分开，以便体现受力效果各异的现象。

在1991年由“水动力学研究与进展”编委会，中国力学学会，黄河水利委员会水利科学研究院联合召开的1991年全国水动力学研讨会中，我曾以此观点，写出《多相流体动力学基本方程组》一文，详见《水动力学研究与进展》编辑部印出的《1991年水动力学研讨会文集》中66~83页。当时只是已形成多相流现状，作为研究，我还没有办法将其与湍流涡旋运动理论联系起来。所以它只是建筑在沙滩上的建筑；而现在写此书，是以湍流涡旋运动作为基础，它是建筑在岩石上稳定可靠的“多相流书籍”。

1.3 以因果研究湍流与多相流关系

多相流形成有三个现象：一是颗粒被悬浮；二是颗粒有相应的运动速度；三是有相

应的浓度。这是可以观察到的多相流运动；有的无法看到。为研究讨论多相流方便起见，应分为连续相与分散相，分散相可能是固体颗粒或是液珠。在多相流运动中是连续相起主导作用。根据湍流理论，在湍流情况下，在层流边层流界面上会间歇地产生涡旋，由于涡旋自身有转动，在绕流的条件下，它自然形成升力，使其产生垂直于连续相运动的分速度 u_{Ω}^* ，正是涡旋的这个速度，把多相流受重力影响的水平管道中的分散相托浮起来；然后，在连续相推动下使其也有向前运动速度 $u_{\alpha\beta}$ ，在多相流分散相与连续相之间达到动量平衡时，分散相也形成相应的稳定速度。

多相流浓度 $\varphi_{\alpha\beta}$ 又是怎么形成的呢？在多相流水平管道中，连续相产生涡旋总量为 φ_{Ω} ，但它不是都能起悬浮颗粒作用，只有其升力方向正好与颗粒所受重力方向相对冲的或部分对冲的涡旋体积分数才起作用，这部分总量为 φ'_{Ω} ，它总是有 $\varphi'_{\Omega} < \varphi_{\Omega}$ 。

正是连续相中产生的涡旋体积分数 φ'_{Ω} ，它把受重力影响下全部颗粒托浮起来。根据多相浓度定义， φ'_{Ω} 与 $\varphi_{\alpha\beta}$ 之间存在着关系。如何计算多相流浓度，是一个重要问题。当然，也可利用秤重法实际测定；但在设计之前如何考虑其浓度，就必须有理论公式提前计算出来。

研究浓度 $\varphi_{\alpha\beta}$ 计算公式，花费时间很长，经过简单定义，到逐步认识到真实浓度定义与计算公式。

开始认识到引入的是式(4-1-14)

$$\varphi_{\alpha\beta} = \frac{\varphi_{\Omega}}{1 + \varphi_{\Omega}} \quad (4-1-14)$$

后来，把由速度积分得流引入，则有

$$\varphi_{\alpha\beta} \left(1 - \varphi_{\alpha\beta}^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\rho_{\alpha\beta}}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} (1 - \varphi_{\alpha\beta})^{\frac{1}{3}} \quad (4-2-12)'''$$

最后找到真实浓度 $\varphi_{\alpha\beta}$ 的思路，由此得出认为是能全面真实地反映多相流浓度 $\varphi_{\alpha\beta}$ 。即下式：

$$\frac{\varphi_{\alpha\beta}^{\frac{1}{3}} \left(1 - \varphi_{\alpha\beta}^{\frac{2}{3}}\right)^2 \frac{\rho}{\rho_{\alpha\beta}} \left[\frac{\text{米}^3}{\text{秒}} \right]}{1 - \varphi_{\alpha\beta}} = \pi d_{\Omega}^3 \omega \varphi'_{\Omega} \left(\frac{u_e}{u_{\alpha\beta}} \right)^2 \quad (4-5-10)$$

关于式(4-5-10)的导出，详见第4章第5节，专门研究了这个问题。

式(4-1-14)，应用在第4章与第5章中有节中；式(4-2-12)'''，应用在第4章明渠中；式(4-5-10)，专门应用在第5章圆形管道等温与绝热可压缩多相流浓度计算上。

通过例题计算，认为式(4-1-14)得值偏低；式(4-1-12)'''得值偏高，式(4-5-10)得值适中。究竟哪个计算浓度式可用，应该由实践总结或实验加以确定，如能经过实验把式(4-1-14)加修正系数 k ，它将是使用简单方便的公式。

