

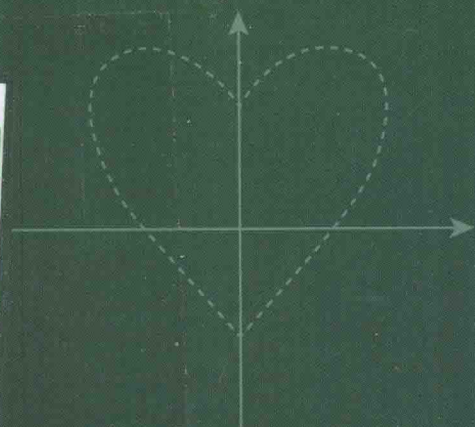
$$f(x) = \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x}{e^{-nx} - x^2 - 1}, \\ 0, \end{cases}$$

- 名校期末真题 提前体验练习 名师精讲解答
- 考研学习参考 大纲全部覆盖 考点重点齐备

卓越联盟

高等数学 期末试题全解

卓越数学联盟 编



$$(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - y = e^{\arcsin x}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\int_0^1 f(x) dx}{\int_0^1 g(x) dx}$$



科学出版社

卓越联盟高等数学期末试题全解

卓越数学联盟 编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是卓越高校联盟八所高校数学系共同汇编各自学校的高等数学期末试题,这八所高校分别是北京理工大学、大连理工大学、东南大学、哈尔滨工业大学、华南理工大学、吉林大学、同济大学、西北工业大学.本书内容涵盖了高等数学全部的知识点,囊括了这八所高校近几年高等数学期末考试的全部真题.

本书中的试题按秋季、春季两学期进行分类,根据课程学习程度,其中秋季试题知识点包含极限、一元微分学和一元积分学等内容,春季试题知识点包含多元微分学、多元积分学及无穷级数等内容.书后还给出了这些真题详尽的解答,力求帮助学生更好的掌握所学内容.

本书对学生学习掌握高等数学有指导作用,可作为工科大学本科一年级学生备战期末考试的参考书,也可以作为准备报考工科硕士研究生的人员和工程技术人员复习的指导书.

图书在版编目(CIP)数据

卓越联盟高等数学期末试题全解 / 卓越数学联盟编. —北京: 科学出版社, 2016.6

ISBN 978-7-03-048445-1

I. ①卓… II. ①卓… III. ①高等数学—高等学校—题解 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 114523 号

责任编辑: 张中兴 / 责任校对: 邹慧卿

责任印制: 白 洋 / 封面设计: 迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2016 年 6 月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

2016 年 6 月第一次印刷 印张: 19

字数: 475 000

定价: 40.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

《卓越联盟高等数学期末试题全解》

编 委 会

(排名不分先后, 按学校首字母拼音排序)

北京理工大学	徐厚宝
大连理工大学	刘秀平
东南大学	陈文彦
哈尔滨工业大学	尹逊波
华南理工大学	郭 艾
吉林大学	李辉来
同济大学	殷俊峰
西北工业大学	郑红婵

关于卓越大学联盟

卓越大学联盟(Excellence 9)，是由9所工业和信息化部 and 教育部直属的985工程大学组成的高校联盟。其成员包括西北工业大学、北京理工大学、重庆大学、大连理工大学、东南大学、哈尔滨工业大学、华南理工大学、天津大学和同济大学，这九所以理工科为特色的国家“985工程”一流大学，组成了“卓越人才培养合作高校联盟”(简称“卓越大学联盟”)。在《卓越人才培养合作框架协议》指导下，本着“追求卓越、协同创新”的原则，2013年继续联合开展自主选拔录取工作，选拔具有学科特长、创新潜质的优秀学生。

卓越大学联盟是中国国内九所具有理工特色的顶尖重点综合性大学组成的“卓越人才培养合作高校”的简称。联盟自成立以来，就致力于推动创新人才培养方面的交流合作。2013年，联盟将重点推动高校间本科生“国内游学”机制深入落实。对于学生而言，可以在自主报名、自由选择学校的基础上，以“国内游学”的形式在卓越大学联盟各高校之间进行交流学习。九校从双边互换开始，逐步实现“进一门入九校”，即指在联盟高校内任何一所高校就读的学生，都可以同时享受到其他八校的优质教育资源。

自由选择学校的基础上，以“国内游学”的形式在卓越大学联盟各高校之间进行交流学习。九校从双边互换开始，逐步实现“进一门入九校”，即指在联盟高校内任何一所高校就读的学生，都可以同时享受到其他八校的优质教育资源。

