

高等学校机械设计制造及其自动化专业“十三五”规划教材

理论力学

(第二版)

◎主编 张功学

◎主审 王忠民



理论力学



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

高等学校机械设计制造及其自动化专业“十三五”规划教材

理 论 力 学

(第二版)

主 编 张功学

主 审 王忠民

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书是根据我国高等教育最新培养计划中理论力学课程的内容要求组织编写的。考虑到机械类专业本科生源的实际情况,在保证基础的前提下,教材编写时涉及了诸多工程实际,以强化学生工程应用能力的培养。

全书包含静力学、运动学、动力学3篇,共14章内容。静力学部分包括静力学的基本概念与物体的受力分析、平面基本力系、平面任意力系及空间力系等4章内容;运动学部分包括运动学基础、点的合成运动及刚体的平面运动等3章内容;动力学部分包括质点动力学、动量定理及其应用、动量矩定理及其应用、动能定理及其应用、达朗贝尔原理(动静法)及其应用、虚位移原理(静动法)及其应用及机械振动基础等7章内容。每章后均配有相应的思考题与习题,全书最后附有习题答案。本课程推荐学时数为56~80学时。

本教材适于工程型本科机械、包装、土木、航空航天、装备、制造、地质、采矿、冶金、材料等专业学生学习之用。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/张功学主编. —2版. —西安:西安电子科技大学出版社,2016.8
高等学校机械设计制造及其自动化专业“十三五”规划教材
ISBN 978-7-5606-4180-5

I. ①理… II. ①张… III. ①理论力学—高等学校—教材 IV. ①O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 168374 号

策 划 马乐惠

责任编辑 陈 婷 马乐惠

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西天意印务有限责任公司

版 次 2016年8月第2版 2016年8月第5次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印 张 20

字 数 472千字

印 数 11 001~14 000册

定 价 35.00元

ISBN 978-7-5606-4180-5/O

XDUP 4472002-5

*** 如有印装问题可调换 ***

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

前 言

本书是依据教育部《高等学校工科非力学专业力学基础课程教学基本要求》，结合当前理论力学课程的教学实际，同时听取了兄弟院校教师及广大读者的意见，在第一版的基础上修订而成的。

本书保留了第一版的体系结构，对全书的内容和编排做了必要的增删、修改，统一了描述方式，更正了第一版中存在的印刷错误以及符号使用不够规范之处，删除、增加、修订了部分习题。

本版的修订工作由张功学和赵志明两位老师完成，其中赵志明负责第1章～第4章的修订，张功学负责第5章～第14章的修订。张功学还对全书进行了统稿校阅，并担任本书主编。

本书虽经修改，但由于编者水平所限，疏漏之处仍在所难免，欢迎广大读者批评指正。

张功学 E-mail: zhanggx@sust.edu.cn

编者于陕西科技大学沁园小区
2016年6月

第一版前言

理论力学是为高等院校机械、包装、土木、航空航天、装备、制造、地质、采矿、冶金、材料等专业本科生开设的一门技术基础课，是材料力学、机械原理、机械设计等课程的重要理论基础。本教材是根据当前工程型本科专业的生源特点和实际情况，根据国家教育部颁布的高等院校工科非力学专业理论力学课程教学的基本要求，结合编者 20 多年的教学经验编写而成的，可满足 56~80 学时的理论力学课程的教学需求。

本教材包含静力学、运动学、动力学 3 篇内容。静力学以力系分类为主线，采用由平面到空间、由易到难的编排原则编写；运动学简化了基础内容，强调点的合成运动与刚体平面运动；动力学简化了动力学基础，强调动力学综合应用、达朗贝尔原理及虚位移原理，以工程应用为出发点，介绍机械振动基础。

参加本教材编写工作的人员有陕西科技大学张功学、侯东生教授，陈继生副教授。张功学任主编，侯东生任副主编。张功学编写绪论、第 1~7 章及习题答案；陈继生编写第 8~11 章；侯东生编写第 12~14 章。全书由张功学、侯东生负责统稿。

