



电子信息学科基础课程系列教材

——面向现代工程师培养

教育部高等学校电工电子基础课程教学指导委员会推荐教材

# 信号与系统

伍时和 主编

汪 源 丁学用 袁 敏 编著

清华大学出版社



电子信息学科基础课程系列教材

面向现代工程师培养

教育部高等学校电工电子基础课程教学指导委员会推荐教材

# 信号与系统

伍时和 主编

汪 源 丁学用 袁 敏 编著

清华大学出版社  
北 京

## 内 容 简 介

本书共分6章,内容包括绪论、线性时不变(LTI)系统的时域分析、傅里叶变换、连续信号与系统的复频域分析、离散系统的时域分析和 $z$ 变换及离散时间系统的 $z$ 域分析。

本书的特色是保留“信号与系统”课程的基本教学内容,简化与其他课程教学中相互重复的内容,如模拟与数字滤波器等;简化过于理论化以及数学上较难以理解的内容,如相关性分析、空间矢量分析、状态变量分析等;突出系统的时域分析方法与应用,如傅里叶变换、拉普拉斯变换、 $z$ 变换的基本内容及其应用等重点;对于涉及重点内容的难点问题,尽可能地进行细致分析论证,以适合三本院校教学要求和学生学习为主要目的。希望通过本书的学习,能够为学生今后“数字信号处理”、“通信原理”等课程的学习应用打下较好的基础。

本书可供高等学校电子、电气、信息类相关专业作为教材使用,也可供相关的工程技术人员作为参考书使用。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/伍时和主编.--北京:清华大学出版社,2016

电子信息学科基础课程系列教材

ISBN 978-7-302-44072-7

I. ①信… II. ①伍… III. ①信号系统—高等学校—教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第132450号

责任编辑:文 怡

封面设计:常雪影

责任校对:李建庄

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座

邮 编:100084

社总机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质量反馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 刷 者:三河市君旺印务有限公司

装 订 者:三河市新茂装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:20

字 数:487千字

版 次:2016年9月第1版

印 次:2016年9月第1次印刷

印 数:1~2000

定 价:39.00元

---

产品编号:057848-01

“信号与系统”是电子信息类、电气工程类、自动控制类、机电类专业的一门必修的技术基础课程。电子信息产业是一项新兴的高科技产业,有着巨大的潜力和广阔的发展前景。随着经济改革的深入,我国电子信息产业飞速发展,极大地增加了对电子信息产业人才的需求,迫切需要我国的高校培养出大批符合要求的电子信息类专业人才。教学质量与教材是否合适有重要关系,教材的合适与否会直接影响人才培养的质量。本书从信号与系统的最基本知识入手,讲述信号与系统的基础知识,以及如何运用这些基础知识掌握信号通过系统产生的响应的基本分析理论和方法。

在国内已经有许多较为成熟的《信号与系统》教材,但都不太适合三本院校的学生学习,使用这些教材教学时,曾经有学生反映,教材内容看了三遍以上,仍然一个习题都不会做。本书正是为了适合三本院校教学的需求而编写的。

本书共分6章,内容包括绪论、线性时不变LTI系统的时域分析、傅里叶变换、连续信号与系统的复频域分析、离散系统的时域分析和 $z$ 变换及离散时间系统的 $z$ 域分析。主要介绍以下内容:系统基本描述方法与常用信号的定义与波形、性质;系统数学模型的建立,连续信号与系统微分方程的经典解法与解的分解,卷积积分的含义、性质与计算;傅里叶变换,信号频谱分析,系统频谱分析,滤波的概念及其应用;拉普拉斯变换,系统函数的定义,零状态响应的变换域解法,系统流图,获得反馈系统的系统函数的梅森公式及其应用;离散系统差分方程的建立以及时域解的分解与求解方法,离散卷积和的计算及应用,反卷积的计算; $z$ 变换以及 $z$ 域求解差分方程的方法,离散序列傅里叶变换DTFT,离散傅里叶变换DFT,离散系统的频谱分析等。

本书的特色是保留“信号与系统”课程的基本教学内容,简化与其他课程教学中相互重复的内容,如模拟与数字滤波器等,简化过于理论化以及数学上较难以理解的内容,如相关性分析、空间矢量分析、状态变量分析等;突出系统的时域分析方法与应用,傅里叶变换、拉普拉斯变换、 $z$ 变换的基本内容及其应用等重点;对于涉及重点内容的难点问题尽可能地进行细致分析,以适合三本院校教学要求和学生学习为主要目的。希望通过本书的学习,能够为今后“数字信号处理”、“通信原理”等课程的学习应用打下较好的基础。

