

科学技术哲学文库

丛书主编 / 郭贵春

语境论的数学哲学

——一种对数学本质
和实在性研究的新范式

康仕慧◎著



科学出版社

01-0
47

科学技术哲学文库

丛书主编 / 郭贵春

语境论的数学哲学

——一种对数学本质和实在性
研究的新范式

康佳慧 著

科学出版社
北京

图书在版编目 (CIP) 数据

语境论的数学哲学：一种对数学本质和实在性研究的新范式 / 康仕慧著. —北京：科学出版社，2016.6

(科学技术哲学文库)

ISBN 978-7-03-048604-2

I. ①语… II. ①康… III. ①数学哲学—研究 IV. ①01-0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 125301 号

责任编辑：牛 玲 刘 溪 刘巧巧 / 责任校对：刘亚琦

责任印制：张 伟 / 封面设计：黄华斌 陈 敬

联系电话：010-64035853

电子邮箱：hounlin@mail.sciencep.com

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京厚诚则铭印刷科技有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 6 月第 一 版 开本：720×1000 B5

2016 年 6 月第一次印刷 印张：14

字数：266 000

POD定价：70.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

本书系国家社科基金青年项目“数学的本质与实在世界：一种语境论世界观的哲学探索”（批准号：09CZX013）结项成果
本书受教育部人文社会科学重点研究基地——山西大学科学技术哲学研究中心资助

总 序

认识、理解和分析当代科学哲学的现状，是我们抓住当代科学哲学面临的主要矛盾和关键问题、推进它在可能发展趋势上取得进步的重大课题，有必要对其进行深入研究并澄清。

对当代科学哲学的现状的理解，仁者见仁，智者见智。明尼苏达科学哲学研究中心在2000年出版的 *Minnesota Studies in the Philosophy of Science* 中明确指出：“科学哲学不是当代学术界的领导领域，甚至不是一个在成长的领域。在整体的文化范围内，科学哲学现时甚至不是最广泛地反映科学的令人尊敬的领域。其他科学研究的分支，诸如科学社会学、科学社会史及科学文化的研究等，成了作为人类实践的科学研究中更为有意义的问题、更为广泛地被人们阅读和争论的对象。那么，也许这导源于那种不景气的前景，即某些科学哲学家正在向外探求新的论题、方法、工具和技巧，并且探求那些在哲学中关爱科学的历史人物。”^① 从这里，我们可以感觉到科学哲学在某种程度上或某种视角上地位的衰落。而且关键的是，科学哲学家们无论是研究历史人物，还是探求现实的科学哲学的出路，都被看作一种不景气的、无奈的表现。尽管这是一种极端的看法。

那么，为什么会造成这种现象呢？主要的原因就在于，科学哲学在近30年的发展中，失去了能够影响自己同时也能够影响相关研究领域发展的研究范式。因为，一个学科一旦缺少了范式，就缺少了纲领，而没有了范式和纲领，当然也就失去了凝聚自身学科，同时能够带动相关学科发展的能力，所以它的示范作用和地位就必然要降低。因而，努力地构建一种新的范式去发展科学哲学，在这个范式的基底上去重建科学哲学的大厦，去总结历史和重塑它的未来，就是相当重要的了。

换句话说，当今科学哲学在总体上处于一种“非突破”的时期，即没有重大的突破性的理论出现。目前，我们看到最多的是，欧洲大陆哲学与大西洋哲学之间的渗透与融合，自然科学哲学与社会科学哲学之间的借鉴与交融，常规科学的进展与一般哲学解释之间的碰撞与分析。这是科学哲学发展过程中历史地、必然地要出现的一种现象，其原因在于五个方面。第一，自20世纪的后历史主义出现以来，科学哲学在元理论的研究方面没有重大的突破，缺乏创造性的新视角和新方法。第二，对自然科学哲学问题的研究越来越困难，无论是拥有什么样知识背景的科学哲学家，对新的科学发现和科学理论的解释都存在着把握本质的困难，

^① Hardcastle G L, Richardson A W. Logical Empiricism in North America//Minnesota Studies in the Philosophy of Science. Volume XVIII. University of Minnesota Press, 2000: 6.

