

江苏高校品牌专业

飞行器设计与工程力学系列教材

普通高等教育“十三五”规划教材

# 理论力学

李明成 浦奎英 陈建平 编著



科学出版社

江苏高校品牌专业飞行器设计与工程力学系列教材

普通高等教育“十三五”规划教材

# 理论力学

李明成 浦奎英 陈建平 编著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书内容的选取以教育部颁布的“理论力学教学基本要求”为依据，删除了与大学物理重叠的内容，与现行同类教材相比，篇幅有较大幅度的减少，力图做到用有限的学时使学生既掌握最基本的经典内容，又能了解理论力学的工程应用以及最新进展。全书共 12 章，其中第 1~3 章为静力学部分，第 4~6 章为运动学部分，第 7~12 章为动力学部分。本书叙述严谨，由浅入深，可满足不同学时的教学要求。

本书可作为高等院校工科相关专业的理论力学课程教材，也可供有关工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

理论力学 / 李明成, 浦奎英, 陈建平编著. —北京: 科学出版社, 2016.8  
江苏高校品牌专业飞行器设计与工程力学系列教材·普通高等教育“十三五”  
规划教材

ISBN 978-7-03-048708-7

I. ①理… II. ①李… ②浦… ③陈… III. ①理论力学—高等学校—教材  
IV. ①O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 129273 号

责任编辑: 邓 静 张丽花 / 责任校对: 郭瑞芝

责任印制: 徐晓晨 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号  
邮政编码: 100717  
<http://www.sciencep.com>

北京京华虎彩印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2016 年 8 月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

2016 年 8 月第一次印刷 印张: 17 1/4

字数: 430 000

定价: 49.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

江苏高校品牌专业  
飞行器设计与工程力学系列教材

编  
委  
会

名誉主任：赵淳生 聂 宏

主 任：夏品奇

副 主 任：姚卫星 高存法 蒋彦龙

委 员：（按姓氏笔画排序）

王立峰 王华明 邓宗白 史治宇

刘先斌 闫再友 余雄庆 陆志良

陈仁文 陈仁良 金栋平 周储伟

郑祥明 裘进浩

## 丛 书 序

飞行器是现代最快速的交通工具，是现代战争最重要的空中平台和武器装备，是人类探索宇宙的重要工具，因此，飞行器在军民两用和人类发展中都具有十分重要的地位，飞行器技术已成为现代高科技的重要标志。飞行器的核心技术是飞行器设计，随着科学技术的不断发展和对飞行器需求的不断增加，飞行器设计呈现出了快速发展的趋势，同时也面临着许多挑战。飞行器设计的基础是工程力学，以飞行器为背景的工程力学伴随着飞行器设计技术的发展而发展，两者相辅相存，互相促进，共同发展。

南京航空航天大学的飞行器设计与工程、工程力学两个本科专业，以航空宇航科学与技术、力学两个一级学科国家重点学科为依托，以航空航天事业的建设者和开拓者人才培养目标，持续不断地进行教育教学改革，为国家培养了一大批飞行器设计创新人才，校友中涌现出了许许多多国家重点飞行器型号的设计师，在校生中涌现出了许许多多国内外大学生创新竞赛的冠军，已成为国家级特色专业。

近年来，随着教育教学改革的不断深入，本专业进一步着重基础、创新、实践、国际“四位一体”的培养，加快推进了专业建设和人才培养。2015年，江苏省启动了“江苏高校品牌专业建设工程(一期)”，南京航空航天大学的飞行器设计与工程、工程力学两个专业双双入选江苏省品牌专业建设(A类)，又为本专业建设和人才培养注入了新动力，乘此契机，编写出版“飞行器设计与工程力学系列教材”具有十分重要的意义。

该系列教材将突出飞行器设计的专业基础和专业知识系统性，突出飞行器设计的传统经典理论与现代技术方法的结合，突出南京航空航天大学的飞行器设计与工程、工程力学两个专业“围绕航空航天高科技、注重理工融合、突出工程实践”的特色。

希望该系列教材能成为我国飞行器设计的特色教材，能为我国飞行器设计创新人才的培养做出重要贡献。同时，也希望大家对该系列教材提出宝贵意见，使之更加完善。

丛书编委会

2016年8月

# 前 言

本书为适应理论力学中学时课程教学要求，以教育部颁布的“理论力学课程教学基本要求(B类)”为依据，参考了范钦珊、陈建平编著的《理论力学(第2版)》以及部分国内外优秀教材，结合作者多年来开展“突出力学素质培养”的教学改革实践和研究成果而编写。与现行同类教材相比，本书具有以下特色：