书中每一章都有主要内容提示和小结,书末附录公式汇总中,归纳了全书的主要公式和变换的性质,方便学生记忆与掌握。习题包括填空与选择填空、分析计算等类型,便于自学自测以及教学使用。通过习题的练习,也能够使学生达到国内考研应掌握内容的要求。

本书编写遵从循序渐进的思维方式,章节顺序安排合理,有利于学习。

本书可供高等学校电子、电气、信息类相关专业本科生作为教材使用,也可供相关的工程技术人员作为参考书使用。

本书在编写过程中,参考了不少已出版的相关书籍和网络上的相关资料,从中受益匪浅,也引用了这些参考资料的部分内容,在此对相关书籍的作者和网络上的相关资料的作者表示崇高的敬意,并致以真诚的感谢!书中的不足之处,敬请读者批评指正。

全书由伍时和撰写,汪源、丁学用两位老师负责修正与审定以及习题的编写工作,其中丁学用主要负责第1~3章内容的修正与审定和部分习题的编写,汪源负责第4~6章内容的修正与审定和部分习题的编写,袁敏老师对本书的编写给出了合理建议,促成了本书定稿。

编 者

2016年6月于三亚

|                                |           |
|--------------------------------|-----------|
| <b>第 1 章 绪论</b>                | <b>1</b>  |
| 1.1 引言                         | 2         |
| 1.2 系统的模型与系统的分类                | 3         |
| 1.2.1 系统的数学模型及框图模型             | 3         |
| 1.2.2 系统的分类                    | 6         |
| 1.3 线性时不变系统                    | 9         |
| 1.4 系统分析方法                     | 11        |
| 1.5 信号的描述与分类                   | 13        |
| 1.6 典型信号                       | 16        |
| 1.7 信号运算                       | 25        |
| 本章小结                           | 31        |
| 第 1 章习题                        | 32        |
| <b>第 2 章 线性时不变(LTI)系统的时域分析</b> | <b>40</b> |
| 2.1 引言                         | 41        |
| 2.2 系统的微分方程的建立                 | 41        |
| 2.3 系统的微分方程的求解                 | 46        |
| 2.4 系统响应的初始值确定                 | 54        |
| 2.5 LTI 系统的冲激响应与阶跃响应           | 56        |
| 2.6 卷积积分                       | 61        |
| 本章小结                           | 72        |
| 第 2 章习题                        | 73        |
| <b>第 3 章 傅里叶变换</b>             | <b>83</b> |
| 3.1 引言                         | 84        |
| 3.2 傅里叶级数                      | 85        |
| 3.3 常见非正弦周期信号的频谱               | 88        |
| 3.4 连续时间信号的傅里叶变换               | 99        |
| 3.5 傅里叶变换的性质                   | 101       |
| 3.6 卷积性质                       | 109       |

# 目录

|                               |                           |            |
|-------------------------------|---------------------------|------------|
| 3.7                           | 常用函数信号的傅里叶变换 .....        | 111        |
| 3.8                           | 周期信号的傅里叶变换 .....          | 118        |
| 3.9                           | 傅里叶变换在 LTI 系统分析中的应用 ..... | 121        |
| 3.9.1                         | 傅里叶变换在信号调制与解调中的应用 .....   | 122        |
| 3.9.2                         | 傅里叶变换在电路响应分析中的应用 .....    | 123        |
| 3.9.3                         | 傅里叶变换在系统分析中的应用 .....      | 125        |
| *3.9.4                        | 傅里叶变换在信号抽样的应用 .....       | 128        |
| *3.9.5                        | 傅里叶变换在滤波技术的应用 .....       | 130        |
| 本章小结 .....                    |                           | 131        |
| 第 3 章习题 .....                 |                           | 132        |
| <br>第 4 章 连续信号与系统的复频域分析 ..... |                           | <b>148</b> |
| 4.1                           | 拉普拉斯变换 .....              | 149        |
| 4.2                           | 典型信号的拉普拉斯变换 .....         | 152        |
| 4.3                           | 拉普拉斯反变换 .....             | 155        |
| 4.3.1                         | 留数法求取拉氏逆变换 .....          | 155        |
| 4.3.2                         | 部分分式展开和公式法 .....          | 158        |
| 4.4                           | 拉普拉斯变换的性质 .....           | 160        |
| 4.5                           | 拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系 .....     | 166        |
| 4.6                           | 连续系统的复频域分析 .....          | 169        |
| 4.6.1                         | 框图模型表示的系统 .....           | 169        |
| 4.6.2                         | 电路的复频域模型 .....            | 173        |
| 4.7                           | 系统函数 .....                | 182        |
| 4.7.1                         | 系统函数与零状态响应 .....          | 183        |
| 4.7.2                         | 系统函数的求法 .....             | 184        |
| 4.7.3                         | 系统框图的化简 .....             | 186        |
| 4.8                           | 系统的信号流图 .....             | 187        |
| 4.8.1                         | 信号流图 .....                | 187        |
| 4.8.2                         | 信号流图的性质和化简 .....          | 189        |
| 4.8.3                         | 梅森公式 .....                | 192        |
| 4.9                           | 由系统函数的零点与极点分析系统特性 .....   | 196        |
| 4.9.1                         | 系统函数的零点与极点 .....          | 196        |