西安理工大学王忠民教授仔细审阅了本书，并提出了许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中疏漏在所难免，欢迎广大读者批评指正。

张功学 E-mail: zhanggx@sust.edu.cn

编 者

2007 年 8 月

目 录

绪论	1
----------	---

第一篇 静 力 学

第 1 章 静力学的基本概念与物体的 受力分析	5	思考题	33
1.1 静力学的基本概念	5	习题	34
1.1.1 力与力系	5	第 3 章 平面任意力系	38
1.1.2 刚体、质点、质点系	6	3.1 力的平移定理	38
1.1.3 平衡	6	3.2 平面任意力系的简化	39
1.2 静力学公理	6	3.2.1 平面任意力系向作用面内 任意一点的简化	39
1.3 约束与约束反力	9	3.2.2 固定端约束	40
1.3.1 约束与约束反力的概念	9	3.2.3 平面任意力系的简化结果分析	41
1.3.2 工程中常见的约束及其反力	10	3.3 平面任意力系的平衡条件与 平衡方程	42
1.4 物体的受力分析与受力图	14	3.3.1 平面任意力系的平衡条件	42
思考题	17	3.3.2 平面任意力系的平衡方程	42
习题	19	3.3.3 平面平行力系的平衡方程	43
第 2 章 平面基本力系	21	3.4 物体系统的平衡问题和静定与 静不定问题	47
2.1 平面汇交力系合成与平衡的几何法	21	3.4.1 物体系统的平衡问题	47
2.1.1 平面汇交力系合成的几何法	21	3.4.2 静定与静不定问题	47
2.1.2 平面汇交力系平衡的几何条件	22	3.5 简单平面桁架	52
2.2 平面汇交力系合成与平衡的解析法	23	3.5.1 桁架及其简化模型	52
2.2.1 力的投影及其求法	23	3.5.2 计算桁架内力的节点法	53
2.2.2 合力投影定理	23	3.5.3 计算桁架内力的截面法	55
2.2.3 平面汇交力系合成的解析法	24	3.6 摩擦及其平衡问题	56
2.2.4 平面汇交力系的平衡方程	24	3.6.1 摩擦及其分类	56
2.3 平面力对点之矩	27	3.6.2 滑动摩擦力及其性质	56
2.3.1 力对点之矩	27	3.6.3 摩擦角的概念与自锁现象	58
2.3.2 合力矩定理	28	3.6.4 有摩擦时的平衡问题举例	59
2.3.3 力对点之矩的求法	28	3.6.5 滚动摩阻	62
2.4 平面力偶理论	29	思考题	64
2.4.1 力偶与力偶矩	29	习题	65
2.4.2 力偶的性质	30		
2.4.3 平面力偶系的合成与平衡条件	31		

第4章 空间力系	73	4.3.3 空间任意力系的简化	78
4.1 力在空间直角坐标轴上的 分解与投影	73	4.3.4 空间任意力系简化结果的 物理意义	80
4.1.1 力在空间直角坐标轴上的分解	73	4.4 空间力系的平衡	80
4.1.2 力在空间直角坐标轴上的投影	73	4.4.1 空间汇交力系的平衡方程	81
4.2 力对点之矩、力对轴之矩及 空间力偶矩矢	75	4.4.2 空间平行力系的平衡方程	81
4.2.1 力对点之矩	75	4.4.3 平面任意力系的平衡方程	82
4.2.2 力对轴之矩	75	4.5 平行力系的中心与物体的重心	86
4.2.3 空间力偶矩矢	77	4.5.1 平行力系的中心	86
4.3 空间力系的简化	78	4.5.2 物体重心的概念	87
4.3.1 空间汇交力系的简化	78	4.5.3 确定重心位置的方法	88
4.3.2 空间力偶系的简化	78	思考题	92
		习题	92

