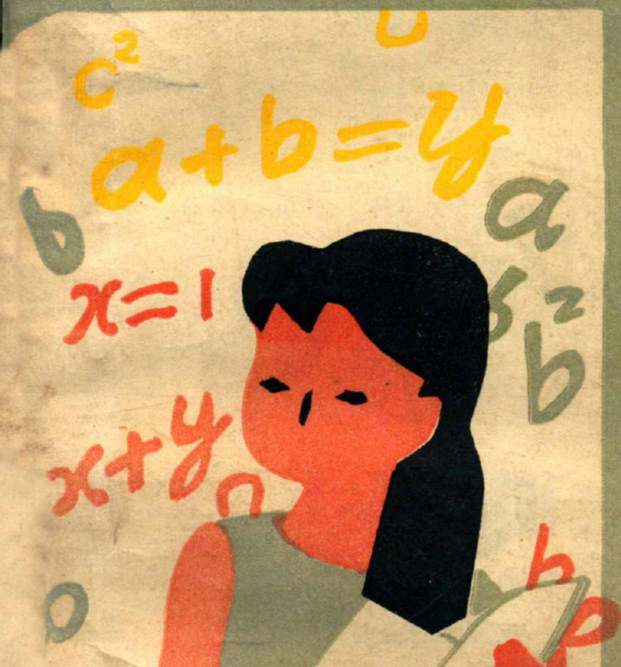
新体例单元同步综合辅导与练习

献给学生最有希望的教材单元辅导

代数

初中二年级



北京海淀区教师进修学校 编写

海南出版社

代 数

初二下册

北京市海淀区教师进修学校
《希望工程》编写组
主编

海 南 出 版 社

《希望工程》初中数学出版说明

为了帮助家长辅导自己的孩子学习好数学，我们组织了部分教学经验丰富、教学观念比较新的中学数学教师，编写了这套《希望工程》。在编写过程中，作者们紧紧依据中学数学教学大纲和现行数学课本，在编排的顺序上保持与课本顺序一致，家长能很方便的与课本对照使用。

在编写中，作者力求突出重点，剖析难点，广开思路，培养能力；力求使这套参考书具有启发性、针对性、实用性，成为家长在辅导孩子时的好助手，同时也成为数学教师在备课时的有用参考资料。

在《希望工程》中，各章的内容都是由以下五部分组成：

一　结构与功能：帮助家长辅导自己的孩子对全部知识有整体性的理解，既了解知识的组成，也知道这些知识在中学数学系统中的地位与功能。

在各章数学知识分类表中，主要依据北京市教育局教学研究部数学教研室主编《初中数学知识双向细目表》设置知识点及教学要求的层次，分为了解、理解、掌握、灵活运用四个层次，分别用A、B、C、D来表示，具体含义如下：

A、了解：对知识的涵义有感性的、初步的认识，能够说出这一知识是什么，能在有关问题中识别它们。

B、理解：对概念和规律（定理、定律、公式、法则等）达到了理性认识，不仅能够说概念和规律是什么，而且能够知道它是怎样得出来的，它与其它概念和规律之间的联系，并掌握它的简单应用。

C、掌握：一般地说，是在理解的基础上，通过练习，形成技能，能够(或会)通过它去解决一些问题。

D、灵活运用：是指应用知识达到迅速、灵活的程度，并能解决一些较复杂的问题。

二 知识、方法、能力：帮助家长辅导自己的孩子对基础知识、基本能力有比较明确的认识；对重点知识有讲述、对难点有剖析；讲解各种基本题型和解题方法以及错解分析；选取有一定综合度的例题进行分析，从而帮助家长掌握提高学生思维能力的方法。

三 目标与评价：设置“诊断性学习水平测试”、“重要概念形成性学习水平测试”、“本章终结性学习水平测试”，在每份测试题后设计了“反馈卡”，在反馈卡中设有知识点、序号、学习水平、参考答案和评分标准，家长与教师可借助反馈卡了解自己的孩子、学生学习达到什么水平，及时发现问题出现在哪些知识点上，可有针对性地进行复习补救。