(1)适当提高了起点，删除了与大学物理重叠的一些部分，按中学时教学要求精练了内容，篇幅有较大幅度的减少，力图做到用有限的学时使学生既掌握最基本的经典内容，又能了解理论力学的工程应用以及最新进展。

(2)加强工程概念，引入了大量涉及广泛领域的工程实例以及与工程有关的例题和习题，从不同的角度提出问题，揭示矛盾，培养读者在工程中发现问题、分析问题和解决问题的能力。

(3)以简单刚体系统的静力学、运动学和动力学为主线，突出理论力学的主要研究对象刚体和简单刚体系统，与大学物理中力学部分的主要研究对象质点形成区别。

(4)书中增加了数字化教学资源，读者可以通过扫描书中的二维码链接相关的数字化教学资源，更便于读者学习参考。

全书共12章，其中1~3章为静力学部分，4~6章为运动学部分，7~12章为动力学部分。本书初稿在南京航空航天大学相关专业中学时理论力学课程多年教学实践的基础上形成。本书叙述严谨，由浅入深，可作为高等院校机械、土木、交通、材料、水利、兵器等相关专业的理论力学中学时课程教材，也可供有关工程技术人员参考。

清华大学教授、南京航空航天大学钱伟长讲座教授范钦珊先生审阅了全书书稿并提出了宝贵意见，在本书编写过程中还得到了南京航空航天大学航空宇航学院和科学出版社的大力支持与帮助，在此一并表示衷心感谢。相关数字化教学资源有些来源于网络媒体，在此向原发布者致谢。

由于作者水平有限，书中不足和疏漏之处，恳请读者指正。

作 者

2016年2月于南京

# 目 录

绪论 .....	1	2.1.2 汇交力系的平衡 .....	28
第 1 章 基本力学概念与物体受力分析 .....	3	2.2 力偶系的简化与平衡 .....	31
1.1 基本力学模型与概念 .....	3	2.2.1 力偶系的简化 .....	31
1.1.1 物体的模型 .....	3	2.2.2 力偶系的平衡 .....	32
1.1.2 力的概念 .....	3	2.3 任意力系的简化 .....	33
1.1.3 力的作用效应 .....	4	2.3.1 力的平移定理 .....	33
1.1.4 力系 .....	5	2.3.2 力系的主矢与主矩 .....	34
1.2 静力学基本原理 .....	5	2.3.3 任意力系向一点的简化 .....	36
1.2.1 力的平行四边形法则·矢量的合成 .....	5	2.3.4 任意力系简化结果的讨论 .....	37
1.2.2 二力平衡原理 .....	6	2.3.5 同向平行分布力系的简化·重心和质心 .....	39
1.2.3 加减平衡力系原理 .....	6	2.4 任意力系的平衡 .....	44
1.2.4 作用和反作用定律 .....	7	2.4.1 空间任意力系的平衡 .....	44
1.2.5 刚化原理 .....	7	2.4.2 平面任意力系的平衡 .....	47
1.3 力的投影与正交分解 .....	8	2.5 物体系统的平衡及静定与静不定问题 .....	51
1.3.1 力在直角坐标轴上投影 .....	8	2.5.1 物体系统的平衡 .....	51
1.3.2 力的正交分解与矢量表达 .....	9	2.5.2 平衡的静定与静不定问题 .....	55
1.4 力矩概念的扩展和延伸 .....	9	习题 .....	57
1.4.1 力对点之矩及其矢量表示 .....	9	第 3 章 静力学应用专题 .....	67
1.4.2 力对轴之矩 .....	10	3.1 平面静定桁架的静力分析 .....	67
1.4.3 合力矩定理 .....	11	3.1.1 桁架的概念 .....	67
1.4.4 力矩关系定理 .....	12	3.1.2 桁架的简化 .....	68
1.5 力偶及其力偶矩 .....	13	3.1.3 平面桁架内力分析的基本方法 .....	69
1.5.1 力偶的定义 .....	13	3.1.4 关于零力杆 .....	71
1.5.2 力偶的基本性质及力偶矩 .....	14	3.2 考虑摩擦的平衡问题 .....	72
1.6 约束与约束力 .....	16	3.2.1 摩擦的概念 .....	72
1.6.1 约束的概念 .....	16	3.2.2 滑动摩擦力·库仑摩擦定律 .....	72
1.6.2 工程中常见的约束与约束力 .....	16	3.2.3 摩擦角与自锁现象 .....	74
1.7 受力分析初步 .....	21	3.2.4 具有滑动摩擦的平衡问题 .....	77
习题 .....	24	3.2.5 滚动摩擦阻概述 .....	83
第 2 章 力系的简化与平衡 .....	28	习题 .....	86
2.1 汇交力系的简化与平衡 .....	28		
2.1.1 汇交力系的简化 .....	28		