第二篇 运 动 学

第5章 运动学基础	99	6.1.3 坐标变换	121
5.1 点的运动学	99	6.2 点的速度合成定理	122
5.1.1 矢量法	99	6.3 牵连运动为平动时点的加速度 合成定理	126
5.1.2 直角坐标法	100	6.4 牵连运动为转动时点的加速度合成 定理及科氏加速度	128
5.1.3 自然法	102	思考题	134
5.2 刚体的平行移动	107	习题	135
5.3 刚体的定轴转动	108	第7章 刚体的平面运动	140
5.3.1 定轴转动的运动方程、角速度与 角加速度	108	7.1 刚体平面运动概述与运动分解	140
5.3.2 转动刚体内各点的速度和 加速度	109	7.2 平面图形上各点的速度分析	142
5.3.3 轮系的传动比	112	7.2.1 求平面图形内各点速度的 基点法	142
5.3.4 角速度与角加速度的矢量表示及 速度与加速度的矢积表示	113	7.2.2 求平面图形内各点速度的 瞬心法	145
思考题	114	7.3 用基点法求平面图形内各点的 加速度	149
习题	115	7.4 运动学知识的综合应用	152
第6章 点的合成运动	120	思考题	157
6.1 相对运动、牵连运动及绝对运动	120	习题	158
6.1.1 两种参考系	120		
6.1.2 三种运动	120		

第三篇 动 力 学

第8章 质点动力学	165	8.2.1 直角坐标投影式	166
8.1 动力学基本定律	165	8.2.2 自然坐标投影式	166
8.2 质点运动微分方程	166	思考题	170

习题	171	11.1.5 约束力的功与理想约束	213
第 9 章 动量定理及其应用	174	11.1.6 功率	214
9.1 动量和冲量	174	11.2 动能的计算	215
9.1.1 动量	174	11.2.1 质点的动能	215
9.1.2 力的冲量	175	11.2.2 质点系的动能	215
9.2 动量定理	176	11.2.3 刚体的动能	216
9.2.1 质点动量定理	176	11.3 动能定理	217
9.2.2 质点系动量定理	176	11.3.1 质点的动能定理	217
9.2.3 质点系动量守恒定律	178	11.3.2 质点系的动能定理	218
9.3 质心运动定理及质心运动守恒定律	180	11.3.3 功率方程	219
9.3.1 质心运动定理	180	11.4 势能及机械能守恒定律	223
9.3.2 质心运动守恒定律	181	11.4.1 势力场与势能	223
思考题	183	11.4.2 几种常见的势能	224
习题	184	11.4.3 机械能守恒定律	225
第 10 章 动量矩定理及其应用	188	11.5 动力学普遍定理的综合应用	225
10.1 动量矩的计算	188	思考题	230
10.1.1 质点的动量矩	188	习题	231
10.1.2 质点系的动量矩	188	第 12 章 达朗贝尔原理(动静法)及其应用	235
10.1.3 刚体的动量矩	189	12.1 达朗贝尔原理	235
10.2 动量矩定理	190	12.1.1 达朗贝尔惯性力与质点的达朗贝尔原理	235
10.2.1 质点的动量矩定理	190	12.1.2 质点系的达朗贝尔原理	236
10.2.2 质点系的动量矩定理	190	12.2 惯性力系的简化	238
10.2.3 动量矩守恒定律	193	12.2.1 惯性力系的主矢	238
10.3 刚体对轴的转动惯量	194	12.2.2 惯性力系的主矩	238
10.3.1 刚体对轴的转动惯量的定义	194	12.3 刚体绕定轴转动时轴承的动约束力	243
10.3.2 常见刚体对轴的转动惯量	194	12.3.1 静约束力与动约束力	244
10.3.3 回转半径(或惯性半径)	197	12.3.2 静平衡与动平衡	244
10.3.4 平行轴定理	197	思考题	246
10.4 刚体定轴转动微分方程	198	习题	247
10.5 质点系相对于质心的动量矩定理及刚体平面运动微分方程	200	第 13 章 虚位移原理(静动法)及其应用	251
10.5.1 质点系相对于质心的动量矩定理	200	13.1 约束、自由度与广义坐标	251
10.5.2 刚体平面运动微分方程	201	13.1.1 约束及其分类	251
思考题	205	13.1.2 自由度与广义坐标	252
习题	206	13.2 虚位移与理想约束	253
第 11 章 动能定理及其应用	210	13.2.1 虚位移	253
11.1 功与功率	210	13.2.2 确定虚位移间关系的方法	253
11.1.1 常力在直线路程上的功	210	13.2.3 虚功与理想约束	255
11.1.2 变力在曲线路程中的功	210	13.3 虚位移原理	256
11.1.3 合力的功	211		
11.1.4 常见力的功	211		