总结一句，无论哪个公式都有，湍流体积分数 φ_{Ω} 的影响因素；而式(4-5-10)表现出浓度 $\varphi_{\alpha\beta}$ 与多相流中连续相为湍流的关系，更加明显， d_{Ω} 是湍流涡旋直径； ω 是湍流涡旋强度； φ'_{Ω} 是涡旋对分散相被悬浮有直接影响体积分数。 u 是连续相速度； $u_{\alpha\beta}$ 是分散

速度； ρ 是连续相密度； $\rho_{\alpha\beta}$ 是分散相密度； $\varphi_{\alpha\beta}$ 是多相流浓度。

1.4 多相流中连续相起主导作用根源

多相流也有层流与紊(湍)流运动，当层流时，大而重的颗粒在下部，小而轻的在上部，各自成层的向前运动，各层之间没有混掺现象；湍流时，多相流中分散相有互相混掺现象。

对多相流而言，无论它是层流或是湍流，它的连续相必须首先形成湍流；否则根本不会形成多相流运动。

根据湍流理论，湍流速度分布实际上只有层流边层流域是连续的，正是这部分连续的速度分布，才使具有一定旋转的流体微团，在周围绕流存在的条件下，使其产生升力，促使这个微团一边旋转，一边在升力作用下，形成垂直于主流方向的分速度 u_{Ω}^* ，也正是这个涡旋分速度 u_{Ω}^* ，把受重力作用下沉的颗粒托浮起来。所以说，多相流中连续相起主导作用，它起主导作用的根源，是连续相为湍流，这也就说明湍流理论是分析研究多相流的基础。

1.5 分散相被悬浮粒径与涡旋直径关系

多相流中分散相被悬浮的粒径 $d_{\alpha\beta}$ 计算方法，本书提出两个公式。

第一公式，在第4章中，即：

$$d_{\alpha\beta \max} = 27.15 d_{\Omega} \left(\frac{\rho u_{\Omega}^*}{\rho_{\alpha\beta} [\text{米/秒}]} \right)^{\frac{1}{2}}$$

它是根据物理学中两球体弹性碰撞的公式，结合多相流中涡旋球体与分散相球体互相碰撞导出的。

第二个公式，是式(5-1-47)，即：

$$d_{\alpha\beta} = \left(\frac{6\rho u \omega}{\rho_{\alpha\beta} g} \right)^{\frac{1}{3}} d_{\Omega} \quad (5-1-47)$$

它是依据涡旋的升力与颗粒重力相等原则得出的它们的相互关系。

式中， $d_{\alpha\beta}$ ——颗粒直径；

d_{Ω} ——涡旋直径；

ω ——涡旋转速；

u ——连续相流速；

ρ ——连续相密度；

$\rho_{\alpha\beta}$ ——分散相密度；

g ——重力加速度。

这两个公式，究竟哪个好些，更符合实际，只有经过实践总结或实验室进行实验而定。

1.6 无因次化运动控制物理方程

开始时，将运动控制物理方程无因次化，只是考虑运用数学计算方便，防止出现因次不和谐。

在应用中，发现它尚有其他三个优点，一是可以检验物理方程是否正确。如果能转化为含几个相应的无因次准数，如雷诺数 $Re = \frac{u_0 r_0}{\mu}$ 的无因次方程，则说明该物理方程是正确的；反之，则说明该物理方程有错误，可能建立考虑因素不完备，或建立时推导过程有误。二是可以方便地确定理想流与实际流运动分界线。这在数学上，是解函数定义域问题。三是将物理方程的分散的边界条件，组成相应的几个无因次数组，使解决问题的范围扩大。这个优点对解决工程问题特别方便、简便。

1.7 解微分方程思路转变

在研究不可压缩多相流管道运动时，遇到在数理方程书中称之为“泊阿松”方程。它在数学中已有成功的解法。然而，现在的方程要求的边界条件数目比数理方程书中要求的要多一些。如何用数理方程书中介绍的方法，又能满足现在遇到的边界条件比它多的解法。无时无力去探讨。

想到，解微分方程的宗旨，就是通过数学方法，找到方程应满足的条件的解。既然如此，若用其他数学方法也能找到能满足全部边界条件的解，不也是可行的吗？于是对遇到的方程实施“分开二次积分法”，结果得到满足全部边界条件的解。具体解法，在第4章第2节有详细的推导过程。