<b>第 4 章 点的一般运动与刚体的基本运动</b> .....	93	<b>第 7 章 质点系动量定理</b> .....	154
4.1 点的一般运动 .....	93	7.1 质点系动力学普遍定理概述 .....	154
4.1.1 描述点运动的矢量法 .....	93	7.1.1 动力学普遍定理概述 .....	154
4.1.2 描述点运动的直角坐标法 .....	94	7.1.2 质点系的质心 .....	154
4.1.3 描述点运动的弧坐标法 .....	96	7.1.3 质点系的外力和内力 .....	154
4.2 刚体的基本运动 .....	101	7.2 质点系的动量 .....	155
4.2.1 刚体的平移 .....	101	7.3 质点系动量定理与质心运动定理 .....	156
4.2.2 刚体的定轴转动 .....	102	7.3.1 动量定理 .....	156
习题 .....	107	7.3.2 质心运动定理 .....	157
<b>第 5 章 点的复合运动</b> .....	111	7.3.3 动量定理与质心运动定理的投影式与守恒式 .....	157
5.1 点的复合运动的概念 .....	111	7.4 动量定理应用于简单刚体系统 .....	158
5.1.1 两种参考系 .....	111	习题 .....	161
5.1.2 三种运动 .....	111	<b>第 8 章 质点系动量矩定理</b> .....	165
5.1.3 三种速度和三种加速度 .....	111	8.1 质点系对定点的动量矩定理 .....	165
5.1.4 绝对运动方程与相对运动方程 .....	112	8.1.1 质点对定点的动量矩 .....	165
5.2 速度合成定理 .....	113	8.1.2 质点系对定点的动量矩 .....	165
5.3 牵连运动为平移的加速度合成定理 .....	116	8.1.3 质点系对定点的动量矩定理 .....	165
5.4 牵连运动为转动的加速度合成定理 .....	119	8.2 刚体定轴转动动力学方程 · 刚体对轴的转动惯量 .....	167
5.4.1 牵连运动为转动时点的加速度合成定理 .....	119	8.2.1 刚体定轴转动动力学方程 .....	167
5.4.2 科氏加速度 .....	120	8.2.2 刚体对轴的转动惯量 .....	168
习题 .....	126	8.3 质点系对质心的动量矩定理 .....	171
<b>第 6 章 刚体平面运动</b> .....	132	8.3.1 质点系对质心的动量矩 .....	171
6.1 刚体平面运动的概念 .....	132	8.3.2 质点系对质心的动量矩定理 .....	172
6.1.1 刚体平面运动力学模型的简化 .....	132	8.3.3 关于质点系相对质心(平移参考系)动量矩定理的讨论 .....	173
6.1.2 刚体平面运动的运动方程 .....	133	8.4 刚体平面运动动力学方程及讨论 .....	174
6.2 平面运动的分解 .....	134	8.4.1 刚体平面运动动力学方程 .....	174
6.3 平面图形上各点的速度分析 .....	136	8.4.2 关于刚体平面运动动力学方程的讨论 .....	175
6.3.1 基点法 .....	136	习题 .....	177
6.3.2 速度投影法 .....	137	<b>第 9 章 质点系动能定理</b> .....	182
6.3.3 瞬时速度中心法 .....	138	9.1 力的功 .....	182
6.4 平面图形上各点的加速度分析 .....	142	9.1.1 力的功的定义 .....	182
习题 .....	149		



9.1.2 弹簧力的功	182	11.1.5 理想约束	220
9.1.3 作用在刚体上力偶的功	183	11.2 虚位移原理及应用	220
9.1.4 内力的功	183	11.2.1 虚位移原理	220
9.1.5 约束力的功	184	11.2.2 虚位移原理应用概述	221
9.2 质点系与刚体的动能	185	11.3 势能驻值定理与最小势能原理	226
9.2.1 质点系的动能	185	11.3.1 势能驻值定理	226
9.2.2 柯尼希定理	186	11.3.2 最小势能原理	226
9.2.3 刚体的动能	186	习题	228
9.3 质点系动能定理与机械能守恒	188	<b>第 12 章 动力学应用专题</b>	231
9.3.1 质点系动能定理	188	12.1 非惯性参考系中的质点动力学	231
9.3.2 有势力和势能	189	12.1.1 质点非惯性系中的动力学微分方程	231
9.3.3 机械能守恒	190	12.1.2 几种特殊情况	232
9.4 动力学普遍定理综合应用	192	12.1.3 应用举例	232
习题	197	12.1.4 几点讨论	236
<b>第 10 章 达朗贝尔原理</b>	202	12.2 振动分析基础	238
10.1 质点的达朗贝尔原理	202	12.2.1 单自由度线性系统的振动微分方程	238
10.2 质点系的达朗贝尔原理	203	12.2.2 单自由度系统的无阻尼自由振动	240
10.3 惯性力系的简化	204	12.2.3 单自由度系统的有阻尼自由振动	242
10.3.1 一般质点系惯性力系的简化	204	12.2.4 单自由度线性系统的受迫振动	245
10.3.2 刚体惯性力系的简化	204	12.2.5 单自由度线性系统振动实验	250
10.3.3 惯性力系的主矢与主矩的物理意义	207	习题	250
习题	212	<b>附录 A 习题答案</b>	254
<b>第 11 章 分析静力学</b>	215	<b>附录 B 主要参考书目</b>	265
11.1 分析力学的基本概念	215		
11.1.1 刚体静力学与分析静力学的比较	215		
11.1.2 约束与约束方程	216		
11.1.3 广义坐标与自由度	218		
11.1.4 虚位移与虚功	219		