思考题	261	14.4 隔振	283
习题	262	14.4.1 主动隔振	283
第 14 章 机械振动基础	265	14.4.2 被动隔振	284
14.1 单自由度系统的自由振动	265	14.5 两个自由度系统的自由振动	286
14.1.1 无阻尼自由振动微分方程	265	14.5.1 作用力方程及其解	287
14.1.2 无阻尼自由振动的特点	266	14.5.2 位移方程及其解	290
14.1.3 弹簧的串联与并联	267	14.6 两个自由度系统的受迫振动及	
14.1.4 其它类型的单自由度		动力减振器	292
振动系统	269	14.6.1 两个自由度受迫振动微分	
14.1.5 计算固有频率的能量法	270	方程及其解	292
14.2 单自由度系统的有阻尼自由振动	271	14.6.2 动力减振器及其应用	293
14.2.1 阻尼的概念	271	思考题	295
14.2.2 振动微分方程	272	习题	296
14.2.3 阻尼对自由振动的影响	272	习题答案	300
14.3 单自由度系统的受迫振动	276	参考文献	310
14.3.1 无阻尼受迫振动	276		
14.3.2 有阻尼受迫振动	279		

1. 理论力学的研究对象与内容

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

所谓**机械运动**，是指物体在空间的位置随时间而发生变化。机械运动是人们日常生活和生产实践中最常见、最简单的一种运动。平衡是指物体相对于惯性参考系保持静止或作匀速直线运动的状态，是机械运动的特殊情况。

本课程的研究对象是速度远小于光速的宏观物体的机械运动，它以伽利略和牛顿总结的基本定律为基础，属于经典力学的范畴。至于速度接近于光速的物体的运动和基本粒子的运动，需要用相对论和量子力学的观点予以完善解释。

掌握物体机械运动的普遍规律，不仅能够解释许多发生在我们周围的机械运动现象，而且还能将理论力学的定律和结论广泛应用于工程实践之中。机械与建筑结构的设计、航空与航天技术等，都以本学科的理论为基础。

本书的研究内容分为静力学、运动学和动力学三部分。静力学主要研究物体的平衡规律，包括物体的受力分析、力系的简化、物体的平衡条件等问题；运动学是从几何角度研究物体的运动（如轨迹、速度、加速度等），而不考虑引起物体运动的物理原因；动力学研究物体的运动与其受力之间的关系。

2. 理论力学的研究方法与手段

科学研究的过程，就是认识客观世界的过程。理论力学的研究方法符合辩证唯物主义认识论的“实践→认识→再实践”的循环发展过程。

观察和实验是理论发展的基础。通过观察生活和生产实践中的各种现象，进行无数次的科学实验，经过分析、归纳与综合，总结出力学最基本的概念和定律。力、力矩、加速度等概念以及摩擦定律、动力学三大定律等都是在大量实践和实验的基础上经分析、归纳与综合而得到的。