|                                                               |            |
|---------------------------------------------------------------|------------|
| 4.9.2 由系统函数的零极点分布确定系统的频率响应特性 .....                            | 198        |
| 4.10 连续时间系统的稳定性判断 .....                                       | 199        |
| 本章小结 .....                                                    | 200        |
| 第4章习题 .....                                                   | 201        |
| <b>第5章 离散系统的时域分析 .....</b>                                    | <b>213</b> |
| 5.1 离散时间系统 .....                                              | 214        |
| 5.2 离散时间信号 .....                                              | 215        |
| 5.2.1 离散信号的表示方法 .....                                         | 215        |
| 5.2.2 离散时间信号的运算 .....                                         | 217        |
| 5.2.3 常用离散时间信号 .....                                          | 219        |
| 5.3 描述离散时间系统的数学模型 .....                                       | 222        |
| 5.4 常系数差分方程的求解 .....                                          | 226        |
| 5.4.1 迭代法 .....                                               | 227        |
| 5.4.2 时域经典法 .....                                             | 227        |
| 5.5 单位样值响应 .....                                              | 231        |
| 5.6 线性时不变离散时间系统的零状态响应与卷积和 .....                               | 234        |
| 5.6.1 线性时不变离散时间系统的零状态响应 .....                                 | 234        |
| 5.6.2 卷积和的性质 .....                                            | 236        |
| 5.6.3 卷积和的计算 .....                                            | 237        |
| 5.7 反卷积 .....                                                 | 242        |
| 本章小结 .....                                                    | 244        |
| 第5章习题 .....                                                   | 244        |
| <b>第6章 <math>z</math> 变换及离散时间系统的 <math>z</math> 域分析 .....</b> | <b>253</b> |
| 6.1 $z$ 变换定义及收敛域 .....                                        | 254        |
| 6.1.1 $z$ 变换 .....                                            | 254        |
| 6.1.2 $z$ 变换收敛域 .....                                         | 255        |
| 6.2 常用序列 $z$ 变换 .....                                         | 258        |
| 6.3 $z$ 变换的性质 .....                                           | 260        |
| 6.4 逆 $z$ 变换 .....                                            | 268        |
| 6.4.1 复变函数围线积分的留数法 .....                                      | 268        |

# 目录

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| 6.4.2 部分分式展开法 .....        | 270 |
| 6.4.3 降幂展开长除法 .....        | 272 |
| 6.5 利用 $z$ 变换解差分方程 .....   | 273 |
| 6.6 离散系统的系统函数 .....        | 277 |
| 6.7 离散系统的傅里叶变换 .....       | 280 |
| 6.7.1 序列的傅里叶变换(DTFT) ..... | 281 |
| 6.7.2 离散傅里叶变换(DFT) .....   | 284 |
| 6.8 离散时间系统的频率特性 .....      | 288 |
| 本章小结 .....                 | 289 |
| 第6章习题 .....                | 290 |
| 附录 公式汇总 .....              | 301 |
| 参考文献 .....                 | 310 |