四 广开思路：通过典型例题对知识的深度、广度加以引导，各题有分析、解答及解题注意事项，这些内容能帮助学生掌握解题思路，提高分析问题能力。

五 阅读与思考：作者摘录富有启迪思维的资料，引导阅读，结合本章内容提出思考问题继而达到提高思维能力。

由于编者水平有限，书中如果有疏漏或不足之处，欢迎家长与老师批评指正。

本册编者：

王文会 项瑞兰

前　言

少年儿童是祖国的希望，是未来社会的主人。中国特色的社会主义现代化建设的显著特点，就是要依靠教育兴国，科技兴国。而教育和科技都需要从娃娃抓起，并且持之以恒。教育的理论和实践已经证明，从六、七岁到十四、五岁是人生中打基础的最宝贵的时期，教育的成败在很大程度上则取决于这个阶段的教学和教育的状况。我们认为少年儿童的教育作为希望工程，它不仅需要在经济上、物质上给以大力支援，更重要的还需要在教育上、知识上、思想上给予帮助和支持，而且需要教师、家长、学生的有机配合。这套丛书正是从这点考虑，由北京市海淀区教师进修学校组织了有实践经验的教师们在集体研究的基础上编写献给关心培养中小学学生的广大教师和家长，也可供学生自行阅读。

本书以培养二十一世纪人才为目标，重在发展学生智力，培养学生良好的学习习惯，教给学生科学的学习方法，加强双基训练，促使学生、家长教师构成一个有机的教育整体，切实保证普及九年义务教育质量的提高。

本书按小学六个年级，初中三个年级，分学科（小学语文、数学、初中语文、数学、物理、化学、外语），分年级、分单元编写，基本上与教材同步。

每单元按“知识结构”、“疑难解析”、“评价检测”、“思路扩展”、“教育赠言”五部分编写。注意结合学生的年龄特点和学科特点、打好基础、培养能力，同时注意针对有的学生缺乏

学习兴趣，思维不够活跃，学习方法呆板，自学能力不强的现状，促进他们向积极方面转化。

本书还注意从教师和家长辅导学生的需要出发，结合教材总结教学规律，介绍教学经验，辅导方法以及科学的教育思想、观点、方法等。因此，《希望工程》是中小学生学习的良师益友，也是教师、家长辅导孩子学习的得力助手。

由于水平的局限，错误在所难免，欢迎读者批评指正。

目　录

第九章　数的开方

第十章　二次根式

第十一章　一元二次方程

第十二章　指数

第九章　数的开方

一　结构与功能

当所学的数扩充到有理数范围以后，数的加、减、乘、除运算可以畅通无阻，并且开始了更高层次的乘方运算，这些运算形成了初等数学的基本运算. 但是，随着生产的发展，当人们用这些运算进一步研究一些实际问题的时候，又产生了新的困惑，如边长为 1 的正方形，它的对角线的长究竟是整数还是分数呢？又如对于 $x^2=4$，从幂的运算逆推可以得到 $x=\pm2$，如果是 $x^2=3$，如何求出 x 的值呢……这一章的学习将给出一种新的运算，并随着这种运算会使我们进入一个更宽广的数学领域.

1. 本章的知识结构

本章的主要内容有数的开方运算、方根的概念，并在此基础上引出无理数和实数的概念及运算，从结构上看，本章内容可划为两个系统：开方运算系统及数的发展系统. 这两个系统可以从表 9——1 中清楚的反映出来.

在乘方基础上引出的开方运算是一种更高一级的运算. 这样，实数范围内的六种运算到此就完整了，加减，乘除、乘方与开方这六种两两互逆的运算是整个中学阶段代数运算的基础，而掌握平方根（特别是算术平方根）的概念和运算则是学习下一章必须具备的条件，也是解一元二次方程的基本出发

点.