它所要求的背景训练和知识储备都愈加严苛。第三，纯分析哲学的研究方法确实有它局限的一面，需要从不同的研究领域中汲取和借鉴更多的方法论的经验，但同时也存在着对分析哲学研究方法忽略的一面，轻视了它所具有的本质的内在功能，需要在新的层面上将分析哲学研究方法发扬光大。第四，试图从知识论的角度综合各种流派、各种传统去进行科学哲学的研究，或许是一个有意义的发展趋势，在某种程度上可以避免任何一种单纯思维趋势的片面性，但是这确是一条极易走向“泛文化主义”的路子，从而易于将科学哲学引向歧途。第五，科学哲学研究范式的淡化及研究纲领的游移，导致了科学哲学主题的边缘化倾向，更为重要的是，人们试图用从各种视角对科学哲学的解读来取代科学哲学自身的研究，或者说把这种解读误认为是对科学哲学的主题研究，从而造成了对科学哲学主题的消解。

然而，无论科学哲学如何发展，它的科学方法论的内核不能变。这就是：第一，科学理性不能被消解，科学哲学应永远高举科学理性的旗帜；第二，自然科学的哲学问题不能被消解，它从来就是科学哲学赖以存在的基础；第三，语言哲学的分析方法及其语境论的基础不能被消解，因为它是统一科学哲学各种流派及其传统方法论的基底；第四，科学的主题不能被消解，不能用社会的、知识论的、心理的东西取代科学的提问方式，否则科学哲学就失去了它自身存在的前提。

在这里，我们必须强调指出的是，不弘扬科学理性就不叫“科学哲学”，既然是“科学哲学”就必须弘扬科学理性。当然，这并不排斥理性与非理性、形式与非形式、规范与非规范研究方法之间的相互渗透、融合和统一。我们所要避免的只是“泛文化主义”的暗流，而且无论是相对的还是绝对的“泛文化主义”，都不可能指向科学哲学的“正途”。这就是说，科学哲学的发展不是要不要科学理性的问题，而是如何弘扬科学理性的问题，以什么样的方式加以弘扬的问题。中国当下人文主义的盛行与泛扬，并不是证明科学理性不重要，而是在科学发展的水平上，社会发展的现实矛盾激发了人们更期望从现实的矛盾中，通过对人文主义的解读，去探求新的解释。但反过来讲，越是如此，科学理性的核心价值地位就越显得重要。人文主义的发展，如果没有科学理性作为基础，就会走向它关怀的反面。这种教训在中国社会发展中是很多的，比如有人在批评马寅初的人口论时，曾以“人是第一可宝贵的”为理由。在这个问题上，人本主义肯定是没错的，但缺乏科学理性的人本主义，就必然走向它的反面。在这里，我们需要明确的是，科学理性与人文理性是统一的、一致的，是人类认识世界的两个不同的视角，并不存在矛盾。从某种意义上讲，正是人文理性拓展和延伸了科学理性的边界。但是人文理性不等同于人文主义，正像科学理性不等同于科学主义一样。坚持科学理性反对科学主义，坚持人文理性反对人文主义，应当是当代科学哲学所要坚守的目标。

我们还需要特别注意的是,当前存在的某种科学哲学研究的多元论与 20 世纪后半叶历史主义的多元论有着根本的区别。历史主义是站在科学理性的立场上,去诉求科学理论进步纲领的多元性,而现今的多元论,是站在文化分析的立场上,去诉求对科学发展的文化解释。这种解释虽然在一定层面上扩张了科学哲学研究的视角和范围,但它却存在着文化主义的倾向,存在着消解科学理性的倾向。在这里,我们千万不要把科学哲学与技术哲学混为一谈。这二者之间有重要的区别。因为技术哲学自身本质地赋有更多的文化特质,这些文化特质决定了它不是以单纯科学理性的要求为基底的。

在世纪之交的后历史主义的环境中,人们在不断地反思 20 世纪科学哲学的历史和历程。一方面,人们重新解读过去的各种流派和观点,以适应现实的要求;另一方面,试图通过这种重新解读,找出今后科学哲学发展的新的进路,尤其是科学哲学研究的方法论的走向。有的科学哲学家在反思 20 世纪的逻辑哲学、数学哲学及科学哲学的发展,即“广义科学哲学”的发展中提出了五个“引导性难题”(leading problems)。

第一,什么是逻辑的本质和逻辑真理的本质?

第二,什么是数学的本质?这包括:什么是数学命题的本质、数学猜想的本质和数学证明的本质?

第三,什么是形式体系的本质?什么是形式体系与希尔伯特称之为“理解活动”(the activity of understanding)的东西之间的关联?

第四,什么是语言的本质?这包括:什么是意义、指称和真理的本质?