卓越大学联盟以卓越人才培养为核心，共同探索人才培养规律与模式，在本科生研究生招生及联合培养、国际合作交流、资源共享、产学研合作等方面开展全方位和深层次的交流与合作。卓越大学联盟实行轮值主席制度，由九校校长轮流担任联盟轮值主席，每年定期举行校长联席会议，同时建立研究生院、教务处、招生办、科技处、国际合作处、信息中心、设备处、图书馆等部门联席工作会议制度。

前 言

高等数学是工科各专业学生必修课程，也是本科学生最重要的基础课程之一。随着现代社会科学技术的迅速发展，数学的思想、方法和技术在自然科学、工程技术等领域发挥着越来越重要的作用，而且已经广泛深入到经济学、管理学及社会科学的各个领域，这也对高等数学的教学提出了更高的要求。高等数学课程的教学质量是本科教学水平的一个重要标志，其中高等数学学习题和试题是衡量这门课程教学质量的重要指标之一。

2015年7月，卓越大学联盟中7所高校高等数学负责人与吉林大学数学学院院长李辉来齐聚哈尔滨工业大学，就各校面向大多数专业的高等数学课程的考核评价方式和习题试题进行研讨，会议决定对各校期末试卷进行整合汇编，一起共同出版这本《卓越联盟高等数学期末试题全解》。

本书是集体智慧的结晶，各校命题标准和试题类型都经过长期的教学积累和不断创新，充分体现了各校因材施教的教学思想，习题类型丰富、内容充实，部分题目已接近考研真题。本书具有以下特点：

1. 各校试卷对知识点的涵盖十分全面，题目叙述清晰、准确，基础题型和提高题型搭配合理，所有练习均有参考答案；
2. 基础题型侧重对基础知识和基本技能的考察，以及对重点知识的强调，旨在夯实基础，提高基本技能；
3. 提高部分注重综合能力和创新能力的培养，将研究性学习与学科教学活动结合起来，为学生营造探究、体验、创造的开放性平台，激励主动式学习，培养学生的创造性思维；
4. 选题广泛，不少典型题型反复出现，也涌现了很多新颖的题型，注重解题技巧和考研真题训练，有助于学生及时检测学习效果，更好的理解所学知识。

本书能够顺利出版要特别感谢北京理工大学李翠哲，东南大学黄骏，哈尔滨工业大学杨国侠，华南理工大学杨立洪、陈志辉、李少白，吉林大学孙毅，同济大学刘庆生，西北工业大学蒋大为、郭强等老师的部分命题工作，试题内容主要由各校该书编委会负责人修订整理，最后由尹逊波统一校对统稿。

由于时间仓促，书中难免有不妥之处，诚挚欢迎批评指正。

编 者

2016年3月

目 录

第一部分 北京理工大学试题集

2010 级秋季学期期末试卷	3
2011 级秋季学期期末试卷	5
2012 级秋季学期期末试卷	7
2013 级秋季学期期末试卷	9
2014 级秋季学期期末试卷	11
2010 级春季学期期末试卷	13
2011 级春季学期期末试卷	15
2012 级春季学期期末试卷	16
2013 级春季学期期末试卷	18
2014 级春季学期期末试卷	20
参考答案	22

第二部分 大连理工大学试题集

2010 级秋季学期期末试卷	49
2011 级秋季学期期末试卷	51
2012 级秋季学期期末试卷	53
2013 级秋季学期期末试卷	55
2010 级春季学期期末试卷	57
2011 级春季学期期末试卷	59
2012 级春季学期期末试卷	61
2013 级春季学期期末试卷	63
参考答案	65

第三部分 东南大学试题集

2010 级秋季学期期末试卷	83
2011 级秋季学期期末试卷	85
2012 级秋季学期期末试卷	86
2013 级秋季学期期末试卷	87
2014 级秋季学期期末试卷	89
2010 级春季学期期末试卷	90
2011 级春季学期期末试卷	92
2012 级春季学期期末试卷	94
2013 级春季学期期末试卷	96
2014 级春季学期期末试卷	98
参考答案	100

第四部分 哈尔滨工业大学试题集

2011 级秋季学期期末试卷(a 卷)	119
2012 级秋季学期期末试卷(a 卷)	121
2013 级秋季学期期末试卷	123
2014 级秋季学期期末试卷	125
2011 级春季学期期末试卷(a 卷)	126
2012 级春季学期期末试卷(a 卷)	128
2013 级春季学期期末试卷	130
2014 级春季学期期末试卷	132
参考答案	133

第五部分 华南理工大学试题集

2011 级秋季学期期末试卷	147
2012 级秋季学期期末试卷	149

2013 级秋季学期期末试卷	151
2014 级秋季学期期末试卷	153
2011 级春季学期期末试卷	155
2012 级春季学期期末试卷	156
2013 级春季学期期末试卷	158
2014 级春季学期期末试卷	160
参考答案	161