表 9——1

- 开方运算
  - 运算方式
    - 开平方—平方根
    - 开立方—立方根
    - 开 n 次方 n 次方根
  - 运算结果
    - 有理数
    - 无理数

实数

由于开方运算的需要，引进了无理数，这样，我们就把所学过的数从有理数范围扩大到实数范围，这个扩充首先使我们所学过的数布满整个数轴，从而实现了实数与数轴上的点的一一对应关系，其次，我们可以在更大的范围内分解因式.如分解因式 x^4-9，在有理数范围内分解得到 $(x^2+3)(x^2-3)$，在实数范围内就可以进一步分解得到 $(x^2+3)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$，这无疑是前进了一大步，并为进一步的学习准备了条件.

恩格斯在《自然辩证法》中指出："这种从一个形态到另一个相反形态的转变，并不是一种无聊的游戏，它是数学科学的最有力的杠杆之一，如果没有它，今天就无法去进行 一个较为复杂的计算."这段话也是对这一章的内容在数学发展中的重要性的最好概括.因此，家长在辅导孩子学习的时候除要重视概念的掌握和巩固外，还特别要注意孩子在进入一个新的数学领域时可能出现 的问题，如对无理数的认识，算术根的概念等.

2.本章教学知识分类表

表 9—2

教学内容	分类	知　识　点	序号	教学要求层次
实数	概念	平方根及算术平方根	9—1	C
		立方根	9—2	B
		n 次方根	9—3	B
		实数分类	9—4	A
	运算	表算(查表)	9—5	B

二　知识、方法、能力

本章在知识上完成了中学代数的六种基本运算，它们每两个运算之间的互逆 关系如下：

加　　乘　　乘方

↓↑　↓↑　↓↑

减　　除　　开方

由于运算引进了无理数之后，又完成了整个实数体系，其分类如表 9—3：

通过这一章的学习，家长要帮助孩子逐步作到：

(1)　理解有关平方根、算术平方根、立方根，以及 n 次方根的概念，明确开方与乘方之间的互为逆运算的关系；

(2)　会查平方根表和立方根表，并会进行有关的计算；

(3)　初步理解实数的概念，掌握实数的分类，了解实数与数轴上的点的一一对应关系.

1. 数的开方

本章教材从初一学过的有理数的乘方入手，提出问题，通过平方和立方的运算引出平方根及立方根的概念，并从这两

种最基本的方根引伸出 n 次方根的概念. 然后规定求一个数的平方根的运算叫做开平方. 求一个数的立方根的运算叫做开立方,由此推出求一个数的方根的运算叫做开方. 关于开方要注意下面几个问题:

表 9—3

- 实数
  - 有理数
    - 整数
      - 正整数
      - 零
      - 负整数
    - 分数
      - 正分数
      - 负分数
  - 无理数
    - 正无理数
    - 负无理数

① 数的开方与数的乘方是密切不可分开的互逆运算,要求某数的 n 次方根,先想它是谁的 n 次乘方,因此,开方运算不象加、减、乘、除、乘方运算过程那么明显;

② 在现阶段所学的数的范围内,开方运算是有条件的,正数和 0 可以任意开方,负数不能开偶次方;

③ 开方运算的结果得到方根,但开方运算的定义是在方根的定义之后给出的,因此,一般求一个数的方根都是由方根的定义得到的. 如求 -8 的立方根就是根据定义“如果 $x^3=a$,那么 x 叫做 a 的立方根“得到解法: $\because (-2)^3=-8$,所以 -8 的立方根是 -2;

④ $\sqrt[n]{a}$ 是一个正数的正 n 次方的表示符号,在计算题的时候又作为一个数开 n 次方的运算符号. 如 $\sqrt{4}$ 从数的角

度来说是 4 的算术平方根，从运算的角度来看又是 4 开平方取正根结果得 2.

2. 平方根与算术平方根

平方根的概念用文字语言叙述是：如果一个数的平方等于 a，这个数就叫做 a 的平方根，用代数符号语言叙述是：如果 $x^2=a$，那么 x 叫做 a 的平方根. 因此，凡符合上述定义的数都叫做平方根。如 $3^2=9$，3 是 9 的平方根，$(-3)^2=9$，-3 也是 9 的平方根，所以 9 的平方根是 ±3.