第五,什么是理解的本质?这包括:什么是感觉、心理状态及心理过程的本质?^①

这五个“引导性难题”概括了整个 20 世纪科学哲学探索所要求解的对象及 21 世纪自然要面对的问题,有着十分重要的意义。从另一个更具体的角度来讲,在 20 世纪科学哲学的发展中,理论模型与实验测量、模型解释与案例说明、科学证明与语言分析等,它们结合在一起作为科学方法论的整体,或者说整体性的科学方法论,整体地推动了科学哲学的发展。所以,从广义的科学哲学来讲,在 20 世纪的科学哲学发展中,逻辑哲学、数学哲学、语言哲学与科学哲学是联结在一起的。同样,在 21 世纪的科学哲学进程中,这几个方面也必然会内在地联结在一起,只是各自的研究层面和角度会不同而已。所以,逻辑的方法、数学的方法、语言学的方法都是整个科学哲学研究方法中不可或缺的部分,它们在求解科学哲学的难题中是统一的和一致的。这种统一和一致恰恰是科学理性的统一和一致。必须看到,认知科学的发展正是对这种科学理性的一致性的捍卫,而不是相反。

^① Shauker S G. Philosophy of Science, Logic and Mathematics in 20th Century. London: Routledge, 1996: 7.

我们可以这样讲, 20 世纪对这些问题的认识、理解和探索, 是一个从自然到必然的过程; 它们之间的融合与相互渗透是一个从不自觉到自觉的过程。而 21 世纪, 则是一个“自主”的过程, 一个统一的动力学的发展过程。

那么, 通过对 20 世纪科学哲学的发展历程的反思, 当代科学哲学面向 21 世纪的发展, 近期的主要目标是什么? 最大的“引导性难题”又是什么?

第一, 重铸科学哲学发展的新的逻辑起点。这个起点要超越逻辑经验主义、历史主义、后历史主义的范式。我们可以肯定地说, 一个没有明确逻辑起点的学科肯定是不完备的。

第二, 构建科学实在论与反实在论各个流派之间相互对话、交流、渗透与融合的新平台。在这个平台上, 彼此可以真正地相互交流和共同促进, 从而使它成为科学哲学生长的舞台。

第三, 探索各种科学方法论相互借鉴、相互补充、相互交叉的新基底。在这个基底上, 获得科学哲学方法论的有效统一, 从而锻造出富有生命力的创新理论与发展方向。

第四, 坚持科学理性的本质, 面对前所未有的消解科学理性的围剿, 要持续地弘扬科学理性的精神。这应当是当代科学哲学发展的一个极关键的方面。只有在这个基础上, 才能去谈科学理性与非理性的统一, 去谈科学哲学与科学社会学、科学知识论、科学史学及科学文化哲学等流派或学科之间的关联。否则, 一个被消解了科学理性的科学哲学还有什么资格去谈论与其他学派或学科之间的关联?

总之, 这四个从宏观上提出的“引导性难题”既包容了 20 世纪的五个“引导性难题”, 也表明了当代科学哲学的发展特征: 一是科学哲学的进步越来越多元化。现在的科学哲学比过去任何时候, 都有着更多的立场、观点和方法; 二是这些多元的立场、观点和方法又在一个新的层面上展开, 愈加本质地相互渗透、吸收与融合。所以, 多元化和整体性是当代科学哲学发展中一个问题的两个方面。它将在这两个方面的交错和叠加中寻找自己全新的出路。这就是当代科学哲学拥有强大生命力的根源。正是在这个意义上, 经历了语言学转向、解释学转向和修辞学转向这“三大转向”的科学哲学, 而今转向语境论的研究就是一种逻辑的必然, 成为科学哲学研究的必然取向之一。

这些年来, 山西大学的科学哲学学科, 就是围绕着这四个面向 21 世纪的“引导性难题”, 试图在语境的基底上从科学哲学的元理论、数学哲学、物理哲学、社会科学哲学等各个方面, 探索科学哲学发展的路径。我希望我们的研究能对中国科学哲学事业的发展有所贡献!

郭贵春

2007 年 6 月 1 日

前 言

数学自诞生之日起就显示出与众不同的魅力,“数学的本质及其实存在性”吸引了无数哲学家、数学家和物理学家为之着迷。如果说自然科学研究的是一个真实的外部世界,对此,几乎很少有人怀疑,那么与此相对照,“数学是什么?”至今却仍是一个未解的谜题。数学是对抽象柏拉图数学世界的探求,还是人类理性智力的创造物,抑或是对宇宙世界的认识?至今人们依然没有达成共识。英国数学家哈代(G. H. Hardy)曾坦言:“一个人如果能给出关于数学实在性的有说服力的描述,他就能解决许多最困难的形而上学问题。如果他的描述能同时包括物理实在性,他就解决了全部的形而上学问题。”^①恰如哈代所预料的,一种既能包括数学实在性,又同时包括物理实在性的统一说明实在太难实现,就像物理学家寻求解释宇宙从何而来的万物大统一理论一样艰难。