第六部分 吉林大学试题集

2008 级秋季学期期末试卷	183
2010 级秋季学期期末试卷	185
2011 级秋季学期期末试卷	187
2012 级秋季学期期末试卷	189
2014 级秋季学期期末试卷	191
2007 级春季学期期末试卷	193
2008 级春季学期期末试卷	195
2009 级春季学期期末试卷	197
2010 级春季学期期末试卷	199
2012 级春季学期期末试卷	201
参考答案	203

第七部分 同济大学试题集

2010 级秋季学期期末试卷	219
2011 级秋季学期期末试卷	221
2012 级秋季学期期末试卷	223
2013 级秋季学期期末试卷	225
2014 级秋季学期期末试卷	227
2010 级春季学期期末试卷	229

2011 级春季学期期末试卷	231
2012 级春季学期期末试卷	233
2013 级春季学期期末试卷	235
2014 级春季学期期末试卷	237
参考答案	239

第八部分 西北工业大学试题集

2010 级秋季学期期末试卷	257
2011 级秋季学期期末试卷	259
2012 级秋季学期期末试卷	260
2013 级秋季学期期末试卷	262
2014 级秋季学期期末试卷	264
2010 级春季学期期末试卷	266
2011 级春季学期期末试卷	268
2012 级春季学期期末试卷	270
2013 级春季学期期末试卷	272
2014 级春季学期期末试卷	274
参考答案	275

第一部分

北京理工大学试题集

2010 级秋季学期期末试卷

一、填空题

1. 定积分 $\int_{-1}^1 \frac{1-x^4 \arcsin x}{\sqrt{4-x^2}} dx =$ _____.

2. 设 $y = y(x)$ 由方程 $y^2 f(x) + xf(y) = x^2$ 确定, 其中 $f(x)$ 是 x 的可微函数, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.

3. 已知 $\int \frac{f'(\ln x)}{x} dx = x^2 + C$, 则 $f(x) =$ _____.

4. 微分方程 $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{\sin x}{x}$ 满足初始条件 $y(\pi) = 1$ 的特解为 _____.

5. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \tan x} - \frac{1}{x^2} \right) =$ _____.

二、计算广义积分 $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$.

三、讨论函数 $y = \frac{x^3}{2(x-1)^2}$ 的单调性, 凹凸性, 并求其极值、曲线的拐点及渐近线.

四、证明等式 $\int_0^a x^3 f(x^2) dx = \frac{1}{2} \int_0^{a^2} xf(x) dx$, 其中 $f(x)$ 连续, $a > 0$. 并计算 $\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x^3 \sin(x^2) dx$.

五、求微分方程 $y'' - 2y' - 3y = e^{-x} + x$ 的通解.

六、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} (1 - \sin 2t)^t dt}{(e^x - 1) \ln(1+x)}$.

七、记曲线段 $x^2 + y^2 = 4$ ($y \geq 0, 0 \leq x \leq 1$) 与直线 $x = 0, x = 1$ 及 x 轴所围的平面图形为 D .

(1) 求平面图形 D 的面积;

(2) 求图形 D 分别绕 x 轴、 y 轴旋转一周所成旋转体的体积.

八、设曲线 C 的方程为 $\begin{cases} x = (t-1)e^t, \\ y = 1-t^4, \end{cases}$ 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ 及曲线 C 在参数 $t = 0$ 对应点处的曲率半径.

九、设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}, & x < 0, \\ \frac{1}{2}, & x = 0, \\ \frac{1 - \cos x}{x^2}, & x > 0, \end{cases}$ 讨论 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处的连续性和可导性, 并求 $f'(x)$.

十、跳伞运动员从高空自飞机上跳下，经若干秒后打开降落伞. 开伞后的运动过程中所受空气阻力为 kv^2 ，其中常数 $k > 0$ ， v 为下落速度，设人与伞的质量共为 m ，且不计空气浮力. 试证明：只要打开降落伞后有足够的降落时间才着地，则降落的速度将近似地等于 $\sqrt{\frac{mg}{k}}$.

十一、设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且满足 $f(1) = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} xe^{1-x} f(x) dx$ ，证明：至少存在一点 $\xi \in (0,1)$ ，使得 $f'(\xi) = (1 - \xi^{-1})f(\xi)$.

2011 级秋季学期期末试卷

一、填空题

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} =$ _____; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x (1 + \sin 2t)^{\frac{1}{t}} dt =$ _____.

2. 设 $y = x^2 + \ln x$, 则 $\frac{dx}{dy} =$ _____; 设 f 可导, $y = f(\tan x) + \sqrt{1-x^2}$, 则 $dy =$ _____.