由上述定义和实例中看出：

① 平方根的定义是由平方的概念得到的，对于同一个式子 $x^2=a$，a 是 x 的平方，x 是 a 的平方根；

② $x^2=a$ 时，称 x 是 a 的平方根，但不能说 a 的平方根就是 x，正如 $3^2=9$，3 是 9 的平方根，但不能说 9 的平方根就是 3，因为还有一个平方根是 -3；

③ 一个正数 a 有两个平方根，这两个平方根互为相反的数，可以分别用“$\sqrt{a}$”和“$-\sqrt{a}$”来表示；数 0 的平方根是 0(也可以说 0 有两个平方根 ±0)；负数没有平方根.

平方根的概念是本章的重要概念之一，其中，“负数没有平方根”这一结论在现阶段应用不多，但它却是进一步学习数学的必备基础知识，家长在辅导孩子学习的时候，除了要求孩子记忆这一结论以外，还要通过对具体问题的讨论来加深对这一结论的理解和认识，请注意下面的例题.

【例 1】 判断下列各数有没有平方根：

(1)8；(2)-4； (3)$(-5)^2$； (4)a^2； (5)$1-a$.

解：(1) 因为 $8>0$，所以 8 有平方根；

(2)因为 $-4<0$，所以 -4 没有平方根；

(3)因 $(-5)^2=25>0$,所以$(-5)^2$ 有平方根;

(4) 因为 $a^2\geqslant0$,所以 a^2 有平方根

(5) 当 $a\leqslant1$ 时,$1-a\geqslant0$,$1-a$ 有平方根;

当 $a>1$ 时,$1-a<0$,$1-a$ 没有平方根.

【例 2】 求下列各数的平方根:

(1) 36; (2)$\frac{9}{144}$; (3)0.01; (4)a^2.

解:(1)$\because (\pm6)^2=36$,

$\therefore$ 36 的平方根是±6;

(2)$\because (\pm\frac{3}{12})^2=\frac{9}{144}$,

$\therefore \frac{9}{144}$的平方根是$\pm\frac{3}{12}$;

(3) $\because (\pm0.1)^2=0.01$,

$\therefore$ 0.01 的平方根是±0.1;

(4)$\because (\pm a)^2=a^2$,

$\therefore$ a^2 的平方根是$\pm a$.

【例 3】 判断下列语句是否正确,并说明原因.

(1) $\sqrt{4}=\pm2$;

(2) 任何数的平方都是正数,所以任何数的平方都有两个不同的平方根;

(3) $\sqrt{3}$ 是 3 的平方根;

(4) $(-9)^2$ 的平方根是-9;

(5) $|-9|$的平方根是±3;

(6) $(m-n)^2$ 的平方根是 $m-n$.

解: (1)错. $\sqrt{4}$ 表示 4 开平方取正根,不是 4 的平方根的表示方法,因此只能有 $\sqrt{4}=2$;

(2)错. 因为 0 的平方是 0，0 的平方根仍然是 0.

(3)正确，因为$(\sqrt{3})^2=3$，所以$\sqrt{3}$是 3 的平方根；

(4)错. 因为$(-9)^2=81$，而 81 的平方根是±9；

(5)正确。因为$|-9|=9$， 9 的平方根是±3；

(6)错. 若 $m\neq n$ 时，$(m-n)^2>0$，它的平方根是 $m-n$ 和 $n-m$，当 $m=n$ 时，$m-n=0$，它的平方根是 0.

我们知道，一个正数有两个平方根，一个是正数，一个是负数，且它们是互为相反的数. 为了适应实际计算的需要和保证运算结果的唯一确定性，我们规定把正数的两个平方根中的正的平方根叫做这个正数的算术平方根，这样，我们又得到一个新的重要的数学概念——算术平方根. 这一概念在这一章和下一章以至于将来的学习中起着举足轻重的作用.

正数 a 的正平方根，叫做 a 的算术平方根，(简称算术根)，记用$\sqrt{a}$，读作“根号 a”，如 16 的算术平方根是 4，可以写成$\sqrt{16}=4$，值得注意的是定义中两次提到“正字”，一是正数 a 的“正”字表示的是被开方数 a 的性质符号为正，即 $a>0$；另一个是正平方根的“正”字表示的是平方根的性质符号，即$\sqrt{a}>0$；对于正数以外的数，因为 0 的平方根是 0，所以规定 0 的算术平方根是 0，即$\sqrt{0}=0$；而负数根本没有平方根，也就不存在算术根了.