# 第1章 绪论

## 1.1 引言

**信号(signal):** 信号是消息或命令传播过程形式的统称,是运载消息的工具,是消息的载体,所要传播的消息是信号的具体内容,其形式如光、电波、声音、动作等。

例如交通信号灯,用红、黄、绿 3 种不同的发光颜色表示信号,分别为行人和车辆提供不同的消息,以便道路交通有序进行。

关于消息的传播形式,在电报、电话被发明之前,人们使用驿站、烽火台、信鸽、手语、旗语等形式传递消息。

1836 年英国科学家库克和惠斯通制成电磁电报机,美国的莫尔斯发明了由点、划线组成的“莫尔斯电码”,完成了用电信号传递消息的过程,实现了消息的快速传递。

1876 年美国入亚历山大·格拉汉姆·贝尔(A. G. Bell, 1847—1942)发明了世界上第一台可用的电话机之后,直接将语音信息转换成电流、电压信号的形式进行传播。随着赫兹、波波夫、马可尼等科学家的电磁场理论推动无线电技术的发展,消息则以电磁波的形式传送到世界各个地方。目前,消息还能以网络的形式传送。

互联网传递消息的信号,多以数字化的电压参数形式传递,即高、低电平形式。为了确保信号的可靠传送,减小无用信息占用资源,“信号处理技术”得到长足发展,丰富了数字信号处理技术的理论,促进了数字信息传送的快速发展。

根据信号随时间变化的规律,可以将信号分为模拟信号与数字信号。模拟信号(analog signal)是连续变化的信号;数字信号(digital signal)是一系列断续变化的脉冲。模拟信号与数字信号之间可以相互转换。

电信号的主要特征可以认为是时间函数的各种不同表现形式,因此有强度大小、频率变化等不同的规律。信号既可以用时间函数加以描述,也可以用频率函数加以描述,对于数字信号,还可以用序列函数加以描述。这些,将是信号与系统中表述信号的主要方法。

信号传送的过程中,需要进行运算、放大或转换,即信号的处理。处理的目的是削弱信号中的多余内容,对信号中的有用部分进行放大,滤除信号中的干扰和噪声。所谓“数字信号处理”就是将信号进行数字化转换以后,在数字化的环境下,对信号进行加工或运算。例如,物理探测、人体生物电探测、航天探测等数据的分析,都依赖信号处理技术的实际应用。

信号的传输(包括信号交换)与信号处理两者之间在理论上是有机联系的,其共同的特点是研究分析信号的基本特性,包括信号的描述、分解、变换、测量、频谱特征、提取有用信号并按指定的要求对信号进行设计。

**系统(system):** 系统是部分组成的整体,它由相互作用、相互依赖、按预定规则工作的若干组成部分结合而成,能完成个别元件不能单独完成的工作,从而构成具有特定功能的有机整体,而这个有机整体又是它从属的更大系统的组成部分。

在宇宙间,从基本粒子到河外星系,从人类社会到人的思维,从无机界到有机界,从

自然科学到社会科学,系统无所不在。按宏观层面分类,系统大致可以分为自然系统、人工系统、复合系统。

**自然系统:**系统内的个体按自然法则存在或演变,产生或形成一种群体的自然现象与特征。如生态平衡系统、人体系统(运动、神经、内分泌、循环、呼吸、消化、泌尿、生殖系统)、天体系统(太阳、银河、星系系统)、物质微观结构系统以及社会系统等。

**人工系统:**系统内的个体根据人为预先编排好的规则或计划好的方向运作,以实现或完成系统内各个体不能单独实现的功能、性能与结果。如国家各种职能系统(教育、医疗、出版、文化、交通运输系统)、生产系统、电力系统、通信系统、控制系统、测控系统、计算机操作系统、计算机硬件系统等。

**复合系统:**自然系统和人工系统的组合。如航空导航系统、宇宙航天系统(通信、控制、计算机管理、空间天体系统)、交通管理系统(通信、计算机管理、天气、道路)等。

由此可见,任何一个由部分组合起来的整体都可以是一个系统,系统是一个范围非常广泛的复杂概念。在信息学科和技术系统中,利用控制系统、通信系统、计算机硬件系统、计算机软件系统组合实现信号的采集、传输与处理,从而构成一个更大、更复杂的系统,如生产管理、交通运输管理、航空导航、宇宙航天系统。信号的采集与传送,都是通过电路、以太空间实现的,系统是通过网络(电路)链接(连接)实现电信号的传送。没有信号的系统是一个死的系统,信号没有系统就无法进行传送,信号与系统是相依相存的。