数学不同于任何其他经验科学,数学在某种程度上靠的是证明,而不是经验的证实,它如此抽象,然而在帮助人类揭示宇宙深层奥秘时所展示出的效力却又如此强大,这究竟是因为什么?数学确实与物理学及其他科学一起为理解我们所生存的宇宙以及我们在宇宙中的位置做出了不可磨灭的贡献。然而,它那独特的方法和“神秘的”研究对象却一直让世界上许多有智慧的人信奉柏拉图主义,与此同时,他们却又无法说明人类如何获得这个抽象柏拉图世界的知识。这一令人困惑的难题由哲学家贝纳塞拉夫(Paul Benacerraf)在《数学真理》(*Mathematical Truth*, 1973年)一文中正式提出。自此以后,数学哲学的主流便由围绕这一难题展开讨论的数学实在论和反实在论立场所主导。然而在这些哲学家为之努力的同时,却有许多人对这种研究范式提出了质疑。

当代的数学哲学研究包括三种路径:第一种是以当代数学实在论和反实在论的争论为主流研究路径的“分析传统”;第二种是以数学家、数学史家和社会学家等向基础主义和分析传统发起挑战的、居于次要位置的“反传统”革新;第三种是试图将“分析传统”的研究主题及方法和“反传统”革新关注的数学实践相结合,并以具体实例的形式对数学实践做出说明的数学实践哲学。“分析传统”探讨的核心问题集中在数学的本体论和认识论领域,方法论策略以逻辑分析和语言分析为主,缺陷在于忽视了内容丰富的数学实践;“反传统”革新探讨的核心问题集中在数学知识领域,其研究路径继承了拉卡托斯传统,方法论策略以数学的史学描述和社会学描述为主,彻底放弃了传统的语言和逻辑分析,缺陷在于存在着弱化哲学规范性的倾向;数学实践哲学的大部分研究成果将关注的焦点从传统的数

① 哈代. 2009. 一个数学家的辩白. 李文林, 戴宗铎, 高嵘编译. 大连: 大连理工大学出版社: 61.

学本体论、数学真理等问题转移到了与数学实践活动密切相关的其他哲学问题上,虽然拓宽了数学哲学的研究视域,但它没有对传统的哲学难题进行系统求解,没有实现很好的对接。

无论是分析传统、反传统革新还是数学实践哲学背后都隐含着各自的“范式”。按照库恩(Thomas Kuhn)的说法,探清这些范式对于求解具体的数学哲学难题至关重要。基于以上认识,笔者尝试从“语境论”的角度切入。

语境论作为一种新的世界观、认识论和方法论,其基本思想已经对哲学研究方式的转换产生了深刻影响,尤其对科学哲学影响更为深远。施拉格尔(Richard H. Schlagel)于1986年提出一种重新认识世界的“语境实在论”(Contextual Realism),物理学家霍金(Stephen Hawking)在《大设计》中提出的“不存在与图像或理论无关的实在概念”^①这句话本身就体现了一种语境实在论。语境论为数学哲学的研究打开了新的思路,为此,本书尝试构建一种语境论数学哲学的基本纲领,以此为基础,对数学本质及其实实在性问题进行新的阐释,并阐明语境论数学哲学研究对促进当代数学哲学发展的意义。

全书分为绪论、四个章节和结语。绪论简要阐述了本书写作的缘由、思路 and 主要研究内容。第一章“语境论数学哲学提出的动因”,主要剖析当代数学哲学研究中现有的三种研究范式(规范的、描述的和自然主义的数学哲学)的研究路径、合理性及其困境,结合数学实践哲学的兴起阐明数学哲学需要一种新范式的迫切要求和条件。第二章试图构建“语境论的数学哲学的基本纲领”,主要分析了语境论数学哲学的思想渊源,阐明语境论数学哲学的原则,论述语境论数学哲学的分析方法。第三章基于语境论视角重新讨论“数学的本质是什么”的本体论难题,通过对传统解释及其困境的分析,试图给出数学本质的语境论说明。第四章“数学实在性的语境论说明”基于语境论对数学的实在性问题给出了新的解答,论证了抽象的数学世界不存在,数学与物质世界之间的关系是表征而非描述。结语总结了全书,探讨了数学哲学的发展趋向,分析了语境论数学哲学进一步研究的研究域面,阐明了语境论数学哲学对于促进当代数学哲学发展的意义。

本书是在元理论层面对“语境论数学哲学”研究的初步尝试,并对数学的本质及其实实在性问题给出了语境论的初步回答。囿于笔者的知识所限,书中定有诸多疏漏甚至错误,敬请读者批评指正。正如哈代所言,数学的实在性是一个极其艰深且无法轻易就能得到回答的问题,笔者将在今后继续对这一主题进行关注和研究,以逐步靠近真理之门。

康仕慧

2016年4月

^① 霍金,蒙洛迪诺.2011.大设计.吴忠超译.长沙:湖南科学技术出版社:34.