# 绪 论

力学来源于人类生活和工程实际,又服务于人类生活和工程实际。在远古时代,人类就制造和使用了杠杆、滑轮、辘轳、风车和水车,并在制造和使用这些工具的过程中积累了大量的经验,逐渐形成了初步的力学知识。18世纪至20世纪初,随着西方工业革命的兴起,在力学知识的积累、应用和完善的基础上,逐步形成和发展了蒸汽机、内燃机、铁路、桥梁、舰船、兵器等大型工业,推动了近代科学技术和社会的进步。20世纪以来,航空航天器、高速车辆、机器人、大型水利设施等高科技的发展与应用,无不与力学理论的指导密不可分。进入21世纪,力学正面临新的机遇和挑战,力学与计算机的结合已经成为相关工程设计的重要手段。

## 1. 理论力学的研究对象和内容

在物质的各种运动形式中,机械运动是一种最基本、最普遍的运动形式。所谓**机械运动**,是指物质在空间的位置随时间的改变,如物体在空间的位置和姿态的改变、物体的变形以及流体的流动。作为力学的一个重要的分支,理论力学主要研究物体的空间位置和姿态随时间改变的一般规律,它不仅是其他各门力学学科的基础,也是各门与机械运动密切相关的工程技术学科的基础。

理论力学属于经典力学的范畴。近代物理学的发展指出了经典力学的局限性:经典力学仅适用于运动速度远小于光速的宏观物体的运动。当物体运动的速度接近光速时,其运动应当用相对论力学来研究;当物体的大小接近微观粒子时,其运动应当用量子力学来研究。那么,人类社会进入21世纪后,是否还需要经典力学呢?回答是肯定的。事实上,在绝大多数工程实际问题中,所处理的对象都是宏观物体,而且其速度也远低于光速,因此其力学问题仍然属于经典力学研究的范围。同时,计算机的广泛应用和计算技术的不断发展也极大地促进了经典力学的发展和应用。



本课程的内容分为**静力学**、**运动学**和**动力学**三个部分:静力学主要研究力系的简化以及物体在力系作用下的平衡规律。运动学从几何的角度研究物体的运动,但不涉及引起物体运动的物理原因。动力学主要研究物体的受力和运动之间的关系。虽然静力学可以视为动力学的一种特殊情形,但由于静力学本身在工程技术中的重要应用,其发展成为一个相对独立的部分。

值得读者注意的是,尽管理论力学起源于物理学的一个独立的分支,但在内容上已大大超出了物理学的内容。

## 2. 理论力学的研究方法和解决工程问题的基本步骤

理论力学的研究方法主要有理论分析方法、实验分析方法和计算机分析方法。理论分析方法主要采用建立在归纳基础上的演绎法,即在建立研究对象力学模型的基础上,根据物体机械运动的基本概念与基本原理,应用数学演绎的方法,确定物体的运动规律以及运动与力

之间关系的定理与方程。实验分析方法一方面通过实验测定基本力学量,包括摩擦因数、位移、速度、加速度、角速度、角加速度、频率等;另一方面研究一些基本理论难以解决的实际问题,通过实验建立合适的简化模型,为理论分析提供必要的基础。随着计算机和计算技术的飞速发展,理论力学又增加了一种新的分析方法,即计算机分析方法。借助计算机,人们可以方便地构建和修改计算模型,数值求解非线性方程(组)和动力学微分方程(组),绘制有关曲线,深入探究问题的力学规律。

一般说来,应用力学原理解决工程问题的基本步骤可概括为:

(1) 建立工程问题的力学模型,这些力学模型既要能够反映问题的主要方面,又要便于求解;

(2) 应用力学原理建立上述力学模型的数学模型;

(3) 运用有关的数学工具进行求解,在无法获得解析解的情况下,可以借助计算机进行数值求解;