在信息学科和技术系统中,电路是系统的组成部分,也可以是一个子系统,电路分析注重局部分析,系统则注重整体结构和整体性能分析。例如,一个晶体管构成的放大电路,进行电路分析时,注重电路的电流、电压大小关系分析;若将其看成系统的构成部分,则注重其放大作用的频率特性分析。又如由电阻电容构成的串、并联电路,进行电路分析时,注重分析电路的暂态、稳态的电流电压关系,若将其看成系统的一个构成部分,则注重其微分、积分性能或者其滤波特性。本书将以电路作为系统分析的切入点,引申系统的分析手段,着重分析信号通过系统以后产生的输出(响应)的特征。因此,学习本课程,要求具有较好的电路理论基础和数学基础。

信号与系统理论应用非常广泛,例如通信、雷达跟踪、电视传播、生物医学、地球物理探测、化学、核物理学等。

在物理系统中,信号好比是系统的血液,系统好比是信号的躯体,两者永远是不能分开的。

随着科学的进步,人工系统越来越完善,系统的组成也会更加复杂,将系统理论应用于工程设计,设计出完善性更好、安全性和可靠性更高的系统,这就是研究系统工程学的意义所在。

## 1.2 系统的模型与系统的分类

### 1.2.1 系统的数学模型及框图模型

若系统在激励(输入)作用下,系统的结果(输出)可以用数学关系给出,则可以用数

学模型来描述系统。若将组成系统的每一个子系统都用这种数学模型(图形形式)来描述,并将信号的传送关系用带箭头的线条连接起来,就构成了系统的框图模型。用数学运算关系建立图形,就是构成系统模型的过程。

对于电气信息系统,可以用构成系统的电路结构建立的模型来描述,电路最基本的部件具有延迟、放大、积分、微分等功能,这些部件可以用其功能的基本模型进行描述。例如,电阻、电容、集成运算放大器可以构成微分电路或积分电路,用放大器件、电阻、电容构成基本放大单元。

因此,可以用构成系统的每一个功能电路模块的框图模型组合描述系统,也可以用数学模型描述系统,两者构成关联关系。框图模型的每一个框图反映一种数学运算功能,即输入与输出的运算关系,这样就可以用具有不同功能框图的组合构成系统。例如,若一个系统的数学模型可用微分方程描述,则可以分解为微分(离散系统的差分,将图 1-1 中的  $d/dt$  改为  $z^{-1}$ )、积分、相加、相减等基本运算。这些基本运算的框图如图 1-1 所示。

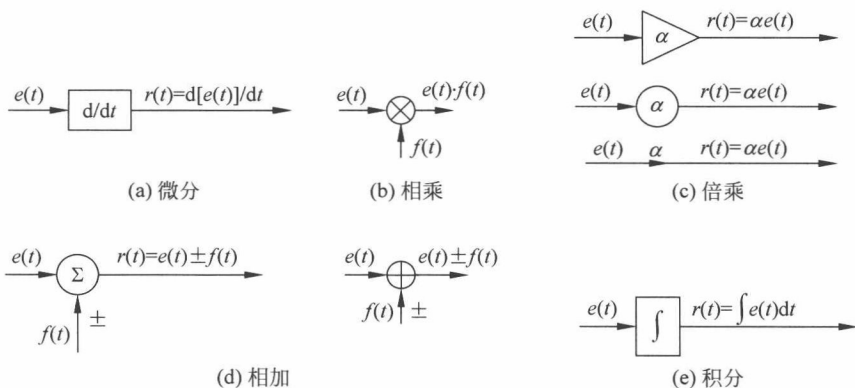


图 1-1 系统常用基本运算的模型框图

系统模型的建立,取决于系统的组成。在一定条件之下,可以得到系统的数学模型。而根据器件的物理特性,一般只能得到近似的模型。例如,可用集总参数或分布参数模型来表示系统,也可采用某些物理近似模型来表示系统。

例如,阻容耦合单管共射极放大器,考虑低频特性时,其等效电路如图 1-2 所示。

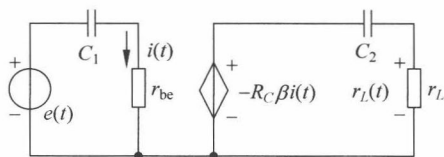


图 1-2 单管低频等效电路

输入电路方程为

$$r_{be} i(t) + \int_0^t \frac{1}{C_1} i(t) dt = e(t)$$

改写为

$$i(t) = \frac{e(t)}{r_{be}} - \int_0^t \frac{i(t)}{r_{be} C_1} dt \quad (1-1)$$

改写为

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{r_{be}} \frac{de(t)}{dt} - \frac{i(t)}{r_{be} C_1} \quad (1-2)$$