在研究可压缩多相流管道运动时，遇到非线性二阶偏微分方程，而且是常微分与偏微分共存的型式。求解无法，请教无门。唯一办法，动脑筋。已学过的数学解线性常微分方程的方法是先积分，然后，利用边界条件定积分常数，得到所求的定解。现在的问题，用此方法，行不通，只有另寻它法。

发现直管道中流体运动速度分布与弯管道速度分布截然不同，显然，说明管道形状与边界条件决定了速度分布的形状。

在流体力学中，解微分方程的目的中最重要的一个内容，就是求得速度分布。既然如此，为何不先用边界条件决定速度分布形状呢？在水力学中直管道速度分布公式为：

$$u = \frac{d\phi}{\mu dx} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (1-7-1)$$

对式(1-7-1)分析一下，它由两部分组成，第一部分是 $\left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$ ，它反映速度分布

形状,而且它是由管为直、壁面为零所确定的;第二部分是 $\frac{d\phi}{\mu dx}$,它是外力作用强度的体现,而且由解微分方程得到。这就是告诉人们,速度分布可以由边界条件先定出来,外力给予的强度可由速度乘以待定系数 n 体现,然后由解微分方程确定 n 值。例如,不可压缩流体在直管道的无因次速度可以先给出形状为:

$$U=n(1-R^2) \quad (1-7-2)$$

可压缩流体在直管中无因次速度分布:

$$U=(1-R^2)(1+z^a) \quad (1-7-3)$$

利用解微分方程的办法求出待定系数 n ,或待定指数。

开始时,曾以“逆算法”表明此解法,经过几年实践,认定此法可行。以前先积分,定积分常数后,才得定解速度。现在是给出速度形式后通过解微分方程定系数或指数,所以称之为“逆解法”。

1.8 开创“对数运算扩展法”解待定系数或指数

在研究湍流时,只用过以“对数运算扩展法”求待定系数 n 值,还是比较容易。当研究多相流是可压缩的情况,问题就复杂多了。如在第5章第1节“等温圆形管道多相流运动”时,虽是等温,但其密度 ρ 沿管道变化。所以运动控制方程应有两个,一是多相流连续性微分方程,由它转化浓度微分方程,本书以后就称之为浓度微分方程;二是动量微分方程。当将无因次速度与浓度表达式代入这两个方程后,得到只含 α, β 值时,方程特别冗长复杂。详见第5章第1节。

这样冗长的代数形含有函数项方程,如何由它们求出 α, β 值,又是必须解决的难关。于是规定以下三个基本原则:

- ① 必须把方程简化到不可再简单形式;
- ② “+”“-”号保持不动;但“-”号对与其有联系项,有调整正负号作用;
- ③ 式中函数项,仍然运用对数运算方法进行。

通过遵守三原则,运算结果得:

$$k \frac{\ln \phi_{a\beta}^{4/3} \left(\frac{\rho_{a\beta}}{\rho_e} \right)^{1.5} + \ln \alpha \beta}{(2-3.5\alpha-1.333\beta)} = \frac{\operatorname{Re} k_3 \phi_{a\beta l}^{4/3} \left(\frac{\rho_e}{\rho_{a\beta}} \right)^{2.5} \beta}{8k_1 k_2 \alpha^2} \quad (1-4-5)$$

式中,只有 α, β 是所求值,其他都是由边界条件组成的无因次数组,对具体问题均可以计算出。然而,只它一式,还是不能解出 α, β 值,必须有其他方程配合,其中除式(1-4-5)外,还要建立沿管道能量平衡方程式(5-1-45)。在这三个主要基本方程联合运作下,可以得到供参考的 α, β, l (管长)值。具体如何操作运算,只有详见第5章第1节例(5-1-1)求解过程。

1.9 多相流管道能量平衡方程

在一定条件下,研究多相流管道输送问题,一定会遇到管道为多长的问题,这是多相流研究必须解决的问题。因此,只有建立沿管道能量平衡方程,才能将管长 l 也纳入多相流问题讨论范围。

开始,想利用能量微分方程积分的办法求管长 l ,结果行不通。因为壁面摩擦力所造成的能量损失,无法体现出来。

后来,想到,已经根据边界条件要求,设定含有待定指数 α ,连续相速度分布式:

$$u = u_e \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \left[1 + \left(\frac{x}{r_0} \right)^\alpha \right]$$

含有待定指数 β 的浓度表达式:

$$\varphi_{\alpha\beta} = \varphi_{\alpha\beta l} \left[1 + \left(\frac{x}{r_0} \right)^\beta \right]$$