目 录

总序	i
前言	v
绪论	1
第一章 语境论数学哲学提出的动因	11
第一节 规范的数学哲学及其困境	11
一、规范的数学哲学的研究路径	12
二、规范的数学哲学的困境	24
第二节 描述的数学哲学及其困境	25
一、描述的数学哲学的研究路径	26
二、描述的数学哲学的困境	34
第三节 自然主义的数学哲学及其困境	36
一、自然主义数学哲学的研究路径	37
二、自然主义数学哲学的困境	45
第四节 数学实践哲学的兴起与数学哲学新范式的诉求	48
第二章 语境论数学哲学的基本纲领	52
第一节 语境论数学哲学的思想渊源	53
一、语境论的世界观	54
二、语境实在论	61
三、语境论的科学哲学	67
第二节 语境论数学哲学的核心原则	72
一、实践原则	72
二、动态原则	74
三、语境原则	75
四、一致性原则	76
五、整体论原则	77
六、跨学科原则	78
第三节 语境论数学哲学的分析方法	79
一、语境分析及其在数学哲学中应用的基础	80
二、数学知识演进的语境分析	91
三、数学知识本质的语境分析	99

四、语境分析在数学哲学研究中的意义	109
第三章 数学本质的语境论说明	111
第一节 “数学本质”的内涵与哲学家的目标	111
第二节 “数学本质是对象”的解释及困难	113
一、数学对象柏拉图主义的解释	114
二、数学对象柏拉图主义的困难	119
第三节 “数学本质是结构”的解释及困难	122
一、产生结构主义解释的数学背景	122
二、先物结构主义的解释及困难	129
三、消除式结构主义的解释及困难	136
第四节 数学本质的语境论说明	142
一、“数学本质”的形而上学说明：概念	144
二、数学实践的语境论说明：“数学本质”是开放的	148
第四章 数学实在性的语境论说明	151
第一节 数学实在性问题的传统解释、困境及出路	151
一、传统实在论的解释及困境	153
二、传统反实在论的解释及困境	154
三、数学实在性问题的出路	158
第二节 数学实在性的不可或缺性论证及存在的困难	158
一、不可或缺性论证	159
二、不可或缺性论证存在的困难	164
第三节 自然主义集合实在论的解释及存在的困难	168
一、自然主义集合实在论的动机	168
二、自然主义集合实在论的解释	169
三、自然主义集合实在论存在的困难	173
第四节 数学虚构主义的反实在论解释及存在的困难	179
一、数学虚构主义的动机	179
二、数学虚构主义的解释	182
三、数学虚构主义的困难	184
第五节 数学本体实在性的语境论说明	188
一、抽象的数学世界不存在	188
二、数学与物质世界：表征而非描述	191
结语 语境论数学哲学的发展及意义	194
参考文献	199
后记	210

绪 论

自美国哲学家贝纳塞拉夫 (Paul Benacerraf) 于 20 世纪六七十年代发表的两篇具有深刻影响的论文 [《数不能是什么》(*What Numbers Could not be*, 1965 年) 和《数学真理》(*Mathematical Truth*, 1973 年)] 以来, 传统的数学柏拉图主义在数学本体论和认识论方面的解释受到了严重挑战, 以至于出现了数学的反实在论解释和新的数学实在论辩护。伴随着这场争论, 来自其他领域的专家, 如数学家、数学史家、数学教育学家、数学社会学家、认知科学家等也都纷纷从各自的立场对数学的本体论和认识论给出解释。他们讨论的问题包括: 数学的本质是什么, 即数学研究对象的本质是个别的数学对象还是数学结构? 存在独立于人类和物质世界的抽象数学世界及数学真理吗? 数学与物质世界之间的关系是什么? 数学知识是如何可能的? 数学家如何知道一个数学命题为真? 认知主体和数学对象及事实之间的关系如何? 我们如何理解数学语言的意义? 等等。需要指出的是, 最近 50 年, 当代数学哲学领域主要是由哲学家们发起的实在论和反实在论之争占据主导地位, 来自其他途径的关于数学本质、实在性和知识的讨论则处于数学哲学研究的核心之外。不过, 无论如何, 传统的哲学家们的探讨方式已经受到不同方面声音的质疑。面对如此纷繁林立的观点和不同途径的解释之间的论争, 我们在构建自己新的解释及立场时不得不考虑究竟选择哪种策略才是适当的。事实上, 无论是来自哲学家的不同解释和观点还是来自其他途径的挑战, 这些不同解释策略之间的论争背后都隐含着不同的数学哲学研究范式的论争。按照库恩的理论, 当这些传统的数学哲学问题在旧有的范式下得不到解决时, 一种新的范式就会产生。正是在这个背景下, 数学实践哲学应运而生, 它试图以真实的数学实践为基础, 以哲学的规范性来探讨数学实践中的哲学问题, 以获得对数学实践的理解和说明。这种新的研究趋向不仅在传统的哲学问题上有较为令人信服和合理的回答, 而且它还暗示着数学哲学学科本身的定位及未来的发展导向。数学实践哲学试图以新的理念、方法拓宽数学哲学的问题域, 引导数学哲学在 21 世纪的复兴。