根据式(1-1)及式(1-2),输入电路的系统模型分别如图 1-3(a)、(b)所示。

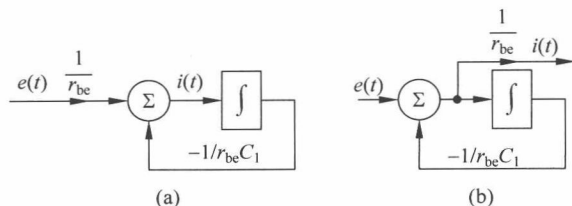


图 1-3 输入电路的系统模型

输出电路方程为

$$r(t) + \int_0^t \frac{1}{r_L C_2} r(t) dt = -R_C \beta i(t) \quad (1-3)$$

改写为

$$r(t) = -R_C \beta i(t) - \int \frac{1}{r_L C_2} r(t) dt \quad (1-4)$$

根据式(1-1)和式(1-3),单管共射极放大器电路的系统模型如图 1-4 所示。

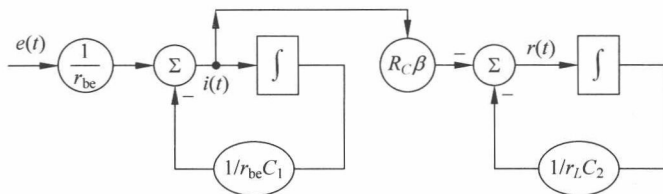


图 1-4 单管共射极放大器电路的系统框图

值得注意的是,对于不同的物理系统,经过抽象和近似,可能得到形式上完全相同的数学模型,即使对于理想元件组成的系统,在电路结构不同的情况下,其数学模型也有可能一致。

例如,在电压源  $e(t)$  激励下,由电容  $C$ 、电阻  $R$ 、电感  $L$  构成的串联电路,以电路流过电流  $i(t)$  作为电路响应输出  $LC \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + RC \frac{di(t)}{dt} + i(t) = C \frac{de(t)}{di}$ ,与在电流源  $i(t)$  激励下,由电容  $C$ 、电阻  $R$ 、电感  $L$  构成的并联电路,以并联电路电压  $u(t)$  作为电路响应输出  $LC \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{du(t)}{dt} + u(t) = L \frac{di(t)}{di}$ ,两者的框图模型

具有相同的形式,如图 1-5 所示。由此可见,同一数学模型,可以描述物理外貌截然不同的系统。

对于较复杂的系统,其数学模型则可能是一个高阶微分方程,规定此微分方程的阶次就是系统的阶数,例如系统的数学模型为  $\frac{d^2 r(t)}{dt^2} + a_1 \frac{di(t)}{dt} + a_0 r(t) = e(t)$  的系统

是二阶系统。在采用状态变量分析系统时,也可以

把高阶微分方程改为一阶联立方程组的形式给出,这是同一个系统模型的两种不同表现形式,前者称为输入输出方程,后者称为状态方程,输入输出方程与状态方程可以相互

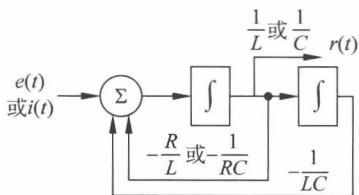


图 1-5 RLC 串/并联电路系统的模型框图

转换。

系统数学模型的建立,必须通过解答微分方程才能得到系统的响应。为得到系统微分方程在特定激励下的解答,必须确定积分常数,即必须确定系统的初始状态,也就是知道激励接入瞬时系统内部的能量储存情况。储能的来源可能是先前激励(或扰动)作用的后果,历史作用演变过程是任意的,不必细加研究,只需知道激励接入瞬时系统的起始状态。系统的起始状态由若干独立条件给出,起始状态的数目与系统数学模型的阶次相同,例如RLC串联或并联电路,其数学模型是二阶微分方程。通常以起始时刻电容端电压与电感电流作为两个独立条件来表示它的起始状态(可以用电路分析中的换路定理确定)。

当系统数学模型、起始状态以及输入激励信号都已确定时,即可运用数学方法求解系统响应。一般情况下,可以对所得结果做出物理解释,赋予系统响应相应的物理意义。

综上所述,系统分析的过程,是将实际物理问题抽象为数学模型,经数学解析后再回到物理实际的过程。对应不同的数学运算可以构成不同类型的方框图,并由若干方框图组成系统。因此,会有多种多样的方框图表达及其组合。