为何不利用其速度计算壁面摩擦力沿管道积分;利用浓度与速度结合的办法,将连续相与分散相动能沿程度化体现出来;而其涡旋动能,通过例题计算,得知相对很小。所以,只要将壁面摩擦损失能量与动能相加起来,就等于压能下降,这样就得到式(5-1-45),即多相流沿管道能量平衡方程。这个方程含有 α , β 与管长 l ,由此, l 就被纳入多相流研究范围。

下面简介式(5-1-45)在研究多相流具体问题求解中的重要作用:由例(5-1-1)题求解时,可知,首先由式(5-1-36)开始,通过它可以得到两组 α , β 值,将这两组值,分别代入式(5-1-45),可得对应的两组 α , β , l 值。然后,将这两组 α , β , l 值分别代入式(4-5-10),计算出对应的两组 $\varphi_{\alpha\beta}|_l$ 值,哪组算出的 $\varphi_{\alpha\beta}|_l$ 值好呢;将这两个 $\varphi_{\alpha\beta}|_l$ 值分别代入式(5-1-29)又得出由该式计算出的 $\varphi'_{\alpha\beta}|_l$ 值,对比前式与后式 $\varphi_{\alpha\beta}|_l - \varphi'_{\alpha\beta}|_l$ 之差,哪个差值小,就选哪组 α , β , l 值,可以重复一两次,则可得较准值。具体过程,详见例题(5-1-1),特别冗长麻烦,但可以得出参考结果。

最后说明一下浓度式 $\varphi_{\alpha\beta} = \varphi_{\alpha\beta l} (1 + z^\beta)$ 的两个作用,第一是它代入浓度与动量方程后,建立起 α 与 β 同在一起的新方程式(5-1-36)。从而它与 α 被限定取值范围,不能乱取;而它与 α 值互相制约。第二个作用是对最后判定哪组 α , β , l 值较好,起比较判定作用。但应指出,不能由它返过来确定 β 值。

1.10 理想气体状态方程与一维质量守恒 在研究多相流运动中的作用

质量守恒,联系着密度与速度变化互相依赖关系,通过它可以将连续相密度 ρ 转化

为速度。

在等温条件下, $p=\rho R_1 T$, 由密度转变为速度, 则压力变成由速度表示。

在绝温条件下, 沿多相流管道温度是变化的, 不过这时增加一个能量微分方程, 密度 ρ 仍然可以转化为速度, 这样压力 p 也就可以用速度与温度换掉, 使得未知量变少。

总之这两个方程, 在处理一维多相流运动过程中, 起到减少未知量、化简方程的作用。

1.11 具体问题作具体分析原则应用

现在所研究多相流, 遇到问题不全是力学数学上的问题; 有的则是与多相流相关的实际工程上的问题。既然如此, 问题有的则是多方面互相制约, 互相联系着。所以考虑问题, 必须从实际出发, 以具体问题作具体分析的办法来处理它。开始时, 没有这种思维方法, 即使很简单的问题, 也久拖不能解决, 不能把问题引入正确的解决路道。

例如, 由浓度方程导得:

$$\ln z = \frac{\ln \varphi_{a\beta l}^{4/3} \left(\frac{\rho_{a\beta}}{\rho_l} \right)^{1.5} + \ln \alpha \beta}{(2 - 3.5\alpha - 1.333\beta)}$$

由动量方程导得:

$$\ln z = \frac{R_e k_3 \varphi_{a\beta l}^{4/3} \left(\frac{\rho_l}{\rho_{a\beta}} \right)^{2.5} \beta}{8k_1 k_2 \alpha^2 - (1 + 2.666\beta)}$$

从形式上, 两个 $\ln z$ 可以相等, 但理论上根本不会相等。而从解决问题上, 则又要求 α, β 值在浓度与在动量方程中应该是一样值。根据这个要求, 就必须把两式等起来。所以在左边乘以 k , 使其相等。

再具体计算找到合理的 k 值, 然后, 才能顺理找到两组 α, β 值, 能实现在浓度与动量方程均一样。具体解法, 详见例(5-1-1)。

再如, 当数学运算结果与力学要求相矛盾时, 应以力学原则决定取舍与调整。

这样的问题, 发生在有坐标系动量矩微分方程推导中, 都会出数学结果, 从力学的观点不存在; 有的数学结果, 从力学观点, 它不应该在 i 轴而是应发生在 j 轴。对于这种问题的出现, 也是服从力学原则, 将其进行调整。