数学实践哲学之所以具有这样的吸引力, 就在于它能充分满足数学哲学的根本任务。美国哲学家希哈拉 (Charles S. Chihara) 认为数学哲学的根本任务是: “试图寻求提出一种对数学本质的连贯的、整体的、普遍的说明 (这里的数学指的是由当前数学家们实践和发展的实际的数学)。这种说明不仅与我们当前对世界以及我们在世界中位置的理论和科学观点相一致 (其中, 我们是作为一种具有感觉器官且由我们最佳的科学理论所刻画生物体), 而且它还与就我们所知的我们对

数学的掌握是如何获得和检验的说明相一致。”^①

鉴于此，本书试图提出一种满足数学哲学根本任务且与数学实践哲学趋势相应的新的数学哲学研究范式。

如上所述，最近 50 年来，由贝纳塞拉夫的两篇论文引发的当代数学实在论和反实在论的争论主导着当代数学哲学的主要研究领域和方向。然而，无论是数学的实在论还是反实在论解释都有自身无法克服的困难，到目前为止，还没有哪种具体的解释策略呈现出明显优势。其最根本的原因就在于这些解释策略背后隐含的数学哲学研究范式存在或多或少的缺陷，因此，本书选择从范式的角度进行研究，以从根本上突破这些解释面临的困境，并试图提出一种较为合理的研究范式。另外，按照库恩的范式理论，范式对于一门学科的发展具有举足轻重的作用，只有当旧有范式的缺陷越来越束缚本学科的发展，传统的问题得不到合理解释时，范式转换才会发生。因此，在解答具体的问题之前，数学哲学家们需要明确合理的研究范式是什么。也就是说，数学哲学家们不能把自己局限于仅仅是求解常规的哲学难题，在求解难题之前首要的任务是要检验当前的范式是否适合该学科的现状及进一步的发展。范式对每一位研究者而言都比求解具体的难题具有优先性，因此认识到范式对学科进步及求解难题的重要性自然就成为每位研究者工作的起点。虽然目前数学实践哲学在学界已经悄然兴起，然而当前学界却依然没有出现一种满足数学哲学任务及适应这一发展趋势的数学哲学元理论或新的数学哲学研究范式。正是在这个意义上，本书尝试从“范式”的角度进行研究。

当然，选取一种合理的“范式”仅仅是我们进行研究的第一步，研究的核心则是求解具体的数学哲学难题。总体来看，自数学柏拉图主义遭到贝纳塞拉夫的本体论和认识论“劫难”之后，当代的数学实在论者和反实在论者们都投入到了说明“数学的本质究竟是研究作为个体的对象还是结构？”和“数学是否是实在的？如果是，那么一种合理的数学的认知机制是什么？”这样的核心问题上来。可以说，由贝纳塞拉夫引发的当代数学实在论和反实在论之争主导着最近 50 年来数学哲学研究的主要议题。美国加利福尼亚大学伯克利分校哲学系教授曼科苏（Paolo Mancosu）就曾于 2008 年指出：“由贝纳塞拉夫的两篇论文为数学哲学设定的议事日程说明，如果存在抽象对象，那么我们如何接近它们？并且总的来说，这个问题已经是最近 50 年来数学哲学家们一直在研究的问题。”^② 这样，既然当代数学哲学争论的焦点是数学的本体论和认识论问题，而本体论问题又处于基础和核心位置，“数学的本质及其实性”问题自然就成为我们研究的首要问题。更具体的理由如下。

① Chihara C S. A Structural Account of Mathematics. New York: Oxford University Press, 2004: 6.

② Mancosu P. The Philosophy of Mathematical Practice. New York: Oxford University Press, 2008: 1.