通过抽象化建立力学模型。客观事物总是复杂多样的，当我们在实践中获得大量资料之后，必须根据所研究问题的性质，抓住主要的、起决定性作用的因素，撇开次要的、偶然的因素，深入事物的本质，了解其内部联系，这就是力学中普遍采用的抽象化方法。例如，在研究物体机械运动时，撇开物体的变形，就得到**刚体**的模型；在另一些问题中，撇开物体的大小和形状，就得到**质点**的模型等。一个实际物体究竟应该作为质点还是作为刚体来看待，主要取决于所讨论问题的性质，而不是取决于物体本身的大小和形状。例如机器上的零件，尽管尺寸不大，但是当要研究它的运动时，就必须将其视为刚体。一列火车虽然

很长,但当我们考察其沿铁路运行的距离、速度、加速度时,可将其视为质点。即使同一个物体,在不同问题中有时可视为质点,有时则可视为刚体。如对于同一个研究对象地球,研究地球自转时可将其视为刚体,研究地球绕太阳公转时可将其视为质点。

在建立力学模型的基础上,从基本定律出发,用数学演绎和逻辑推理的方法,得出正确的具有理论意义和实用价值的定理和结论,在更高的水平上指导实践,推动生产力的发展。

辩证唯物主义认识论是:从实践到理论,再由理论到实践,通过实践进一步补充和发展理论,然后再回到实践,如此循环往复,每一个循环都在原有的基础上提高一步。理论力学与所有其它科学一样,也是沿着这条道路不断地向前发展。

3. 理论力学的学习目的与方法

理论力学研究的是物体机械运动的一般规律,是一门理论性较强的技术基础课。

运用理论力学知识,可以直接解决许多工程中有关机械运动的问题,对于一些比较复杂的工程问题,则需要综合运用理论力学和其它专门知识共同解决。

理论力学是工科专业一系列后续课程的重要基础,如材料力学、机械原理、机械设计、结构力学、弹塑性力学、流体力学、振动力学、断裂力学等都以理论力学为基础。

理论力学课程的系统性和实践性较强,学习过程中不仅要掌握基本概念,领会公式推导的依据、物理意义、应用条件及适用范围等,还要重视分析问题与解决问题的方法,善于抓住工程问题的本质,建立合理的力学模型,培养抽象和逻辑思维能力,培养综合分析和创新能力,为今后解决工程实际问题,从事科学研究打下坚实的基础。

第一篇 静力学

引 言

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学，主要研究以下三方面的问题。

1. 物体的受力分析

分析物体共受几个力作用，每个力的作用位置及其方向。

2. 力系的简化

所谓力系，是指作用在物体上的一群力。如果作用在物体上的两个力系的效果是相同的，则这两个力系互称为**等效力系**。用一个简单力系等效地替换一个复杂力系的过程称为**力系的简化**。力系简化的目的是简化物体受力情况，以便于进一步分析和研究。

3. 建立各种力系的平衡条件

刚体处于平衡状态时，作用于刚体上的力系应该满足的条件称为**力系的平衡条件**。满足平衡条件的力系称为**平衡力系**。力系平衡条件在工程中有着特别重要的意义，是设计结构、构件和零件的力学基础。

第 1 章 静力学的基本概念与物体的受力分析

1.1 静力学的基本概念

1.1.1 力与力系

力是人们从长期的生产实践中经抽象而得到的一个科学概念。例如，当人们用手推、举、抓、掷物体时，由于肌肉收缩逐渐产生了对力的感性认识。随着生产的发展，人们逐渐认识到，物体运动状态及形状的改变，都是由于其它物体对其施加作用的结果。这样，由感性到理性建立了力的概念：力是物体间相互的机械作用，其作用效果是使物体运动状态或形状发生改变。

实践表明，力的效应有两种：一种是使物体运动状态发生改变，称为力对物体的外效应；另一种是使物体形状发生改变，称为力对物体的内效应。在理论力学课程中将物体视为刚体，只考虑其外效应，而在材料力学课程中则将物体视为变形体，需考虑其内效应。