(4) 对所获得结果进行必要的判断、分析和讨论,解释有关的力学现象,指导工程实际。

### 3. 学习理论力学的目的

理论力学是航空航天、兵器、机械、车辆、土木等工程科学与技术的一门重要的基础课程。理论力学的基本概念和解决问题的方法均可以直接为解决工程对象的力学问题服务,如各种飞行器、机器人、机构、结构的设计与控制,都必须以理论力学为基础。同时,对于日常生活和工程实际中出现的许多力学现象,也需要利用理论力学的知识去认识和解释,从而加以利用或消除。因此,理论力学是工程技术人员必须掌握的一门学科。

通过本课程的学习,要求学生掌握质点系、刚体和刚体系统机械运动(包括平衡)的基本规律和研究方法,初步学会应用理论力学的理论和方法分析、解决工程实际中的力学问题,为学习后续的有关课程,如材料力学、结构力学、流体力学、空气动力学、飞行力学、机械振动、机械设计做好准备。

此外,理论力学课程具有内容丰富、方法灵活多变、应用领域广泛等特点,因此理论力学课程的学习还有助于加强学生的工程概念、激发学生的创新意识、训练学生的创新思维、培养学生的创新能力,为今后学习和掌握新的科学技术、从事工程技术和科学研究工作奠定必要的基础。



怎样学好理论力学



矢量及矢量运算

# 第1章 基本力学概念与物体受力分析

## 1.1 基本力学模型与概念

### 1.1.1 物体的模型

所谓模型是指对实际问题和对象的合理简化与抽象，使之便于进行力学分析和计算。

**(1) 质点：**有质量的几何点。

具有一定质量但其大小和形状在所研究的问题中可以忽略不计的物体，可以抽象为质点。质点是一种理想模型。

**(2) 质点系：**具有一定联系的一群质点。

具有一定质量和大小、形状的物体可以离散为质点系。质点系内各质点之间的距离和相对位置可以变化，对应着物体的变形，又称为可变质点系。

**(3) 连续体：**真实的物体。

包括固体、流体。连续体的简化形式是质点系。

**(4) 刚体：**受力时不变形的物体。

刚体的几何定义是物体内部任意两点间的距离保持不变，又可称为不变质点系。刚体也是一种理想模型，是连续体或质点系的特殊形式。与它相对应的是变形体或可变质点系。受力时变形可以忽略的物体，可以简化为刚体。受力时的变形不影响其平衡状态的物体，可以在研究其平衡问题时视为刚体（见“刚化原理”）。

**(5) 物体系统：**多个物体组成的系统。

研究对象取何种力学模型取决于物体本身特点和所研究问题的性质。例如，研究地球绕太阳的公转时，可以将地球作为质点；研究地球的自转时，就不能将地球抽象为质点，而可以将其抽象为刚体；研究地震、地壳运动时，地球就是非刚体，即可变形体；研究地、月共同运动时，地球、月球是一个质点系。

### 1.1.2 力的概念

物体发生相互作用，这种作用用力来表示。换言之：力就是物体间的相互作用。

物体受到的力可以通过物体间的直接接触而产生，也可以通过力场的间接接触而产生，如引力、电磁力等。当然，严格地说，所谓的直接接触，在微观上仍然是电磁力在起作用。

物体相互接触，多数情形下并不是一个点，而是具有一定面积的一个面。因此，无论是施力物体还是受力物体，其接触处所受的力都是作用在接触面上的**分布力**（distributed force），而且在很多情形下分布的情况还比较复杂。

当分布力作用的面积很小时，或取一个面积微元分析时，可以将分布力理想化为作用于一点的合力，称为**集中力**（concentrated force）。

例如，静止的汽车通过轮胎作用在桥面上的力，当轮胎与桥面接触面积较小时，即可视为集中力(图 1-1 (a))；而桥面自身的重力则为分布力(图 1-1 (b))。

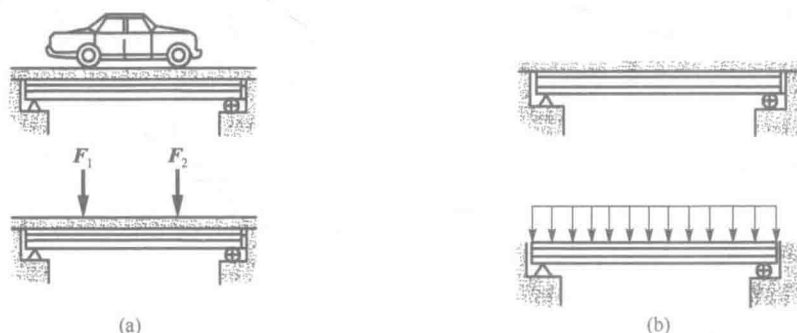


图 1-1 集中力与分布力

力对物体作用的效应取决于力的三要素：大小，方向，作用点。

力具有大小和方向这两个要素，表明力是矢量。力矢量在几何上是个有向线段，在符号上用黑体字符或带箭头、短横顶标的字符表示，如  $\mathbf{F}$ 、 $\vec{F}$ 、 $\bar{F}$  等。