归纳以上，有如下几点说明：

(1) 我们给出正数 a 的正根(a 的算术平方根)定义以后，又补充规定了零的算术平方根是零，这样，算术平方根的概念便可归结为“非负数的非负平方根”，即 $a\geqslant0$ 和$\sqrt{a}\geqslant0$，这个双“非负”正是算术平方根的实质；

(2) 记号$\sqrt{a}$只表示非负数 a 的算术平方根，而$-\sqrt{a}$

表示 a 的算术平方根的相反数，$\pm\sqrt{a}$ 分别表示 a 的两个平方根；

(3) 一个非负数的算术平方根只能有一个.

请家长指导孩子完成下面的练习：

根据定义判断下列语名对不对.

(1) 25 的平方根是 5；

(2) $(-5)^2$ 的算术平方根是 5；

(3) -6 是$(-6)^2$ 的算术平方根；

(4) 0.4 是 0.16 的算术平方根；

(5) a 是 a^2 的算术平方根.

(1)×；(2)∨；(3)×；(4)√；(5)×.

【例 4】 求下列各数的算术平方根：

(1) 10000；(2) $\frac{16}{81}$；(3) 0.64；(4) $(\frac{1}{3}-\frac{1}{2})^2$.

解：(1)$\because 100^2=10000$，

$\therefore$ 10000 的算术平方根是 100，即

$\sqrt{10000}=100$

(2)$\because (\frac{4}{9})^2=\frac{16}{81}$，

$\therefore \sqrt{\frac{16}{81}}$的算术平方根是$\frac{4}{9}$，即

$\sqrt{\frac{16}{81}}=\frac{4}{9}$；

(3) $\because 0.8^2=0.64$，

$\therefore$ 0.64 的算术平方根是 0.8，即 $\sqrt{0.64}=0.8$；

(4) $(\frac{1}{3}-\frac{1}{2})^2=\frac{1}{36}$，

$\because\quad (\frac{1}{6})^2=\frac{1}{36}$,

$\therefore\quad (\frac{1}{3}-\frac{1}{2})^2$ 的算术平方根是$\frac{1}{6}$,即$\sqrt{(\frac{1}{3}-\frac{1}{2})^2}=\frac{1}{6}$.

说明:这个例题给出了求算术平方根的方法、步骤和书写格式,同时也看出平方与开平方之间互为逆运算的关系,在这里 $\sqrt{10000}$等是算术平方根的记号,100 等则是算术平方根的值,所以写成 $\sqrt{10000}=100$,另外,本题所给的步骤在熟练之后,可以只写“∵,∴”两步,并且“算术平方根”可直接使用符号“$\sqrt{\ }$”.

【例 5】 求下列各式的值:

(1) $\sqrt{(-7)^2}$; (2) $\sqrt{3^2+4^2}$; (3) $\sqrt{(3-5)^2}$;

(4) $-\sqrt{\frac{225}{169}}$; (5)$\pm\sqrt{\frac{121}{196}}$.

分析:本例题中 5 个小题虽都是求值问题,但类型并不完全相同,(1)、(2)(3)题是求算术平方根的值,(4)题是求算术平方根的值的相反数,(5)题是求平方根的值,作(4)、(5)时要注意根号前面的符号.

解:(1) $\sqrt{(-7)^2}=\sqrt{49}$,

$\because\quad 7^2=49$,

$\therefore\quad \sqrt{(-7)^2}=7$;(注意 $\sqrt{(-7)^2}\neq-7$)

(2) $\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}$,

$\because\quad 5^2=25$,

$\therefore\quad \sqrt{3^2+4^2}=5$;(注意 $\sqrt{3^2+4^2}\neq3+4$)

(3) $\sqrt{(3-5)^2}=\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}$,

$\because\quad 2^2=4$,

$\therefore\quad \sqrt{(3-5)^2}=2$;(注意 $\sqrt{(3-5)^2}\neq3-5=-2$)