力是物体间相互的机械作用，力不能脱离物体而独立存在。在分析物体受力时，必须注意物体间的相互作用关系，分清施力体与受力体。否则，就不能正确地分析物体的受力情况。

由经验可知，力对物体的作用效果取决于三个要素：力的大小、方向、作用点。此即称为力的三要素。在国际单位制(SI)中以牛顿(N)作为力的计量单位，有时也用千牛顿(kN)，其关系为 $1\text{ kN}=1000\text{ N}$ 。

力的三要素可用一个矢量来表示(如图 1-1 所示)。矢量长度按照一定比例表示力的大小；矢量方向为力的作用方向；矢量的起始端或末端为力的作用点(如图 1-1 中的 A、B 点)。本书用粗体字母 $\boldsymbol{F}$ 表示力矢量，而用普通字母 F 表示力的大小。

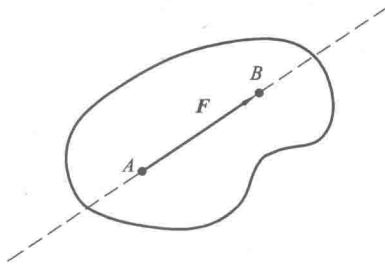


图 1-1

依据力的作用范围可将力分为集中力和分布力。

(1) **集中力(集中载荷)**：当力的作用面面积相对于结构或构件尺寸很小时，可视其为作用于结构或构件上一点，称其为集中力。

(2) **分布力(分布载荷)**：分布于物体上某一范围内的力称为分布力。分布力用载荷集度 q 来表示。在一定体积范围内分布的力称为体分布力，其单位为牛/米³(N/m³)；在一定面积范围内分布的力称为面分布力，其单位为牛/米²(N/m²)。工程设计中，常将体、面分布力简化为连续分布在某一段长度范围内的力，称为线分布力，其单位为牛/米(N/m)。

作用在物体上的一群力称为力系。依据力系中各力作用线是否在同一平面内，可将力系分为空间力系和平面力系；依据力系中各力作用线是否相交或平行，又可将力系分为汇

交力系、平行力系与任意力系，若力系中每个力都有相应的与之构成力偶，则该力系称为力偶系。汇交力系、平行力系、力偶系均为任意力系的特殊情形。

1.1.2 刚体、质点、质点系

所谓**刚体**，是指在任何力的作用下都不发生变形的物体，其表现特征为物体内部任意两点之间的距离始终保持不变。宇宙中并无刚体存在，刚体是一种理想化的力学模型，这种模型使问题的研究得以简化。若无特殊说明，静力学中所研究的物体均为刚体，所以静力学又称为**刚体静力学**。

应该指出，是否可将所研究的物体抽象为刚体，取决于所研究问题的内容和条件。当变形这一因素在所研究的问题中不起主要作用时，可将物体视为刚体；当变形这一因素在所研究的问题中起主要作用时，就必须用另一种模型——变形体来代替。变形体的力学问题将在材料力学课程中研究。

所谓**质点**，是指具有一定质量而其形状、大小可以忽略不计的物体。是否可将所研究的物体视为质点，亦取决于所研究问题的内容与条件。如在研究行星绕太阳的运动时，行星虽然很大，但比起它的运动范围来说是很小的，可将其视为质点；而在研究行星的自转时，就不能将其视为质点了。

所谓**质点系**，是指由有限个或无限个有一定联系的质点组成的质点系统。若质点系中各质点的距离保持不变，则这种质点系称为几何不变质点系。刚体就是由无限个质点组成的不变质点系。由若干个有一定联系的刚体组成的系统称为**物体系统**(简称为**物系**)。

1.1.3 平衡

所谓**平衡**，是指物体相对于惯性参考系(通常取为固结在地球表面的参考系)保持静止或做匀速直线运动的状态。地面上的各种建筑物、桥梁、机床的床身、做匀速直线飞行的飞机等都处于平衡状态。平衡是物体运动的一种特殊形式。