力具有作用点这个要素，表明力是定位矢量，不能随意移动。

### 1.1.3 力的作用效应

作用在物体上的力对物体产生两种效应：

(1) 运动效应 (effect of motion)：力使物体的运动状态发生变化的效应，又称外效应。

(2) 变形效应 (effect of deformation)：力使物体的形状发生变化的效应，又称内效应。

在理论力学中，只讨论力的运动效应，力的变形效应将在材料力学中讨论。

力作用在质点上，会对质点产生移动效应，并使质点产生相应的加速度；力如果作用在刚体上，则不仅会对刚体产生移动效应，还会对刚体产生转动效应，并使刚体产生相应的角加速度。转动效应不仅与力的大小和方向有关，还与力的作用点位置相关。

力的转动效应可以用力对点的矩(简称力矩，moment of force)来表达。

力矩也是矢量，它可以由力矢量与力作用点的位置矢量共同表达，但在平面问题中，力矩退化为标量，它的大小就等于力与力臂的积。

一对大小相等、方向相反且相互平行的两个力作用在刚体上时，不会对刚体产生移动效应，而只会对刚体产生转动效应，被称为力偶。

关于力矩和力偶的详细概念会在后面专门讨论。

对刚体而言，实践经验表明，作用在刚体上的力可沿其作用线移动而不改变其对刚体的运动效应(图 1-2)，这种性质称为力在刚体上的可传性(详见 1.2 节)。因此，对刚体而言，力的三要素可修改为大小、方向、作用线。



图 1-2 力的可传性

物体的**平衡**是一种特殊的运动状态——相对于惯性参考系静止或做匀速直线平移运动的状态。根据牛顿第一定律(惯性定律), 物体的平衡状态对应着物体不受外力作用或合外力为零的受力状态。工程上一般以大地为惯性参照系, 所以物体的平衡往往是指相对地面保持静止或做匀速直线平移运动的状态。根据问题的需要, 也会以地心系甚至日心系等作为更加精确的惯性参照系。平衡是机械运动的特殊形式, 平衡总是相对的、暂时的和有条件的。

### 1.1.4 力系

作用在一个物体上的所有的力就构成了一个**力系**。力系是力的集合, 其空集称为零力系。若两个力系对物体的作用效果相同, 则称这两个力系为**等效力系**。

如果一个力与一个力系等效, 则称这个力为该力系的**合力**, 而该力系中的力称为此合力的**分力**。

如果物体在一个力系的作用下保持平衡, 则称此力系为**平衡力系**。

## 1.2 静力学基本原理

本节介绍的静力学基本原理是为实践所反复证实的, 被广泛认为是符合客观实际的普遍规律, 也称为静力学基本公理。

### 1.2.1 力的平行四边形法则·矢量的合成

**力的平行四边形法则:** 作用于物体上同一点的两个力, 可以合成为一个合力, 合力的作用点仍在该点, 合力的大小和方向由以这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定, 如图 1-3(a) 所示。也就是说, 合力矢量为两个力的矢量和, 可用矢量式表示为

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \mathbf{F}_R \quad (1-1)$$

力的平行四边形法则可以等效为**三角形法则**(图 1-3(b))。

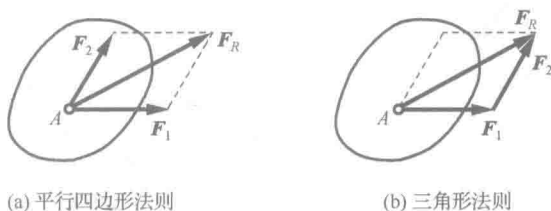


图 1-3 力矢量的合成

力的平行四边形法则实质上包含了两个法则: 一是共点的两个力有合力; 二是“**矢量合成**”的平行四边形运算法则, 即式(1-1)的运算法则。后者不仅对力矢量, 而且对静力学、运动学和动力学中的所有矢量的求和运算都成立。

式(1-1)表达了矢量的合成, 其逆运算就是矢量的分解。当然矢量的分解是不唯一的。

从式(1-1)还可以导出“**矢量差**”的运算法则(几何意义参见图 1-3(b)):

$$\mathbf{F}_2 = \mathbf{F}_R - \mathbf{F}_1 \quad (1-2)$$

**推论 共点力系有合力。** 作用于物体上同一点的多个力, 应用力的平行四边形法则依次

两两合成，最后可以合成为一个力，即为整个共点力系的合力：

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (1-3a)$$

为简化起见，在不致混淆的情况下，本书以后均省略求和符号的上下标乃至被求和项的循环脚标。因此，表达式(1-3a)又可以写为

$$\mathbf{F}_R = \sum \mathbf{F}_i \quad \text{或} \quad F_R = \sum F \quad (1-3b)$$