### 1.2.2 系统的分类

系统的分类错综复杂,根据前文介绍的系统的定义,可将系统分成自然系统、人工系统、复合系统。此后的分类,将系统的激励与响应都认为是时间函数,并根据系统数学模型的差异来划分不同的类型。

**连续系统与离散系统**(continuous system and discrete-time system):若系统的输入和输出都是连续时间信号,且内部也未转换为离散时间信号,则称此系统为连续时间系统;若系统的输入和输出都是离散时间信号,则称此系统为离散时间系统。信号放大电路都是连续时间系统的实例,而靠脉冲工作的数字电路是典型的离散时间系统。实际上,离散时间系统经常与连续时间系统组合运用,这种情况称为混合系统。例如,信号放大器、A/D转换器、单片机、D/A转换器组成的信号处理系统。

连续时间系统的数学模型是微分方程,而离散时间系统则用差分方程描述。

**即时系统与动态系统**(immediately system and dynamic system):系统的输出信号只决定于相同时刻的激励信号,与它历史的工作状态无关的系统为即时系统(或无记忆系统)。例如,只由电阻、集成运算放大器件组成的信号运算系统或数字电路中的组合逻辑电路系统就是即时系统。系统的输出信号不仅取决于同时刻的激励信号,而且与它历史的工作状态有关的系统称为动态系统(或记忆系统)。凡是包含有记忆作用的元件(如电容、电感、磁芯等)或数字电路中包含记忆功能器件(如触发器组成的寄存器、计数器等)的电路系统都属动态系统。

即时系统可用代数方程描述,动态系统的数学模型则是微分方程或差分方程。在分析动态系统时,变量的选择有两种方式,一种是选择输出变量与输入变量(系统的响应与激励);另一种是选择状态变量(如电容电压、电感电流等)。

**集总参数系统与分布参数系统** (concentrate parameter system and distributed parameter system): 只由集总参数元件组成的系统称为集总参数系统; 含有分布参数元件的系统为分布参数系统(如传输线、波导等)。集总参数系统用常微分方程作为它的数学模型; 分布参数系统, 由于描述系统的独立变量不仅是时间变量, 还要考虑到空间位置, 因此其数学模型是偏微分方程。

**线性系统与非线性系统** (linear system and non-linear system): 具有叠加性与齐次性(也称均匀性, homogeneity)的系统称为线性系统。所谓叠加性是指当几个激励信号同时作用于系统时, 总的输出响应等于每个激励单独作用所产生的响应之和(如线性电路的叠加原理); 齐次性就是输入函数扩大  $a$  倍, 其响应函数相应地也扩大  $a$  倍, 就叫一次齐次性。不满足叠加性或齐次性的系统是非线性系统。

一般来说, 能够满足叠加性的系统, 也能够满足实齐次性, 即  $a$  为实数的情况。

例如一个系统, 激励为  $e(t)$ , 其响应为  $r(t)$ , 当输入为  $e(at)$  时, 其响应为  $ar(t)$ , 即若  $e(t) \rightarrow e(t)$ , 则  $e(at) \rightarrow ar(t)$ , 则称系统具有齐次性, 其中  $a$  为任意常数。

在数学中, 如果一个函数的自变量乘以一个系数, 这个函数将乘以这个系数的  $k$  次方, 则称这个函数为  $k$  次齐次函数, 即函数  $r(e)$  满足  $r(ae) = a^k r(e)$ 。其中,  $e$  是激励,  $k$  是整数,  $a$  是非零的实数, 则称  $r(e)$  (响应) 是  $k$  次齐次函数。同样的, 系统分析中, 如果激励也具有这种特性的, 则称为  $k$  次齐次系统。

线性函数就是一次齐次函数。对于多项式函数  $r(x, y) = x^2 + y^2$ , 因为  $r(ax, ay) = a^2 r(x, y)$ , 所以  $r(x, y)$  是 2 次齐次函数。

**时变系统与时不变系统** (time varying system time invariant system): 若组成系统的基本单元参数不随时间而变化, 则称此系统为时不变系统(或非时变系统、定常系统); 若组成系统的基本单元参数随时间改变, 则称其为时变系统(或参变系统)。