3. 广义积分 $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x} =$ _____; 定积分 $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{x^2 \arcsin x + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx =$ _____.

4. 微分方程 $y'' = \frac{1}{1+x^2}$ 的通解为 _____; 以 $y_1 = -\cos x, y_2 = 5 \sin x$ 为特解的二阶常系数线性齐次微分方程是 _____.

5. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax} - 1}{x}, & x > 0, \\ 2, & x = 0, \\ \frac{\sqrt{1+bx} - 1}{x}, & x < 0 \end{cases}$ 是连续函数, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

二、求不定积分 $\int \left(\frac{\sin x \cos x}{1 + \sin^4 x} + \frac{1}{1 + \sqrt{1+x}} \right) dx$.

三、设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t - \ln(1+t^2), \\ y = \arctan t \end{cases}$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ 及参数 $t = 0$ 时的曲率.

四、已知 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 求证: $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$, 并计算 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos^2 x}{x(\pi-2x)} dx$.

五、求微分方程 $y'' + y' - 2y = e^{-2x} + \cos x$ 的通解.

六、设当 $x \geq 0$ 时, 函数 $f(x)$ 满足微分方程 $xf'(x) - 3f(x) = -6x^2$, 且由曲线 $y = f(x)$, 直线 $x = 1$ 与 x 轴围成的平面图形 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积为最小, 求 $f(x)$ 的表达式及平面图形 D 的面积.

七、设有一半径为 1 米的圆板, 垂直放在水中, 圆板的圆心与水平面距离为 2 米, 试求圆板的一侧所受水的侧压力.(注: 设水的比重为 μ)

八、设 $e < a < b < e^2$, 证明: $\ln^2 b - \ln^2 a > \frac{4}{e^2}(b-a)$.

九、设 $\rho = \rho(\theta)$ 为非负函数, $\rho(0) = 1$, 且对任一 $\theta > 0$, 极坐标曲线 $\rho = \rho(\theta)$ 在区间 $[0, \theta]$ 上所对应的一段弧长等于该区间所对应的曲边扇形面积的 2 倍, 求此曲线的方程.

十、设方程 $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ 确定隐函数 $y = y(x)$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 及 $y = y(x)$ 在 $x > 0$ 范围内的极值, 并判断是极大值还是极小值.

十一、设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且满足 $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 xf(x) dx$, 证明: 至少存在一点 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $\int_0^\xi f(x) dx = 0$.

2012 级秋季学期期末试卷

一、填空题

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1 - \cos x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 求曲线 $\begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t \end{cases}$ 在 $t = 0$ 点处的切线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设 $x \neq 0$, $\int \frac{f(x)}{x} dx = \arcsin x + C$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\int f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 求定积分 $\int_{-\pi}^{\pi} (\sqrt{1 + \cos 2x} + |x| \sin^3 x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 微分方程 $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、求极限: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\tan 2x} \ln(1+t^2) dt}{x^2 \sin x}$.

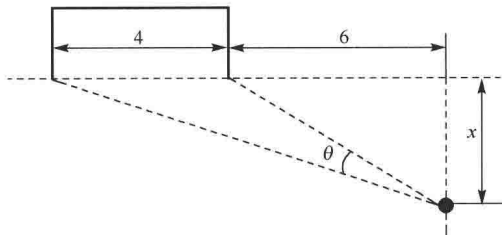
三、设 $y = f(\tan x)$, $f'(x) = e^{x^2 - 2x + 2}$, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}$ 的值.

四、已知曲线 $y = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6x(e^{nx} - \sin e^{nx})}{(1+x^2)e^{3nx}}$, $x \in (-\infty, +\infty)$, 直线 $y = \frac{1}{2}x$ 和直线 $x = 1$, 求它们所

围成平面图形的面积.

五、已知 $f(x)$ 的一个原函数是 e^{-x^2} , 求 $\int x f'(x) dx$.

六、假定足球门宽度为 4 米, 在距离右门柱 6 米处一球员沿垂直于底线的方向带球前进, 问: 他在距离底线几米的地方将获得最大的射门张角?



七、求曲线 $y = \int_0^x \tan t dt$ $\left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}\right)$ 的弧长.

八、设 $f(x) = e^{-x} + \int_0^x (x-t)f(t) dt$, 其中 $f(x)$ 二阶可导, 求 $f(x)$.

九、设有一个质量为 m 的均匀直细棒放在 xOy 平面的第一象限, 细棒两端的坐标分别为 $(2,0), (0,2)$, 有一个单位质量的质点位于坐标原点, 求细棒对质点的引力在 x 轴正方向的分力.