共点力系合成的几何意义参见第2章中汇交力系的简化一节。

力的平行四边形法则是力系简化和合成的理论基础，对刚体和变形体均成立。而共点力系合成的矢量表达式则直接适用于汇交力系，力偶系合成和任意力系主矢、主矩的表达以及其他矢量求和的表达。

### 1.2.2 二力平衡原理

**二力平衡原理：**作用于刚体上的两个力，使刚体保持平衡的充分必要条件是，这两个力大小相等，方向相反，并且作用在同一直线上。

二力平衡原理给出了最简单力系的平衡条件，是研究复杂力系平衡条件的基础。

在工程问题中，有些构件可简化为只在两点处各受到一个力作用的刚体，这样的构件称为**二力构件**。当二力构件平衡时，由二力平衡原理可知，这两个力必定大小相等，方向相反，作用线共线，如图1-4所示， $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$ 。由于工程上的二力构件大多数是杆件，所以二力构件常被称为**二力杆**。

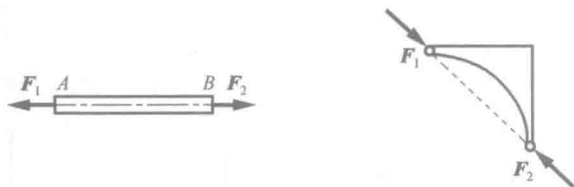


图 1-4 二力杆与二力构件

### 1.2.3 加减平衡力系原理

**加减平衡力系原理：**在作用于刚体的任何一个力系上，加上或除去一个平衡力系，不改变原力系对刚体的作用效果。

由上面的两个原理，可以推出如下有用的结论：

**推论 1 力的可传性定理：**作用于刚体上一点的力，可以沿其作用线移到刚体内任意一点，而不改变它对刚体的作用效果。证明思路如图1-5所示。

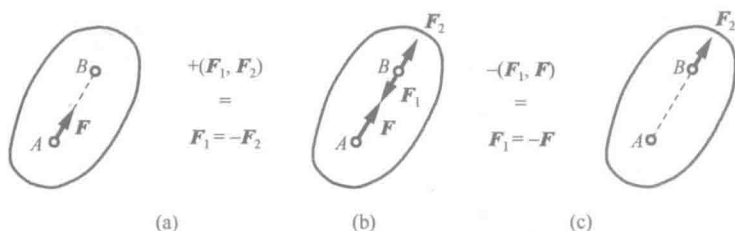


图 1-5 力的可传性及证明示意

因此,力矢量在刚体上可以沿作用线滑移,称为**滑移矢量**。

**推论 2 三力平衡汇交定理:**刚体受三个力作用而平衡,若其中两个力的作用线汇交于一点,则此三个力必在同一平面内,且第三个力的作用线通过汇交点。

**证明** 设刚体受  $F_1$ ,  $F_2$  和  $F_3$  三个力的作用而平衡,其中  $F_1$  和  $F_2$  的作用线汇交于点  $O$ ,如图 1-6(a)所示。由力的可传性原理和平行四边形法则,  $F_1$  和  $F_2$  可在汇交点  $O$  合成为一个合力  $F_{12}$ ,如图 1-6(b)所示。这时刚体则只受两个力的作用,即作用于点  $O$  的  $F_{12}$  和作用于点  $A_3$  的  $F_3$ 。再由二力平衡公理,  $F_{12}$  和  $F_3$  的作用线必共线,由此,  $F_3$  的作用线必通过点  $O$ ,且与  $F_{12}$  共线;  $F_{12}$  与  $F_1$  和  $F_2$  共面,也即  $F_3$  与  $F_1$  和  $F_2$  共面。

三力平衡汇交定理是平衡的必要条件而非充分条件。共面汇交的三个力要构成平衡,其大小还要满足一定条件。作为极限情况,平行三力若成平衡,则三力共面且汇交于无穷远点。

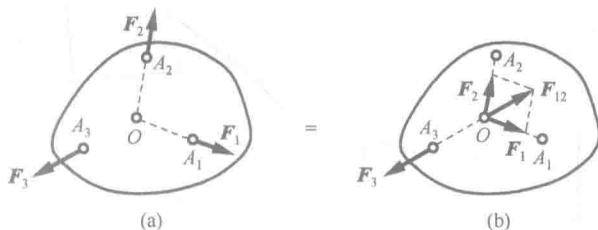


图 1-6 三力平衡共面汇交

## 1.2.4 作用和反作用定律

**作用和反作用定律:**两物体间相互的作用力与反作用力总是同时存在,大小相等,方向相反,作用线共线。

这就是牛顿第三定律,它对刚体和变形体都成立。通常,如果作用力用  $F$  表示,则它的反作用力用  $F'$  表示,  $F = -F'$ 。作用力与反作用力分别作用在相互作用的两个物体上,而不会出现在同一个物体上。

## 1.2.5 刚化原理

静力学的研究是建立在理想的刚体上的,刚体平衡条件能否应用于工程实际中的非刚体呢?