若物体在一个力系作用下处于平衡状态，则该力系称为平衡力系，该力系中任意一力对其余力来说都称为平衡力。

1.2 静力学公理

在生产实践中，人们对物体的受力进行了长期观察和试验，对力的性质进行了概括和总结，得出了一些经过实践检验是正确的、大家都承认的、无须证明的正确理论，这就是静力学公理。

公理一(二力平衡原理) 作用在刚体上的两个力使刚体保持平衡的充分必要条件是：两力大小相等，方向相反，作用在同一直线上，或者说二力等值、反向、共线。

此公理阐明了由两个力组成的最简单力系的平衡条件，是一切力系平衡的基础。此公理只适用于刚体，对于变形体来说，它只给出了必要条件，而非充分条件。图 1-2 为二力平衡原理的示意图。

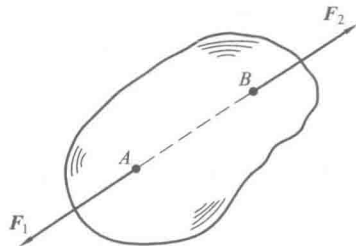


图 1-2

工程中经常遇到不计自重, 且只在两点处各受一个集中力作用而处于平衡状态的刚体。这种只在两个力作用下处于平衡状态的刚体, 称为**二力构件(二力杆)**。二力构件的形状可以是直线形的, 也可以是其它任何形状的, 图 1-3 中的 BC 杆即为一个二力构件。作用于二力构件上的两个力必然等值、反向、共线。在结构中找出二力构件, 对整个结构系统的受力分析是至关重要的。

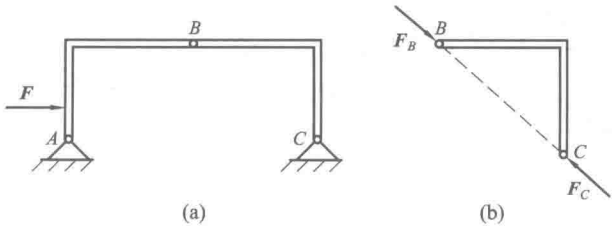


图 1-3

公理二(加减平衡力系原理) 在已知力系上, 加上或减去任意平衡力系, 而不改变原力系对刚体的作用效果。

也就是说, 如果两个力系只相差一个或几个平衡力系, 它们对刚体的作用效果相同。此公理是力系简化的基础。

推论 1(力的可传性定理) 作用于刚体某点上的力, 其作用点可以沿其作用线移动到刚体内任意一点, 而不改变原力对刚体的作用效果。

证明: 设一力 F 作用于刚体上的 A 点, 如图 1-4(a) 所示。根据加减平衡力系原理, 可在力的作用线上任取一点 B , 加上两个相互平衡的力 F_1 和 F_2 , 使 $F = F_1 = F_2$, 如图 1-4(b) 所示。由于 F 和 F_1 构成一个新的平衡力系, 故可减去, 这样只剩下一个力 F_2 , 如图 1-4(c) 所示。于是原来的力 F 与力系 (F, F_1, F_2) 以及力 F_2 互为等效力系。这样, F_2 可看成是原力 F 的作用点沿其作用线由 A 移到了 B 。