第一, 对处于当代数学哲学研究主要议程上的“数学本质及其实存在性”这一难题进行研究, 如果语境论的数学哲学能对此作出令人信服的解释, 那么它不仅具体地求解了这个难题, 更重要的是它将展示出其满足数学哲学任务的合理性。

第二, 对“数学本质及其实存在性”问题的探讨最能代表一般的数学哲学研究。目前有些数学哲学解释路径具有弱化和取代数学哲学研究的倾向, 因此如果通过此问题的研究能表明数学哲学研究的必要性, 那么数学哲学就是一门真正独立的学科, 它是自主的并且有自己特定的研究主题和严格的方法, 不能被其他的研究方式弱化和被其他的任何具体科学取代。

第三, 数学哲学最基本的研究领域有两个: 数学本体论和认识论。而且, 对由此延伸出的任何一个数学哲学问题的探讨都离不开数学的本体论探究——数学的本质及其实存在性。因此, 本书选择从最基础的数学本体论问题进行研究。

从范式的角度看, 当代数学哲学大致出现了三种不同的研究范式: ①规范的(或“第一哲学”的)数学哲学; ②描述的(或“与哲学不相关”的)数学哲学; ③自然主义的数学哲学。在这三种研究范式的背景信念的支撑下, 当代数学哲学的研究中存在以下两种具体的研究传统或路径。

第一种具体的研究路径是以哲学家的研究占主导地位的“分析传统”。客观来看, 当代关于数学的哲学讨论仍然是以哲学家们关注的问题及其分析方法为研究主流。这个传统涵盖了当前流行的各种观点: 传统数学柏拉图主义、新逻辑主义或新弗雷格主义、结构主义、虚构主义、不可或缺性论证、数学自然主义、直觉主义等。其中, 传统数学柏拉图主义的主要代表人物及其论著有: 弗雷格(Gottlob Frege)的《算术基础》(*The Foundations of Arithmetic*, 1884年), 哥德尔(Kurt Gödel)的论文《罗素的数理逻辑》(*Russell's Mathematical Logic*, 1944年)、《康托尔连续统问题是什么》(*What is Cantor's Continuum Problem*, 1947年); 新弗雷格主义的主要代表人物及其论著有: 黑尔(Bob Hale)的《抽象对象》(*Abstract Objects*, 1987年)、赖特(Crispin Wright)的《弗雷格把数看作对象的概念》(*Frege's Conception of Numbers as Objects*, 1983年)、黑尔和赖特的《理性的适当研究: 走向一种新弗雷格式数学哲学的论文》(*The Reason's Proper Study: Essays towards a Neo-Fregean Philosophy of Mathematics*, 2001年); 结构主义的主要代表人物及其论著有: 贝纳塞拉夫的论文《数不能是什么》(1965年), 雷斯尼克(Michael D. Resnik)的《作为一种模式科学的数学》(*Mathematics as a Science of Patterns*, 1997年), 夏皮罗(Stewart Shapiro)的《数学哲学: 结构和本体论》(*Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology*, 2000年)、《对数学的思考: 数学哲学》(*Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics*, 2000年)、论文《空间、数和结构: 两个争论的故事》(*Space,*

Number and Structure: A Tale of Two Debates, 1996 年)、《范畴、结构和弗雷格-希尔伯特争论:元数学的地位》(*Categories, Structures, and the Frege-Hilbert Controversy: The Status of Meta-mathematics*, 2005 年), 赫尔曼(Geoffrey Hellman) 的《没有数的数学》(*Mathematics Without Numbers: Towards a Modal-Structural Interpretation*, 1989 年), 希哈拉的《构造性和数学存在》(*Constructibility and Mathematical Existence*, 1990 年)、《数学的结构说明》(*A Structural Account of Mathematics*, 2004 年); 虚构主义的主要代表人物及其论著有: 菲尔德(Hartry Field) 的《没有数的科学》(*Science Without Numbers*, 1980 年); 不可或缺性论证的主要代表人物及其论著有: 蒯因(W.V.Quine) 的《从逻辑的观点看》(*From a Logical Point of View*, 1961 年)、《理论和事物》(*Theories and Things*, 1981 年) 等), 普特南(Hilary Putnam) 的论文《逻辑哲学》(*Philosophy of Logic*, 1971 年)、《什么是数学真理?》(*What is Mathematical Truth*, 1979 年), 科利范(Mark Colyvan) 的著作《数学的不可或缺性》(*The Indispensability of Mathematics*, 2001 年); 数学自然主义的主要代表人物及其论著有: 麦蒂(Penelope Maddy) 的《数学中的实在论》(*Realism in Mathematics*, 1990 年)、《数学中的自然主义》(*Naturalism in Mathematics*, 1997 年)、《第二哲学:一种自然主义的方法》(*Second Philosophy: A Naturalistic Method*, 2007 年)、《为公理进行辩护:论集合论的哲学基础》(*Defending the Axioms: On the Philosophical Foundations of Set Theory*, 2011 年); 直觉主义的主要代表人物及其论著有达米特(Michael Dummett) 的《弗雷格:数学哲学》(*Frege: Philosophy of Mathematics*, 1991 年) 等。这个传统关注的核心问题主要集中在数学的本体论和认识论领域, 其显著特征是他们继续秉承了基础主义者传统的研究路径, 即以语言分析和逻辑分析作为其论证的主要工具。但是上述各种不同的观点中, 有的甚至没有具体的实际的数学实例给予支持。