综合线性、非线性、时变、时不变系统等方面的情况, 在信号与系统课程中, 可能会遇到线性时不变、线性时变、非线性时不变、非线性时变等系统。

现以在电压源  $e(t)$  激励下的  $RLC$  串联电路系统为例, 选择系统响应为串联电路的电流  $i(t)$ , 在以下几种不同条件下, 通过系统数学模型的差异说明时变、时不变、线性、非线性的区别。

若  $L$ 、 $C$ 、 $R$  都是线性时不变元件, 则可组成一个线性时不变系统: 串联电路电流  $i(t)$ 。其数学模型为

$$LC \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + RC \frac{di(t)}{dt} + i(t) = C \frac{de(t)}{dt} \quad (1-5)$$

这是一个线性时不变系统的数学模型。描述系统的微分方程是一个常系数线性微分方程。

若电容  $C$  受某种外加控制作用而改变其容量(如受电压源控制调频电路中的电容器), 即  $C(t)$  也是时间的函数, 则描述系统的微分方程是时变参线性微分方程, 所以该系统是一个线性时变系统, 其微分方程为

$$LC(t) \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + RC(t) \frac{di(t)}{dt} + i(t) = C(t) \frac{de(t)}{dt} \quad (1-6)$$

如果  $R$  是非线性电阻(如测控系统中的温度传感元件), 设其电压、电流之间关系为

$u = Ri^2$ , 而  $L, C$  仍保持线性参变, 即  $u_L = L di(t)/dt, u_C = \frac{1}{C} \int i(t) dt$ , 于是描述系统的微分方程为

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri^2(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = e(t)$$

两边对  $t$  求导, 经整理得到

$$LC \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 2RCi(t) \frac{di(t)}{dt} + i(t) = C \frac{de(t)}{dt} \quad (1-7)$$

这是一个非线性时不变系统。描述系统的微分方程中的系数为非常数。

如果  $R$  是非线性电阻 (如测控系统中的温度传感元件), 设其电压、电流之间关系为  $u = Ri^2$ , 而  $C$  为时变器件,  $L$  仍保持线性参变, 于是建立一非线性时变系数微分方程, 即

$$LC(t) \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 2RC(t)i(t) \frac{di(t)}{dt} + i(t) = C(t) \frac{de(t)}{dt} \quad (1-8)$$

这是一个非线性时变系统。描述系统的微分方程中的系数为非常数, 参数为时变参数。

对于离散系统, 也可以出现线性或非线性、常数或变参差分方程数学模型。

**可逆与不可逆系统** (reversible system and irreversible system): 若系统在不同的激励信号作用下产生不同的响应, 则称此系统为可逆系统。对于每个可逆系统都存在一个“逆系统”, 当原系统与此逆系统级联组合后, 输出信号与输入信号相同, 如图 1-6 所示。

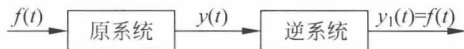


图 1-6 原系统与逆系统串联示意图

例如, 原系统响应 (输出) 为  $y(t)$ , 激励为  $e(t)$ , 则具有如下关系的系统是可逆的:

$$y(t) = 2f(t) \quad (1-9)$$

逆系统的响应 (输出)  $r_1(t)$  与激励  $r(t)$  的关系为

$$y_1(t) = \frac{1}{2} y(t) \quad (1-10)$$

不可逆系统的一个实例为

$$y(t) = f^2(t) \quad (1-11)$$

由于输入  $f(t)$  和  $-f(t)$  具有相同的响应, 所以系统是不可逆的。

可逆系统的概念在信号传输与处理技术中得到广泛应用。在通信系统中, 可将待传输信号进行调制, 由于在接收信号之后仍要恢复原信号, 因此必须对信号进行解调, 信号解调系统为信号调制系统的逆系统。数字系统中, 解码器系统是编码器系统的逆系统。例如, 在发送端为信号加密, 在接收端需要正确解密, 等等。

**因果与非因果系统** (causal system and non-causal system): 因果系统 (causal system) 是指当且仅当输入信号激励系统时, 才会出现输出 (响应) 的系统。因果系统 (响应) 不会出现在输入信号激励系统的以前时刻, 即响应不可能在此激励到达的时刻之前出现; 也就是说, 系统的响应仅与当前和与过去的输入有关, 而与将来的输入无关。系统的这种特性称为因果特性。具有因果特性的系统称为因果系统或非超前系统 (non anticipative system), 与之相对的有非因果系统和反因果系统。