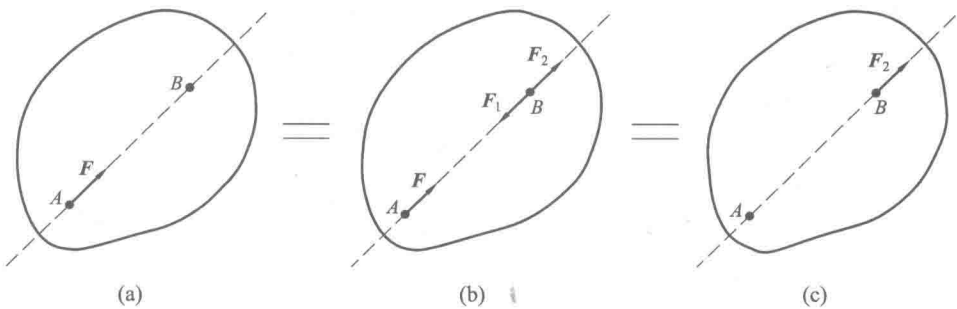


图 1-4

由此可见, 对于刚体来说, 力的作用点已不是决定力的作用效果的要素, 它已为作用线所替代。因此, 作用于刚体上力的三要素是力的大小、方向和作用线。

公理二及其推论 1 只适用于刚体, 不适用于变形体。对于变形体来说, 作用力将产生内效应, 当力沿其作用线移动时, 内效应将发生改变。

公理三(力的平行四边形法则) 作用在物体上同一点的两个力, 可以合成为一个合力。合力作用点也在该点, 合力的大小和方向由这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线所决定。

图 1-5(a)为力的平行四边形法则示意图。力的平行四边形法则也可表述为合力矢等于两个分力矢的矢量和,即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

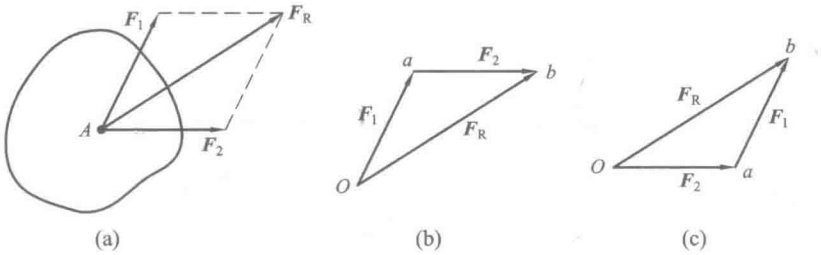


图 1-5

应用此公理求两个汇交力的合力时,可由任意一点 O 起,另作一力三角形,如图 1-5 (b)、(c)所示。三角形的两个边分别表示两个分力,第三边表示合力,合力的作用点仍在汇交点 A 。此即两个汇交力合成的力的三角形法则。

如果一个力与一个力系等效,则该力称为力系的合力,力系中的各个力称为合力的分力。将分力替换成合力的过程称为力系的合成;将合力替换成分力的过程称为力系的分解。

推论 2(三力平衡汇交定理) 作用于刚体上三个相互平衡的力,若其中两个力的作用线汇交于一点,则此三力必在同一平面内,且第三个力的作用线通过汇交点。

证明: 如图 1-6 所示,在刚体的 A 、 B 、 C 三点上分别作用三个相互平衡的力 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 、 $\mathbf{F}_3$ 。根据力的可传性定理,将力 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 移到汇交点 O ,然后根据力的平行四边形法则,得合力 $\mathbf{F}_{12}$,则 $\mathbf{F}_3$ 应与 $\mathbf{F}_{12}$ 平衡。因为两个平衡力必须共线,所以力 $\mathbf{F}_3$ 必与力 $\mathbf{F}_1$ 、 $\mathbf{F}_2$ 共面,且通过 $\mathbf{F}_1$ 与 $\mathbf{F}_2$ 的汇交点 O 。定理得证。

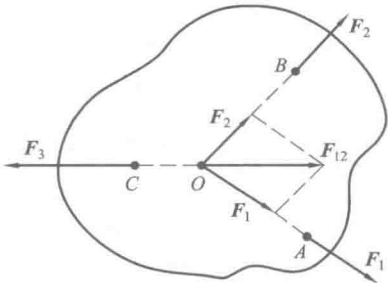


图 1-6

注意: 三力平衡汇交定理的逆定理不成立。也就是说,即使三力共面且汇交于一点,此三力也未必平衡,请读者自行举例说明。

公理四(作用与反作用原理) 两物体之间的相互作用力总是等值、反向、共线,分别作用在两个相互作用的物体上。

这个原理揭示了物体之间相互作用的定量关系,它是对物系进行受力分析的基础。

注意: 作用与反作用原理中的两个力分别作用于两个相互作用的物体上,而二力平衡原理中的两个力作用于同一个刚体。