以上是将遇到的问题选出两例, 作为从实际出发, 具体问题作具体分析思维与处理方法应用的说明。

第2章 多相流体动力学基本方程组

基本方程是指方程没有与坐标系联系的物理方程。方程组是指质量、动量、动量矩、能量四守恒方程。

多相流是物理体，它的运动应受物理学中恒定律的支配。而应用守恒定律必须以系统作为研究对象。多相流是由连续相与分散相组成的，它们运动速度不同，运动一段时间，会出现分离、分层现象。若以控制体作为研究多相流的对象，它又不满足守恒定律应用的条件。解决上述矛盾，是以建立系统为出发点，当运动时间 $t \rightarrow 0$ 时，以控制体为归宿，建成多相流输运公式。

2.1 多相流系统积分方程组

所谓系统，是指在多相流的流场中划出一有限大小的分离体，作为研究对象，它在运动中与外界没有质量交换，如图2-1所示。现在对它应用守恒定律，建立其相应的积分方程。

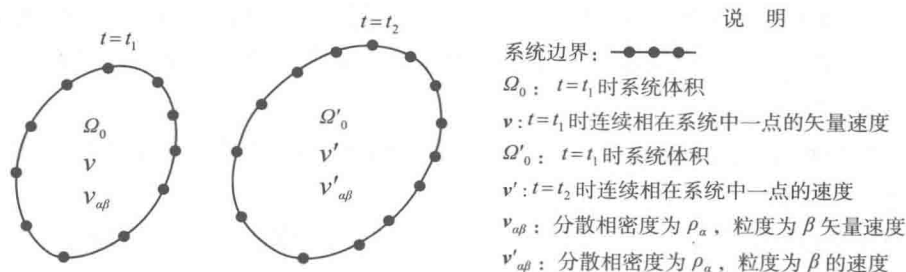


图2-1 系统运动示意

2.1.1 质量积分方程

在多相流中划出的系统，其质量为 M ，在运动过程中，应服从质量守恒定律，运用拉格朗日分析方法，其数学表达式为：

$$\frac{DM}{Dt} = \frac{D}{Dt} \iiint_{\Omega_0} (\varphi_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} + \varphi_1 \rho) d\Omega_0 = 0 \quad (2-1-1)$$

式中: $\varphi_1 = 1 - \varphi_{\alpha\beta}$;

(a)

$\varphi_{\alpha\beta}$ ——分散相密度为 α ，粒度为 β 的点的体积分数；

$\rho_{\alpha\beta}$ ——分散相密度为 α ，粒径为 β 的密度。

2.1.2 系统动量积分方程

从多相流流场中，划出一系统，其具有动量为 k ，据动量守恒定律，在运动过程中，其对时间变化率等于外界作用其上的合力，运用拉格朗日分析方法，其数学表达式为：

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{D}{Dt} \iiint_{\Omega_0} (\varphi_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} \mathbf{v}_{\alpha\beta} + \varphi_1 \rho \mathbf{v}) d\Omega_0 = \iiint_{\Omega_0} \mathbf{f} (\varphi_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} + \varphi_1 \rho) d\Omega_0 + \oint_{A_0} \mathbf{p}_n dA_0 \quad (2-1-2)$$

式中： $\mathbf{p}_n$ ——作用在系统表面上应力矢量；

A_0 ——系统表面的面积。

2.1.3 系统动量矩积分方程

从多相流流场中，划出的系统，它对某点动量矩 M_0 ，其对时间变化率，等于外界作用在系统上所有外力对该点力矩之和，据动量矩守恒定律，运用拉格朗日分析方法，其数学表达式：

$$\frac{DM_0}{Dt} = \frac{D}{Dt} \iiint_{\Omega_0} (\mathbf{r} \times (\varphi_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} \mathbf{v}_{\alpha\beta} + \varphi_1 \rho \mathbf{v})) d\Omega_0 = \iiint_{\Omega_0} (\mathbf{r} \times \mathbf{f}) (\varphi_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} + \varphi_1 \rho) d\Omega_0 + \oint_{A_0} (\mathbf{r} \times \mathbf{p}_n) dA_0 \quad (2-1-3)$$