**刚化原理:**受某一力系作用处于平衡的变形体,可以将其此时的形体视为刚体,其平衡状态保持不变。

也就是说,如果变形体在某一力系作用下是平衡的,那么对应的刚体在该力系作用下也一定是平衡的。换句话说,刚体的平衡条件是变形体平衡的必要条件。这就意味着可以利用刚体的平衡条件去分析处理处于平衡状态的变形体。比如,一对拉力可以使一段绳子平衡,这时绳子可以刚化成刚性杆,而平衡状态、平衡条件都不会变;但一对压力不能使绳子平衡,于是这时绳子不能刚化。

刚化原理建立了变形体平衡与刚体平衡的联系。应用刚化原理,可以处理两类变形体的平衡问题。一类是物体系统,尽管组成物体系统的部件可以都是刚性的,但系统整体形状可能仍是可变的;另一类就是材料力学、结构力学、流体力学等将要研究的变形体。有了刚化原理,只要已知它们处于平衡状态,就可以应用刚体平衡条件。



显然, 刚化原理的逆命题不成立, 也就是说, 刚体的平衡条件不是变形体平衡的充分条件。研究变形体或可变形物体系统是否平衡, 仅有刚体平衡条件是不够的, 还需要附加变形条件。例如, 受到拉伸的弹簧, 其平衡状态不仅要求两端拉力相等, 还要求拉力的大小满足弹簧变形的胡克定律。

**静力学原理的适用性:** 静力学的一些原理, 如平衡的充要条件、力的可传性等, 对于柔性体是不成立的, 而对于弹性体则是在一定的前提下成立。如上面讨论过的, 一段绳子即使受到一对等值的压力也不能平衡, 而弹簧可以平衡但要求满足胡克定律。再如力的可传性显然不适用于柔性体, 即使对弹性体, 力的位置沿作用线变化时也会引起物体不同的变形及其平衡状态形式的相应改变。当然, 应该看到, 对刚体成立的具有充分且必要性的静力学平衡条件对非刚体仍是其平衡的必要条件。

## 1.3 力的投影与正交分解

### 1.3.1 力在直角坐标轴上投影

#### 1. 直接投影法(一次投影法)(图 1-7(a))

$$F_x = F \cos \alpha, \quad F_y = F \cos \beta, \quad F_z = F \cos \gamma \quad (1-4a)$$

#### 2. 间接投影法(二次投影法)(图 1-7(b))

先向某坐标轴(如  $z$  轴)和它的垂直坐标面(如  $xy$  面)分别投影, 再将投影在  $xy$  坐标面上的投影矢量  $F_{xy}$  向两个坐标轴  $x$ 、 $y$  作二次投影, 以此得到三个坐标轴上的投影:

$$\begin{cases} F_x = F_{xy} \cos \varphi = F \sin \gamma \cos \varphi \\ F_y = F_{xy} \sin \varphi = F \sin \gamma \sin \varphi \\ F_z = F \cos \gamma \end{cases} \quad (1-4b)$$

其中第一次投影可以选择向不同的坐标轴和坐标面进行。

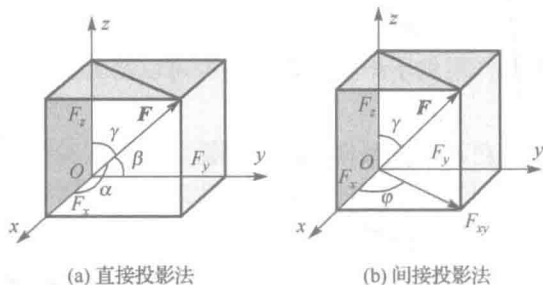


图 1-7 力的投影法

在许多实际问题中, 运用间接投影法往往更加方便。

从矢量运算的角度, 力的投影是力矢量与投影轴方向单位矢量的点积。一般直角坐标系  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴的单位方向矢量分别用  $i$ 、 $j$ 、 $k$  表示, 则

$$F_x = F \cdot i, \quad F_y = F \cdot j, \quad F_z = F \cdot k \quad (1-5)$$