第二种具体的研究路径是与“分析传统”对立的强调关注数学实践的“反传统”革新。这个路线主要的代表人物及其论著有: 拉卡托斯(Imre Lakatos) 的《证明与反驳》(*Proofs and Refutations*, 1976 年)、戴维斯(Philip Davis) 和赫斯(Reuben Hersh) 的《数学经验》(*The Mathematical Experience*, 1980 年)、克莱因(Morris Kline) 的《数学:确定性的丧失》(*Mathematics: The Loss of Certainty*, 1980 年)、基切尔(Philip Kitcher) 的《数学知识的本质》(*The Nature of Mathematical Knowledge*, 1984 年)、艾斯帕瑞(William Aspray) 和基切尔合著的《现代数学史和数学哲学》(*History and Philosophy of Modern Mathematics*, 1988 年)、托马兹克(Thomas Tymoczko) 的《数学哲学中的新方向》(*New Directions in the Philosophy of Mathematics*, 1986 年, 1998 年)、吉利斯(Donald Gillies) 等著的《数学中的革命》(*Revolutions in Mathematics*, 1992 年)。还有

最近 10 年中出现的著作：赫斯的《什么是数学，真的？》（*What is Mathematics, Really?* 1997 年）、欧内斯特（Paul Ernest）的《作为一种社会建构论的数学哲学》（*Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*, 1998 年）、格拉斯赫尔茨（Emily Grosholz）和布雷杰（Herbert Breger）合著的《数学知识的增长》（*The Growth of Mathematical Knowledge*, 2000 年）、科菲尔德（David Corfield）的《走向一种真实数学的哲学》（*Towards a Philosophy of Real Mathematics*, 2003 年）、赫斯的《18 篇论数学本质的反传统文章》（*18 Unconventional Essays on the Nature of Mathematics*, 2006 年），以及柯克霍夫（Bart Van Kerkhove）和本德格姆（Jean Paul van Bendegem）合著的《数学实践的观点：把数学哲学、数学社会学和数学教育结合起来》（*Perspectives on Mathematical Practices: Bringing Together Philosophy of Mathematics, Sociology of Mathematics, and Mathematics Education*, 2007 年）等。这个传统一方面竭力反对分析哲学的传统研究路径；另一方面强调要关注现实的数学实践，旨在从真实的数学面貌中给出其合理描述。其典型的特征是彻底放弃传统的语言和逻辑的分析策略以及以哲学导向为主的传统论题，试图从数学史、实际的数学研究、数学人类学、数学的认知科学、数学社会学、数学文化和数学教育等方面寻求新的养料和方法。但是，这个传统存在着弱化哲学主题的倾向。

上述两种具体的研究传统实际上暗含了三种不同的数学哲学研究范式。“分析传统”中的大部分解释路径在保持哲学主题和论证规范性的同时忽视了内容丰富的数学实践，属于规范的数学哲学。“反传统”革新中的大部分解释路径在关注数学实践的同时存在着弱化哲学主题及研究方法的倾向，属于描述的数学哲学。“分析传统”中的不可或缺性论证和数学自然主义，“反传统”革新中的数学的涉身认知进路、数学的人类学等解释在关注科学实践和数学实践的同时存在着用科学与数学的主题及探讨方式取代哲学的主题及探讨方式的倾向，属于自然主义的数学哲学。总体而言，这三种研究范式都不能充分满足数学哲学的任务。

与国外研究相比，到目前为止，国内数学哲学研究的演进历程中存在三种不同的传统（注意：这里不包括对基础主义的讨论）。

第一，具有恩格斯自然辩证法倾向或具有深厚的数学、数学史、数理逻辑基础的数学哲学传统。这一传统的代表人物有孙小礼、林夏水、李浙生、徐利治、张景中、周述岐、解恩泽、桂起权等。他们都十分重视数学中的哲学问题，从数学本身思考其哲学的价值。他们中有的人接受了自然辩证法的影响（如孙小礼、林夏水等），有的人自身就是数学家或院士（如徐利治、张景中等）。孙小礼出版了《数学·科学·哲学》（1988 年）和《数学与文化》（1999 年，与邓东皋等合著）两部著作；林夏水陆续出版了著作《数学的对象与性质》（1994 年）、《分形的哲学漫步》（1999 年）、《数学哲学》（2003 年）、《数学与哲学：林夏水文选》（2015