2.1.4 系统能量积分方程

由能量守恒定律可知，单位时间，由外界传入系统中热量与外界力对系统所作功之和等于该系统总能量 E 对时间的变化率。据此，在多相流流场中，划出一系统，运用拉格朗日分析方法，得其数学表达式：

$$\begin{aligned} \frac{DE}{Dt} = \frac{D}{Dt} \iiint_{\Omega_0} & \left[\varphi_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} \left(e_{\alpha\beta} + \frac{v_{\alpha\beta}^2}{2} \right) + \varphi_1 \rho \left(e + \frac{v^2}{2} \right) \right] d\Omega_0 = \oint_{A_0} \mathbf{n} (\varphi_{\alpha\beta}^{2/3} \mathbf{q}_{\alpha\beta\lambda} + \varphi_2 \mathbf{q}_\lambda) dA_0 \\ & + \iiint_{\Omega_0} (\varphi_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} + \varphi_1 \rho) q_R d\Omega_0 + \iiint_{\Omega_0} [f (\varphi_{\alpha\beta} \rho_{\alpha\beta} \mathbf{v}_{\alpha\beta} + \varphi_1 \rho \mathbf{v})] d\Omega_0 \\ & + \oint_{A_0} [\mathbf{p}_n (\varphi_{\alpha\beta}^{2/3} \mathbf{v}_{\alpha\beta} + \varphi_2 \mathbf{v})] dA_0 \end{aligned} \quad (2-1-4)$$

式中： $\varphi_2 = 1 - \varphi_{\alpha\beta}^{2/3}$ ； (b)

$\mathbf{q}_{\alpha\beta\lambda}$ ——单位时间通过系统表面上单位面积，以导热方式传给分散相的热量，称之为热通量矢；

$\mathbf{q}_\lambda$ ——单位时间通过系统表面上单位面积，以导热方式传给连续相的热量矢；

q_R ——单位时间，以热辐射方式传入到系统内单位质量上的热量；

e ——连续相为气体时的流体内能；

$e_{\alpha\beta}$ ——分散相为气体时的流体内能。

2.2 多相流输运公式

在多相流的流场中，用拉格朗日方法，得到的积分公式，是对运动着的系统而言的。要弄清整个多相流的流场中的运动参数变化情况，必须跟踪其大量的系统，这样工作量很大，以至于无法完成。

鉴于这种情况，采用流体力学中另一种研究方法，称之为欧拉方法。欧拉方法是在多相流的流场中划出的分离体为固定不动的空间，称之为控制体。因为控制体是固定不动的，其中的空间点也就是固定可数的，研究起来方便。而研究目的是确定通过控制体内流体运动参数变化情况，而通过控制体的流体总是运动着的。若对含有多相流的控制体应用物理学四守恒定律，是行不通的。因为四守恒定律只能应用于运动物体。而控制体不动，其中流体动，这是矛盾的，结果，对控制体不可能直接应用四守恒定律。

解决上述矛盾的方法，就是输运公式：将控制体内的多相流取为系统，它的外表面与控制体表面吻合，其体积与控制体相同。因为系统是运动的，可以对它应用物理学中四守恒定律。经过一段时间 Δt ，系统运动到新的位置，当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，得到系统中物理量对时间的变化率，当然也就得到控制体中的物理量对时间的变化率。这样系统的积分方程也就变成对控制体的积分方程。联系这个转变过程的桥梁，就是输运公式。

多相流运动，其起主导作用的连续相，可为不可压缩流体，也可为可压缩流体。当连续相为液体时，分散相为气泡，它也是属于可压缩多相流运动。综合上述情况，多相流输运公式分为不可压缩多相流输运公式与可压缩多相流输运公式。

2.2.1 不可压缩多相流输运公式

在多相流场中，画出系统与控制体关系示意图，如图2-2所示。 Δt 时间内，系统运动到新的位置，当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，它们近似重合。由于限定研究对象为不可压缩流体，所以系统在运动过程中只有形状改变，而体积不变。

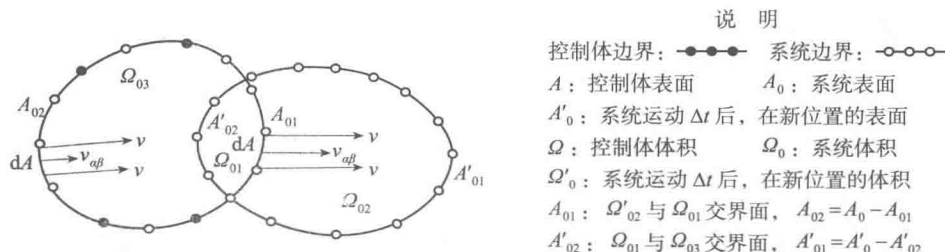


图2-2 不可压缩流体系统与控制体关系示意图